

接触问题实体建模及有限元法仿真实现

冯伟,周新聪,严新平,汪选国

(武汉理工大学可靠性工程研究所,武汉 430063)

摘要: 接触问题是摩擦学问题分析中重要的一部分,由于接触问题的非线性,使得工程分析研究较为困难。文中以球体静态接触为对象,建立模型并推导出赫兹接触应力、变形公式。通过利用有限元分析软件,采用点-面接触分析,对 ANSYS 有限元分析计算结果与推导公式计算的解进行比较,指出利用 ANSYS 求解实体表面接触问题是准确可靠的。研究表明,采用 ANSYS 有限元分析软件为分析摩擦学的表面接触问题提供了方法与途径。

关键词: 接触问题; 有限元法; 仿真; 接触单元

中图分类号: TB 125

文献标识码: A

文章编号: 1671-4431(2004)06-0052-04

The Entity Modeling of Contact Problem and its Simulation Realization by Finite Element Method

FENG Wei, ZHOU Xin-cong, YAN Xin-ping, WANG Xuan-guo

(Reliability Engineering Institute, WUT, Wuhan 430063, China)

Abstract: Contact problem is an important portion in the tribological problem analysis, because the non linearity of contact problem makes the engineering analysis and research relatively difficult. Sphere contact as object, contact stress and distortion formula of Hertz are deduced theoretically from the modeling. Through the use of finite element analysis software and adopting point-surface contact analysis, the results of ANSYS and the solutions deduced from formula are being compared; the outcome is exact and reliable by making use of ANSYS to look for solutions. The research results show it provides a solution and approach by using ANSYS finite element analysis software to analyze surface contact problem of tribology.

Key words: contact problem; finite element method; simulation; contact element

摩擦、磨损与润滑是在零件表面进行的。了解和研究摩擦表面的接触原理是解决摩擦学各种问题不可缺少的部分。因此,首先需要了解固体表面的接触过程、状态与性质。对金属材料,在大多数接触状况下常常是弹塑性变形同时存在^[1]。

由于许多工程表面的接触问题,在宏观上一般是圆弧形物体接触,即便在微观上实际表面的接触也是成圆弧的微凸体接触。如滚动轴承、齿轮的轮齿啮合、摩擦轮传动等。目前圆柱体接触和球对平面接触问题已有不少相关的研究,因此采用形状对称、不同大小的球体接触模型比较符合实际,容易用有限元分析方法和采用 CAE(计算机辅助工程)软件来计算或仿真接触体的变形、应力分布、接触面积和摩擦磨损等,并且这种模型受载后其压力分布可用赫兹定理来处理或检验。

收稿日期:2003-12-26.

基金项目:湖北省自然科学基金(2002AB017).

作者简介:冯伟(1976-),男,硕士生. E-mail: fengw@mail.whut.edu.cn

1 接触体的计算模型

1.1 球面接触建模的基本假设

1)组成球体的材料是线性弹性的,变形较小;2)接触表面具有连续性,不会产生分离;3)2 球体表面无摩擦。若 2 球体在集中载荷作用下有相对运动趋势,则在接触面上产生的静摩擦力遵守库仑定律^[2];4)接触面的力学边界和几何边界条件均用节点力和节点位移表示。

1.2 两弹性球体接触几何模型与计算

设产生接触的 2 个球体半径分别为 R_1 和 R_2 ,当没有加压时,2 球体仅在 O 点接触,如图 1 所示。当 R_1 的球体顶端受一法向集中力 P 后,设接触点附近出现一个边界为圆形的接触区。令 M_1 沿 Y_2 方向的位移为 u_1 , M_2 沿 Y_1 方向的位移为 u_2 , u_1 和 u_2 都是压缩变形。此时离公法线为 r 的 M_1 及 M_2 点距公共切面的距离分别为 y_1 和 y_2 。根据假设 1),如果 M_1 、 M_2 靠 O 点很近,则 $r \ll R_1$ 、 R_2 。由图 1 几何关系,有

$$\begin{cases} y_1 \approx R_1 - \sqrt{R_1^2 - r^2} \approx r^2/(2R_1) \\ y_2 \approx R_2 - \sqrt{R_2^2 - r^2} \approx r^2/(2R_2) \end{cases} \quad (1)$$

设 2 点之间的距离缩短量为 Δ ,则当 M_1 和 M_2 已经相互靠拢而变成一点时,则有

$$\Delta = (u_1 + u_2) + (y_1 + y_2) \quad (2)$$

将式(1)代入式(2)得 $u_1 + u_2 = \Delta - (y_1 + y_2) = \Delta - \frac{R_1 + R_2}{2R_1R_2}r^2$ (3)

这里,直接应用赫兹给出的作用于 2 个相互接触的无摩擦弹性旋转体之间的压力分布表达式^[2]

$$p = p_0[1 - (r/a)^2]^{1/2} \quad (4)$$

所产生的法向位移^[2]为 $u|_{r < a} = \frac{1 - \mu^2}{E} \frac{\pi p_0}{4a} (2a^2 - r^2)$ (5)

式中, E 为材料的弹性模量; μ 为材料的泊松比; a 为接触区圆的半径; p_0 为接触压力的最大值^[2],且有 $p_0 = 3P/(2\pi a^2)$ 。将式(5)代入式(3),对任何 r 均成立,可得 $(k_1 + k_2) \frac{\pi^2 p_0 a}{2} = \Delta$ (6)

$$(k_1 + k_2) \pi^2 p_0 / (4a) = (R_1 + R_2) / (2R_1R_2) \quad (7)$$

式中, $k_1 = (1 - \mu_1^2)/(\pi E_1)$, $k_2 = (1 - \mu_2^2)/(\pi E_2)$,联解式(6)和式(7)得所需要的理论计算目标参量^[2,3]

$$a = \sqrt[3]{3\pi P(k_1 + k_2)R_1R_2/[4(R_1 + R_2)]} \quad (8)$$

$$\Delta = \sqrt[3]{9\pi^2 P^2(k_1 + k_2)^2(R_1 + R_2)/(16R_1R_2)} \quad (9)$$

$$p_0 = 3P \sqrt[3]{\{[4(R_1 + R_2)/[3\pi P(k_1 + k_2)R_1R_2]]^2/(2\pi)\}} \quad (10)$$

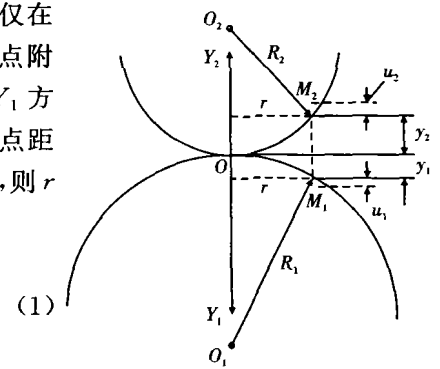


图 1 球体接触几何模型

2 有限元法仿真实现

2.1 两球体模型仿真实例的实现

采用有限元法对于求解球体接触问题,分析变载荷作用下的变形、应力分布等有比较好的适应性,亦能更真实地反映接触应力的分布情况和输出所需要的参数值等。对上述接触实体问题利用 ANSYS 软件进行求解,该软件是美国 ANSYS 公司研制的大型通用有限元分析软件,已经广泛应用于现代工业的各个领域。为了计算方便,取 2 球体为同种材料,碳钢或低合金钢,其弹性模量为 200 GPa,泊松比为 0.3,假设上球体半径 $R_2=10$ mm,下球体半径 $R_1=15$ mm,集中载荷作用于上球体。图 2 为 2 球体接触网格有限元模型,采用 4 节点的 Quad node 42 实体单元,网格采用映射划分,接触单元采用点-面接触方式。由于对称关系,可取 1/4 模型进行仿真计算。同时该问题也是一个轴对称问题,也可按轴对称模型求解。

ANSYS 有限元分析结果的精度取决模型网格尺寸。在划分网格时,接触部位的网格尺寸要小于接触椭圆短半轴的长度,当接触部位的网格尺寸小于接触椭圆短半轴的 50%时,有限元分析结果已足够精确^[4]。在

本模型中椭圆短半轴和长半轴相等,即接触区为圆形。模型总节点数1 922,单元数1 840,其中接触单元为40个,图2中右上角为接触区网格放大图。由式(10),在 $P=500\text{ N}$ 时,代入参数计算得 $a=0.27\text{ mm}$,而接触区网格为 0.1 mm ,因此已经满足分析的精度要求。对整个接触仿真模型,为加快求解速度,接触区外的其余部分可用较大的单元表示。

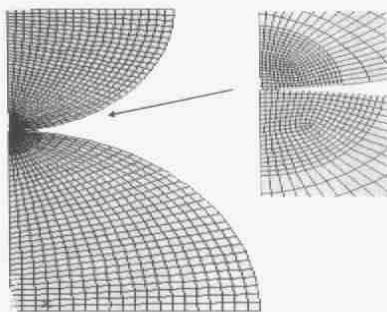


图2 两球体接触网络模型

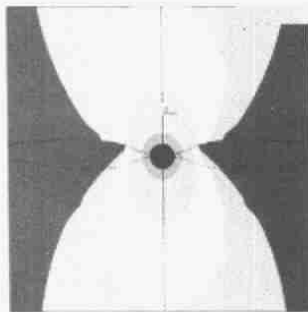


图3 Y方向应力分布云图

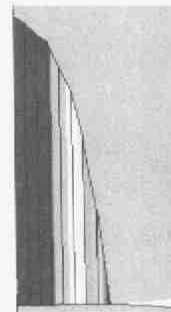


图4 接触面上的压力分布云图

求解后进入ANSYS后处理器,可获取应力、接触区压力和变形等图形仿真结果,图3、图4分别是在 $P=4\text{ kN}$ 时仿真出的Y向应力分布云图和接触区压力分布云图。Y向应力分布云图清楚地反映出半球平面上的应力分布情况及大小,图3中心区(深色)压力最大,由里到外逐渐变小,左右边缘为拉应力区。而接触区压力分布云图亦能帮助理解接触区压力分布情况,其形状为1/4椭圆,当取负值时,即为接触压应力。图4从左到右接触压力逐渐减小,由于变形图在图形窗口中需放大才能清楚显示,在此未提供。

2.2 变载荷下球体接触应力、变形计算与仿真结果比较分析

2球体模型接触应力和变形计算方法有2种:即以上推导的赫兹接触应力公式、变形计算公式计算与有限元接触仿真分析计算。由于接触体材料相同,且 $\mu=0.3$,对公式(9)、公式(10)简化处理得

$$\Delta = 1.23 \sqrt{P^2(R_1 + R_2)/(E^2 R_1 R_2)} \quad (11)$$

$$p_0 = 0.388 \sqrt[3]{PE^2(R_1 + R_2)^2/(R_1^2 R_2^2)} \quad (12)$$

为了让理论计算结果与仿真结果做确切的对比分析,在此通过改变载荷的大小分别对接触应力、变形做了11组数据。从式(11)、式(12)可以看出,力与接触应力、变形成指数关系,通过编程计算理论值与仿真值并在MatLab中实现曲线的三次拟合,得图5和图6。两图实线为计算拟合线,从中看出,仿真值与计算值存在一定的误差,但其趋势是一致的。表1为 $P=4\text{ kN}$ 和 5.5 kN 的计算与仿真数值对比情况,选择 $P=4\text{ kN}$,可在图5中看到接触压力分布云图,而 $P=5.5\text{ kN}$,是在所做的11组数据中误差最大。从产生的误差分析,存在2种情况,一是从材料上分析,当所加载荷超过材料弹性极限时,材料将会产生塑性变形,继而产生残余应力,由于残余应力的存在,致使接触面的分布压力将发生变化;二是从球体物理模型上分析,误差主要包括单元本身、单元离散、几何、边界范围和计算模型处理方法等的误差。对第1种情况处理,需对赫兹接触压力分布予以修正,以满足工程分析的需要;对第2种情况,可以使用更多的或更精确的单元、更合适的接触刚度和更精确的几何实体模型解决。在此实例中,ANSYS仿真结果中的接触区的应力和接触实体变形与模型推导公式的解(即赫兹解)吻合得很好。

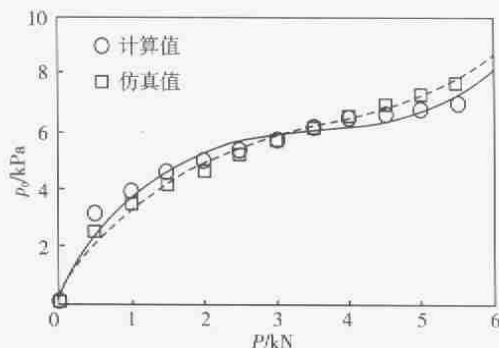


图5 接触应力计算值与仿真值比较曲线图

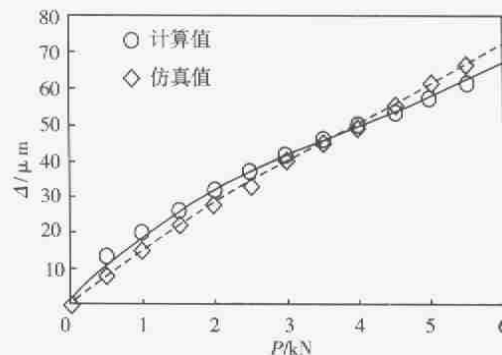


图6 接触变形计算值与仿真值比较曲线图

表 1 接触应力、变形计算值与仿真值数值比较

P/kN	$p_0(\text{仿真值})/\text{Pa}$	$p_0(\text{计算值})/\text{Pa}$	应力误差/%	$\Delta(\text{仿真值})/\mu\text{m}$	$\Delta(\text{计算值})/\mu\text{m}$	变形误差/%
4	6 600	6 379	3.5	50.7	49.9	1.6
5.5	7 716	7 093	8.8	66.4	61.7	7.6

3 结 论

a. 上述建模与计算表明,采用有限元法分析与仿真在工程中是准确可靠的,特别是随着国外 CAE 软件进入我国,将给工程分析带来高效、精确的辅助分析。

b. ANSYS 有限元分析软件在解决非线性接触问题时,有限元分析结果的精度取决于正确的建模和模型网格尺寸。

参考文献

[1] 霍林 J. 摩擦学原理[M]. 北京:机械工业出版社,1981.
[2] Johnson K L. 接触力学[M]. 徐秉业译. 北京:高等教育出版社,1992.
[3] 李润方,龚剑霞. 接触问题数值方法及其在机械设计中的应用[M]. 重庆:重庆大学出版社,1991.
[4] 王大力,孙立明,单立兵,等. ANSYS 在求解轴承接触问题中的应用[J]. 轴承,2002,(9):1~4.

(上接第 51 页)

参考文献

[1] 马知恩,周义仓. 常微分方程定性方法与稳定性[M]. 北京:科学出版社,2003.
[2] 杨绍普,申永军. 滞后非线性系统的分岔与奇异性[M]. 北京:科学出版社,2003.
[3] 斯托克 J J. 力学及电学系统中的非线性振动[M]. 秦惠芳,苏 蔚译. 上海:上海科技出版社,1963.
[4] 陈予恕. 非线性振动[M]. 天津:天津科学出版社,1983.
[5] Hagfeh A H. Applied Nonlinear Dynamics[M]. New York:New York Academy of Sciences,1995.