

論 文

岩石の塑性についての課題*

榎 山 次 郎**

On Some Problems concerning the Plastic Behaviours of Rocks

by

Jiro MAKIYAMA

(Professor Emeritus, Kyoto University, Kyoto)

Although surfacial rocks appear brittle, the earth's crust the large aggregate of rocks is supposed to be very viscous. In the realm of rock mechanics, however, the aspect of plasticity cannot be overlooked. Rock deformations that accompany any kind of failures or fractures are declaredly plastic. Fine slips and incipient failures of rocks may take places where locally concentrated stresses satisfy the yielding condition, while the apparent general stresses are consistently below the elastic limits. The crypto-plastic flow as a result of such minor slips in the geological materials throw many problems not yet settled.

In a polycrystalline rock, boundary surfaces of grains are obstructive for moving inside dislocations and apt to concentrate local stresses matchable to the yield values. Similar concentration processes may occur in the matrices of sedimentary rocks regardless whether the cementing substance is a solid mineral or adhesive water.

Brittle tensile fractures created in homogeneous fine-grained rocks exhibit uneven surfaces with special patterns of (1) concentric undulations—conchoidal fractures, (2) radial striatures at right angles with the conchoidal waves—plumose fracture and (3) columnar fringes. Tension cracks under the high confining pressures show none of such figures.

The so-called angle of internal friction is merely expressing increase in strength with increasing lithostatic pressure. The effect of pore fluid pressure upon the fracturing of rock is revised on the basis of plasticity theory.

The lithostatic pressure or the grain to grain average rock pressure has been neglected hitherto. Reduced effective stresses are given in that the deviatoric stress minus the pore fluid pressures. The Berea Sandstone under the total given hydrostatic pressure—lithostatic pressure plus pore water pressure=2 kbar—is perfectly plastic with a material constant $k_0=2.2$ kbar, but the rock yields at $k^*=k_0$ -pore water pressure. The value of k_0 increases with increasing total pressures. If all the principal values of reduced effective stress are tensile, the porosity increases contrary to the triaxial compression.

Strain hardening is revealed at higher confining pressures than that corresponding the fixed value of pressure, while thixotropy is evident below. Most of the subconsolidate sedimentary rocks that are indurated by means of adhesive water are perfectly plastic even at very low confining pressure.

In a simple compression test of a clay cake as a model of a large sedimentary body, there will appear a symmetrical pair of stationary surfaces dividing a central plastic region and two non-plastic prisms at the both ends. The stationary dividing surface is named H surface. The intercalary plastic region between the two opposite H surfaces are by no means entirely plastic during the initial stages of loading, but only certain outside parts in the test piece behave plastically. The plastic parts grow rapidly under increasing load. The moving surfaces of these parts named Σ are plastic wave surfaces, over which not all of jumps of the first derivatives of velocity and stress vanish. Plastic shock wave front Σ^* as well as Σ propagates with the speed same as that of elastic shear waves. Seismic effects of such plastic waves are themes of paramount interest. Γ surfaces are another set of singular and characteristic surfaces. If the slip discontinuity across H tends to

* 原稿受理 昭和40年2月26日

** 正 会 員 サンコーコンサルタント(株) 東京都中央区日本橋室町 三井ビル

infinity, the surface develops into a fault.

The miscellaneous descriptions and statements given in the above lines automatically suggest many items to be worked out. (Received Feb. 26, 1965)

1 緒 言

地表の岩石はろい。岩盤の事故がぜい性破断によることが多いのは当然である。深層の岩石が高压高温下にあり、よく延びる性状を呈し、塑性論の対象になることは、多くの実験によっても、確からしい。しかし、岩石の集合体を大きい目で見ると、粘性を仮定して、近似的な解を求めるのも、一つの近接法である。とにかく破損に始まり、破壊から破断に及ぶ過程は塑性変形の本質である。

2 塑性論の基本要約

ひずみを直接扱うときに塑性変形論であり、ひずみ増分を基とするときに塑性流動論である。しかし、どちらにせよ塑性論では、ひずみそのものよりも、ひずみの速さが大事である。応力テンソルについては、応力偏差成分を求めなければならない。

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (1)$$

右辺第2項は平均応力であって、 $1/3 \sigma_{kk}$ を静水圧といっているが、岩盤内では孔水の静水圧と、組成鉱物粒間の静岩圧を判別し、これらを合わせて静地圧といわなければならない。

静地圧は塑性ゆがみにも破断にも関係ないと考えられているが、未凝固水成岩では孔比を縮小させる効果をもたらす。ここで孔比というのは、孔隙率がパーセントであるのに代え、小数にした孔隙の全体に対する比率であって、計算に便利である。土質力学の空隙比への換算は容易である。

von Mises の降伏条件 $S_{ij} S_{ij} = 2k^2$ を用いると、応力偏差成分とひずみ速成分との関係は次のように考えてもよい理由がある。

$$S_{ij} = \frac{\sqrt{2}k}{\sqrt{I_2}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2)$$

ここで I_2 はひずみ速の第二不変数 $\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ である。(2) の関係から逆に次のような関係が求められる。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{W}{2k^2} S_{ij} \quad (3)$$

W はひずみ仕事率である。 k は岩石種特有の定数であるが、封圧・孔圧・温度などによって値が変わる。

k が応力の次元に属することは明らかであるが、降伏応力そのものではなく、次のような降伏面をきめるものである。

$$f(\sigma_{ij}) = k \quad (4)$$

(4) は完全塑性体についてのみ考えられる。ひずみ硬化を伴う場合には、そのための助変数 H を加えて、次

のような型の関数をとるべきである。

$$f(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}, H) = 0 \quad (5)$$

弾性状態では $f < 0$ 、塑性状態では $f = 0$ を意味する。(5) で表わす表面を載荷面と称する。Naghdi は、この面がミーゼス条件の円柱面に外接する六角柱と想定する。Tresca の降伏面は同様六角柱面であるが、円柱内に収容され、その角が円柱面上にあり、この線上で外接角柱の各平面が円柱に接する。

いずれにせよ、これらの面の断面 Π 面は、 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ で定義されるが、主軸座標系によると、傾きが $35^\circ 16'$ となっている。

3 破 断

狭義の固体は単一結晶である。整然とした立体格子構造は、適当な外力を与えると原子結合にゆがみを生じ、その限度を越すと、結合が順繰りに転位する。このようにして塑性ひずみが生まれる。多結晶体では結晶粒の境界面が障壁となって、転位の集積が起きる。したがって、応力の局所集中を伴い、一般応力がまだ弾性限界以下でありながら、充分に降伏点に達する。結晶内でも微傷や格子欠陥が源となって、局所応力集中がある。結晶質岩石における破断は、このような集中に起因すると考えられる。

水成岩では鉱物粒が鉱物質セメントによって連結しているから、一種の多結晶体とみなされる。未凝固水成岩では吸着二重層による連結が保たれる。水を吸着しない鉱物（石英など）では効果が弱く、ルーズな分離粒体にもどしやすい。このような水による連結が、原子結合と同様に順繰りにずれることが可能である。

Griffith のろい破断説では、微傷の先端付近における応力集中を基として議論をすすめている。この学説は、岩石力学においても、しばしば引用されている。ここでは、これら対立両学説を詳しく比較することを割愛しなければならない。ただ Wessel によると、ろい破断に先行して肉眼的な塑性流動が認められる事実を付記しておく。

微細なすべり、または発端期にある損傷が、このようにして局所応力集中の部位において、密度の高い面位に沿って発生することに注意すると、岩盤内のところどころに塑性変形が起こりうることがわかる。一般応力はまだ弾性限界以下であるのに、局所が塑性流動をすることを潜塑性流動と称したい。普通にはクリープとして知られている現象のある部分である。地質構造環境の単元区 (Tectotope) によっては、潜塑性流動

だけが進行し、大きくゆるいしゅう曲構造が成長するものと考えられる。総合的に単元岩体の応力が降伏点に達すると、急速に塑性変形が進展する。その速さは塑性波の伝搬速度に関係すると予想される。地質学という造山運動は、意外にも急速に運ぶのかもしれないが、人類の歴史には、こうした天変地異の記録が見えない。

結晶内の塑性すべり帯の交差角にも破断の胚が発生する。この破断面は、直角に交わるすべり線角を等分する面に一致する。それゆえ引張破断というわけである。大きい目で見ると岩盤のシア破断と引張破断とも一応判別ができ、それらの関係は結晶内と類似している。

引張破断を *cleavage* といっているが、この用語は鉱物学に先取され、別の定義が与えられている。破断面を断口というのも鉱物学上の古い用語である。もうい引張断口の上には、その岩石が細粒均質である場合、特有の形象が現われる。金属材料にも同様の断口が観察され、人により名称が様でない。地質学では *Hodgson* による術語があるが、これに古い鉱物学上の術語を併用して整理すると次のようになる。

介殻状断口 *Conchoidal fracture*

羽毛状断口 *Plumose fracture*

角柱状断口縁 *Columnar fringe*

介殻状というのは、断口上に同心状に配列する波状起伏のあるものである。羽毛状は放射状の起伏線群である。線条は介殻の波とは直角に交差する。角柱状の形象は介殻羽毛の中心付近と、断口周縁に限られて出現する。各形象は同一断口に共存するが、優勢なるものによって各型の名称を付けるとよい。力が点に加わると介殻羽毛の中心が認められる。力が破断面に沿い均等であると、羽毛線条は平行線となり、介殻の波は、これらに直角な平行起伏となる。これらの発現の実験は容易である。

どれだけの静地圧が限界となっているかは不明であるが、高压の下では引張断口は平滑である。平滑であるというのは結晶粒を無差別に一刀両断していることである。この事実は *Griggs* の高封圧下圧縮試験によって証明された。シア破断面も同時に発生するが、このほうは表面にこすり傷が残っており、特別な硬質粒はどちらかの片側に残る。また異色粉末が固化した層をはさむことも特長である。長い経歴の間、破断面の転用があるので、このような岩盤については判定が困難になる。

4 孔水圧の効果

多孔質岩層で地下水を飽和状態にまで含むことは、水成岩体では常態といえる。深部においての岩層の性状を知るためには、深度相当の封圧を与えることで、このようにして軸圧のために起こる変状を調べる実験

は数多くの学者によって試みられている。*Robinson* は、包んだ試料内に浸透させてある水に任意の水圧を与える装置をくふうし、高封圧下においての孔水圧の影響を調べた。一定封圧下では、孔水圧の減少につれ、降伏点が上昇する事実が認められた。封圧対孔水圧が 2:1 においては、応力ひずみ関係が完全塑性の様相を呈することがわかった。比がこれより低いと、降伏後に急速な応力低下があり、*Orowan* が予想したひずみ軟化、すなわち揺変を伴うことも知られた。比が大きいと、硬化によって応力が上昇する。水によって連結する水成岩でも、圧緊の結果として、粒間接触面が増大し、硬化をもたらす。また封圧を高めると降伏点が高くなることは、孔水圧にかかわらず、普通の 3 軸試験によっても明らかである。

封孔圧比 2:1 は、新第三系の水成岩について、かなり自然に近い状態といえる。そこで、このような地層を完全塑性体と仮定して、いろいろの計算が簡易化される可能性は充分に利用すべきであろう。いわゆる被圧水なる異常高水圧があることがある。これにはアルトア地下水と完全封鎖地下水とがある。後者は浅層の沖積土にも存在することがあり、そのくみ上げは地盤沈下に密接な関係がある。

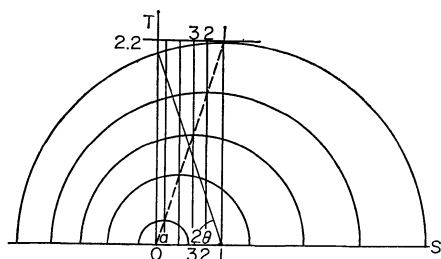
Handin, Hager, Friedman & Feather は、各種の水成岩につき、孔水圧を与えた 3 軸試験の結果を報告している。封圧を p 、軸圧を σ_0 、孔水圧を q とするならば、原著者らは、普通に行なわれているように、有効応力 σ'_a を $\sigma_a - qn_a$ であるとしている。脚標 a は主軸番号 1, 2, 3 を、 n_a は主軸上の単位ベクトルを示す記号である。このような有効応力は塑性論の立場からは不当であるが、今まで一般に行なわれてきている。ただし、*Handin* らは *Hubbert & Rubey* に従い、*Terzaghi* の面空隙を無視している。孔水圧の有効性を含水空隙に限定するかしないかについては激しい論争があった。*Terzaghi* は水平断面の面空隙比を、また *Skempton* は粒間接触面比を取りあげ、*Hubbert* らはアルキメデス原理をもって説明しようとしている。粒間接触面積比は一般にきわめて小さいので、実用的には無視されている。この対立問題には理論上のパラドックスがあるので、別の機会に詳しく説明しよう。ここでの問題は“有効応力”である。

塑性有効応力としては応力偏差を用いなければならない。すなわち (2・1) 式による計算が必要である。応力偏差主値から孔水圧を引いた残りが、塑性有効応力である。これを換算有効応力と称することにしよう。記号は σ^* とする。

Table I は *Handin* の実験結果から、封圧孔水圧の合計が 2 kbar である 5 例を引用したものである。査定応力によるモール円図は、普通の型で、破損線は傾

Table I.

		1	2	3	4	5
1	p	2.0	1.5	1.0	0.5	0
2	q	0	0.5	1.0	1.5	2.0
3	σ_1	6.3	4.8	3.4	2.0	0.5
4	σ_3	2.0	1.5	1.0	0.5	0
5	$\Sigma\sigma$	10.3	7.8	5.4	3.0	0.5
6	σ	3.4	2.6	1.8	1.0	0.17
7	S_1	2.9	2.2	1.6	1.0	0.33
8	S_3	-1.5	-1.1	-0.8	-0.5	-0.17
9	ΣS	0	0	0	0	0
10	$1/2(S_1+S_3)$	0.7	0.55	0.4	0.25	0.08
11	S_1^*	2.9	1.7	0.6	-0.5	-1.67
12	S_3^*	-1.5	-1.6	-1.8	-2.0	-2.17
13	$S_1^*-S_3^*$	4.4	3.3	2.4	1.5	0.5
14	$1/2(S_1-S_3)$	2.2	1.6	1.2	0.75	0.25
15	$+q$	2.2	2.1	2.2	2.25	2.25

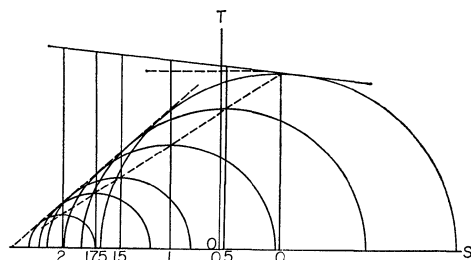
 p : given confining pressure q : pore water pressure $\sigma = 1/3 \Sigma \sigma_a$: lithostatic pressure S_a : principal values of stress deviators S_a^* : reduced effective stress, principal valuesFig. 1. Mohr diagram of stress deviators.
cf. Table I.

いている直線である (29°). 公称 k の値 $1/2(S_1-S_3) = 1/2(S_1^*-S_3^*)$ に q の値を加えると、どの場合も、 $2 \cdot 2$ (または近似値) になってしまう。この値を k_0 とすると、応力偏差主値円図 (Fig. 1) において、 $p+q$ が 2 kbar の Berea 砂岩が、安全塑性の様相を呈することがわかる。ただし、 q が大きいほど弱くなっている、この強度を k^* とすれば、 $k^* = k_0 - q$ となっている。

Table II は Handin らの報文から、 p が 2 kbar である 6 例を引き抜き、Table I と同様の計算をしたものである。 q は 0 から 2 まで、6 段階となっている。 $p+q$ は 2 から 4 まで上昇する。3 行めに破損強度が示してある。11 行めには見かけ k の値が並べてあり、これに q を加えた k_0 の値は 12 行にある。 k_0 は (1) 例から (5) 例までだいたい上昇するが、(6) 例は異例である。応力偏差円図 (Fig. 1) では、 τ_{\max} の点が一直線上にあ

Table II.

		1	2	3	4	5	6
1	p	2	2	2	2	2	2
2	q	0	0.5	1	1.5	1.75	2
3	σ_0	4.32	3.41	2.48	1.74	1.30	0.60
4	σ_1	6.32	5.41	4.48	3.74	3.30	2.60
5	$2p$	4	4	4	4	4	4
6	$\Sigma\sigma_a$	10.32	9.41	8.48	7.74	7.30	6.60
7	σ	3.44	3.14	2.83	2.58	2.43	2.20
8	S_1	2.88	2.27	1.65	1.16	0.87	0.40
9	S_3	-1.44	-1.14	-0.83	-0.58	-0.43	-0.20
10	S_1-S_3	4.32	3.41	2.48	1.74	1.30	0.60
11	$1/2(S_1-S_3)$	2.16	1.71	1.24	0.87	0.65	0.30
12	$+q$	2.16	2.21	2.24	2.37	2.40	2.30
13	S_1^*	2.88	1.77	0.65	-0.34	-0.88	-1.60
14	S_3^*	-1.44	-1.64	-1.83	-2.08	-2.18	-2.20
15	$S_1^*-S_3^*$	4.32	3.41	2.48	1.74	1.30	0.60
16	S_1+S_3	1.44	1.13	0.82	0.58	0.43	0.20
17	S_1+S_3/S_1-S_3	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$
18	$\sigma+q$	3.44	3.64	3.83	4.08	4.18	4.20

Fig. 2. Mohr diagram of reduced effective stress.
cf. Table II.

り、 σ 軸とは $71^\circ 34'$ の角度をもっている。 σ が零のときの τ の値は、円弧と τ 軸の交点で示される。この点は、どれも円の中心からの角度が $70^\circ 32'$ の半径で示される。この角度の半分が π 面の傾き、 $35^\circ 16'$ である。これらの角度は Table II の 17 行の値が $1/3$ であることから、すぐに求められる。

いわゆる内部摩擦角 29° の余角を、Handin らは断層角としているが、試料破断面の軸への傾きが、この角度になると予想した。塑性論としては $35^\circ 16'$ を予想したほうがよいことになる。実際の破断面は 35° の傾きが最も多く、少数が偏倚するにすぎない。換算有効応力円図 (Fig. 2) を見ると、垂直半径にそれぞれ q を加えた点が、円の上方に約 4° 傾いた直線上にある。

Table II の換算有効応力主値のうち S_1^* (14 行) は (4)~(6) 例が負となっており、Table I では (4), (5) が負になっている。ここでは岩石力学の慣習方便によって

圧縮応力を正としているから、負は引張りとなる。圧縮試験であるのかかわらず、換算有効応力主値が全部引張りとなっていることになる。おもしろいことに、Handin らは孔比変化も調べており、圧縮後に孔隙の増大したケースが、ちょうど、いま述べた事例に一致している。この因果関係は、さらに検討を要する課題であろう。ここでいえることは、“孔水圧 q が封圧 p に比べて大きいと、有効応力が引張りになる”である。Table II の(3)は $p:q$ が 2:1 であるが、(4)では 4:3 となっている。全有効応力成分が引張りになる限界は、この中間にはさまれているわけである。

比重の高い水溶液を坑井内に圧入し、油層にき裂を作り、石油等の回収を良好にする作業を fracturing という。この場合き裂が水平にできるか、垂直にできるかについて、Hubbert は後者を主張し、前者はただ自然の横圧力が働いている造山帯（カリフォルニア）に限ると論じた。Reynolds はアイソトープを用い、水平き裂が多い事実を認め、また Poollen は坑井内液圧を高めると垂直に、油層内に浸透させると水平に割れるとしている。

孔水圧が高まり、同時に坑内圧が高ければ、岩層は僅少の差圧で破断し、坑井中心から放射状に走る垂直破断ができるだろうが、このとき換算有効応力が引張りだけの場合には、水平の破断、あるいは地層面に平行な破断が可能であることが考えられる。

一般に断層に接近すると水の透過が良好である。この部分は、いわゆる破砕帯で、破断が密集する。弾性蓄積エネルギーの解放によって“ふくらみ”が付くことも考えられている。この両理由のほかに、孔水圧の効果を加えるべきであろう。

5 内部摩擦角について

岩石力学では、Mohr の円図で説明できる破損学説と、Coulomb の内部摩擦説とが、ほとんど定説のように広く行なわれている。クーロムの方程式は、土について考えられる応力ベクトル成分間の関係を記述するから、したがって、土に準ずる凝固未了の水成岩についても適用されるのは当然ではある。土のような分離粒体のすべりに対する抵抗は、内部摩擦と、粘着とに起因するとする。定数 ϕ と c とを、それぞれ、内部摩擦角および凝集係数と呼んでいる。これらは、また、助変数として、分離粒体の全抵抗の特長を示すものとも考えられる。

平面問題において特性線が、完全塑性では直角に、交わるが、内部摩擦説では一般には直角でない。実験の結果ではすべり線群（特性線群）が直角に交わらない例が多く、内部摩擦の理論角とかなりよく合うと思われている。しかし、内部摩擦角がなんであるか、適正な解釈はまだ与えられていない。破損線の傾きは、

単に静岩圧の増大に伴う強度の上昇を表わすにすぎないともいわれている。

封圧を高めると降伏点が上昇する。低封圧では、もろい性質を示す岩材も、封圧を高めると、しだいに降伏点が高まるとともに、よく延びる性質が、硬化を伴いつつ表現される。中間には、たいがいの実験例で、完全塑性の応力ひずみ関係を指定する封圧が認定されている。なぜ降伏点が高まるか；おそらく緊密化により粒間連絡が増強するのではなかろうか；なお研究すべき課題である。もしそうだとすると、岩石が引張りに弱い事実も見かけだけかもしれない。

内圧で鉄管が縦に裂けるのは、見かけ上引張破断であるが、Thomas によるとそうではない。管の内径を a 、外径を b とし、内圧を p とすると、 $p=2k \log b/a$ に達すると θ 面のあるものが裂開面となり、この上では σ_r の不連続が無限大に近づく。この破断面は次節で述べる Π 面の一種と考えられる。

岩盤の節理系と小断層系とは、直交するものではないものがある。均質等方の厚い地層や火成岩体には、あまり激しい変動を受けたものでなければ、直交系が目だつものである。異方性結構の顕著な岩石では、初期の破損による、これらの系が直交しない。均質層で直交する系が異方層の境界で屈折する例は、そう乏しいものではない。なお、大きい変動では、一度できた直交すべり面族が回転する。第4節でも、破損線とその傾きが意味ないことを述べた。

結論として多くの岩石は、それぞれある定まる条件の下で完全塑性の挙動をするもので、ある任意条件の下においての性状は、なお検討を要するが、見かけ上のものである理由をつきとめられると予想できる。

6 不連続面

地震は弾性波と、その振動ではあるが、大きい地震には塑性波を伴うものと考えられる。新潟地震(1964)では、栗島が 1 m ~ 1.4 m 上昇した。この東の海底に鶴田均二氏の仮想する断層があり、一般に西側の隆起と、東側の微小な沈降とが見られる。この断層は向斜断層のタイプに属し、新潟向斜の底線に沿う高角逆断層である。もとは西側の塑性域を区画する不動の限界面であったが、東側が塑性化するとともに断層として残存した。このような面を Π 面と称することとした。

Π 面については粒子速度の垂線成分に不連続がなく、接線成分は、ある有限時に無限大に近接する。応力は Π 面を横断して不連続がない。もし、水平に単一圧縮が働くならば、 Π の傾斜は $54^{\circ}44'$ ($35^{\circ}16'$ の余角) である。 Π は不動であるから波面ではない。

Π 面で画される塑性域内には、他の塑性不連続面がある。これらに前進するものがある。前進する不連続

面を波面と定義する。

塑性波理論は Rakhmatulin に始まるといわれており、東ヨーロッパで盛んに論議されてきたが、針金や細い棒についての、単純化した近似解しか得ておらない。基準を準線型波の方程式におく。\$G\$ を波面速度、\$u\$ を変位とすると、次のようである。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

塑性応力ひずみ関係 \$\sigma = \sigma(\epsilon)\$ が、実験によって知られるならば、

$$G = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right)^{1/2} \quad (2)$$

によって速度が求められる。

波の解析について、もう一つの近接法は、Hadamard に始まる不連続性の条件に基本をおく。表面 \$S\$ を横切り粒子速度や応力などの成分そのものに不連続がないとき、それらの第一偏導関数に不連続があれば、(3)は消えない。

$$[f_{i1}] = \lambda_i n_i \quad (3)$$

\$\lambda\$ は \$\partial f / \partial n\$ であり、\$n_i\$ は \$S\$ の単位垂線ベクトルである。\$[\]\$ は、その内に記され関数についてのジャンプ（不連続の量）である。すなわち \$[f] = f_I - f_{II}\$ である。ここで \$I\$ は塑性区域、\$II\$ は非塑性区域を指示する。\$S\$ は \$I\$ から \$II\$ へ進むものとする。\$f\$ がスカラーでないならば、(4)が零にならない。

$$[f_{ijn}] = \lambda_i n_j \quad (4)$$

(3)と(4)で代表される成分のうち、どれかが消えないならば \$S\$ は特異面であって、広い意味では波面である。(3)と(4)を、これらの関数についての一次適合性の幾何条件という。\$S(t)\$ として波面を表わすとき、適合性の運動条件は次のようになっている。ドットは \$\partial f / \partial t\$ の略記号とする。

$$[\dot{f}_i] = -\lambda_i G \quad (5)$$

\$[v_i] = 0\$, \$[\sigma_{ij}] = 0\$ であって、\$[v_{ijn}]\$ と \$[\sigma_{ijn}]\$ とのそれぞれにつき、どれかの成分が消えない一次波面 \$\Sigma(t)\$ を考えてみる。波面伝搬のスピード \$c = G - \bar{v}_n\$ において、塑性粒子速度垂線成分 \$\bar{v}_n\$ は、\$[v_i]\$ に相当するから消える。したがって伝搬スピードは波面速度と同じになる。単一圧縮応力が \$x_2\$ 軸方向に働くものとする、

$$G^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (6)$$

をすぐに導き求めることができる。\$\mu\$ はラーメ数（剛性率）である。この速度は弾性等体積波の速度と同じ値である。降伏条件が満たされると、弾性 \$S\$ 波と一緒に塑性波が伝わるものといえる。\$II\$ 面に区画された塑性域が、始めから全部塑性を呈するのではなく、上記の単一圧縮が板状岩体すなわち水成岩の累層に与えられると、\$x_2 x_3\$ 面が波面 \$\Sigma(t)\$ となることが考えられる。

塑性波は、このように単純なものばかりではなく、複雑な組み合わせであるように思われている。爆破や地震などには、塑性ショック波ができることも可能である。この場合には \$[v_i]\$ が消えない。ショック波面を \$\Sigma^*\$ とする。変位 \$u_i\$ には \$[u_{ijn}] = \eta_i n_j\$ なるジャンプがあるとすると、\$[v_i] = -\eta_i G\$ で示される。連続体について、動力学的不連続の条件として次の関係がある。ただし添字 \$I\$ は \$\Sigma^*\$ の内側（後側）、\$II\$ は外側（前側）を指示する。

$$\rho_I (v_{In} - G) = \rho_{II} (v_{In} - G) = -m \quad (7)$$

$$[\sigma_{ij}] n_j = \rho_I (v_{In} - G) [v_i] \quad (8)$$

(7)の \$m\$ は \$\Sigma^*\$ の単位面積ごとに通る質量である。単一応力 \$\tau\$ が \$n_j = (010)\$ に向いて働いているとすると、\$[\sigma_{22}] = \tau = -\rho G^2 \eta_2\$ となっている。完全塑性体の塑性波としては非回転波（\$P\$ 波）が無視できる。ショック波も (6) と同じスピードが可能である。しかし、一般的な関係は、

$$\rho G^2 = \frac{[\sigma(\epsilon)]}{[\epsilon]} \quad (9)$$

で表わすものであるが、塑性応力ひずみ関係としては、右辺がひずみ硬化を表わすものとし、うけとられない。

\$\Sigma(t)\$ および \$\Sigma^*(t)\$ の伝搬スピードが(6)で与えられないものがあるとする。すなわち、

$$(G - v_n)^2 \neq \frac{\mu}{\rho} \quad (10)$$

だとする。そうすると平面問題単一応力を仮定したとき、

$$c^2 = (G - v_n)^2 = \frac{\tau^2}{3k^2} \frac{\mu}{\rho} \quad (11)$$

が考えられる。\$\tau = \sqrt{3} k\$ に達すると、伝搬は弾性 \$S\$ 波と同じ速さになる。\$\tau < \sqrt{3} k\$ ではこれよりも遅く伝わる。

塑性区域内には第三の波面としての \$\Gamma\$ 面がある。\$\Gamma\$ は特性面、すなわち最大接線応力面であって、これを横切っては \$[p_n]\$ と \$[v_{ijn}]\$ のそれぞれにつき、どの成分かが零にならないとき、静地圧 \$p\$ について一次波面、速度について二次波面となることがありうる。しかし、\$\Gamma\$ に沿うすべりが大きいと、その損傷面は不動となる。\$\Gamma\$ の一対のうち片族は \$\Pi\$ 面に包絡する。

地層のしゅう曲は剛性運動（外の変位と回転）を伴う塑性変形（内の変位と回転）である。潜塑性の流れで、ゆっくりとしゅう曲が強化するが、地震のショックにより急激な強化が起こるように思われる。しかし、一瞬にして背斜構造が盛りあがるわけではなく、1 m 内外の隆起はマグニチュード 8 ほどの大地震に伴うものであるといえよう。

地震の被害は沖積土の軟弱地盤上に大きい。振動のため間接塑性波が発生する可能性が考えられる。新潟

地震では砂丘と河成地盤の境界に、砂丘下へ傾く、二次的II面ができた感があり、砂丘斜面の地表では反副断層 (Antithetic subfault) が出現し、その shift (総移動量) は1mを越すものがあった。

7 結 言

岩石力学の分野において塑性論に関連した課題がたくさん残されている。ここでは、それらの要点を雑然と並べただけで、まとめた簡条書をあえて省略する。ただ扉をたたいただけで、開けられるのを待つばかりである。

(昭和39年11月11日 岩の力学国内シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) Griggs, D.T., Jour. Geol., **47**, 225 (1939).
- 2) Ramberg, H., Bull. AAPG, **47**, 484 (1963).
- 3) Biot, M.A., Bull. Geol. Soc. Am., **72**, 1595 (1961).
- 4) Wessel, E.T., ASTM STP, **283**, 99 (1960).
- 5) Cristescu, N., Proc. II, Symp. Nav. Str. Mech., 385 (1960).
- 6) Hill, R., Progress in Solid Mechanics, II, 247 (1961).
- 7) Thomas, T.Y., Plastic Flow and Fracture in Solids (1961) New York.
- 8) Haythornthwaite, R.M., Proc. II. Symp. Nav. Str. Mech., 185 (1960).
- 9) Robinson, L.H., Quart. Colorado Sch. Mines, **54** No. 3, 179 (1959).
- 10) Handin, J., R.V. Hager, M. Friedman, and J.N., Feather. Bull. AAPG, **47**, 717 (1963).
- 11) Hubbert, M.K., and W.W. Rubey, Bull. Geol. Soc. Am., **70**, 115 (1959), **71**, 617 (1960).
- 12) Skempton, A.W., Pore Pressure and Suction in Soil, 4 (1961) London.
- 13) Handin, J. and R.V. Hager, Bull. AAPG, **41**, 1 (1957).
- 14) Hubbert, M.K., and D.G. Willis, AIME trans., **210**, 153 (1957).
- 15) Poollen, H.K. von Quart, Colorado Sch. Mines, **52**, No. 3, 115 (1957).
- 16) Nishihara, M., K. Tanaka, and T. Muramatsu, Proc. 7th. Jap. Cong. Test. Mat., p.154 (1964).
- 17) Booser, G.D., K.H. Hiller, and S. Serdengeeti, Rock Mechanics, Proc. V. Symp., 579 (1963).