# SAE 2.02
# Exploration Algorithmique
## Recherche du plus court chemin dans un graphe




Hugo COLLIN, Solène FAURE, S2B


BUT INFO 1A - 16/06/2022

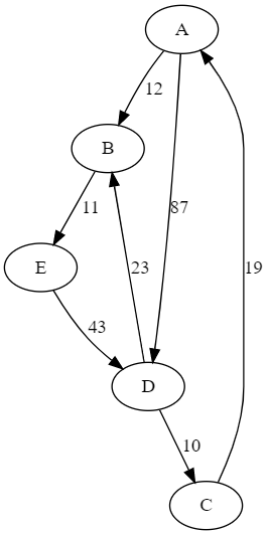
## I. Représentation d'un graphe

Dans le cadre de la SAE S2.02, il nous a été demandé d'implémenter des algorithmes de recherches de chemins minimaux dans un graphe en langage Java, afin de pouvoir appliquer ces méthodes sur des objets de type Labyrinthe par exemple.

Cela nous a d'abord amené à représenter un graphe en Java. Pour cela, nous avons créé une interface Graphe (qui sert à leur représentation) ainsi que plusieurs classes : la classe Noeud (qui représente les différents nœuds, ou sommets, d'un graphe), la classe Arc (qui représente les différents arcs d'un graphe reliant les nœuds), et la classe GrapheListe implémentant l'interface Graphe (qui représente les données d'un graphe).

Nous avons donc programmé les méthodes demandées dans ces différentes classes, tout en réalisant des tests lors de la conception. Par ailleurs, nous nous sommes aussi occupés de la méthode toGraphviz dans la classe GrapheListe. Cette méthode renvoie une String encodée de manière à pouvoir être interprétée par Graphviz, ce qui permet d'obtenir un affichage du graphe. Nous nous sommes par ailleurs occupés de la génération d'objets Graphe à partir de fichiers.

**[Question 10]** Graphe créé avec le résultat de la méthode toGraphviz() →




## II. Calcul du plus court chemin par point fixe (Bellman-Ford)

Par la suite, nous avons commencé à réaliser les algorithmes. Nous devions tout d'abord réfléchir à la manière de structurer l'algorithme de point fixe. Cette méthode consiste à calculer le chemin minimal pour tous les sommets, puis à recommencer jusqu'à arriver à un "point fixe", c'est-à-dire un état stable qui établit les chemins minimaux entre les sommets. Cet algorithme est aussi connu sous le nom d'algorithme de Bellman-Ford.

Il nous a été demandé en premier lieu d'écrire l'algorithme (cf. page suivante). Nous l'avons ensuite implémenté en Java, comme méthode dans une classe dédiée, en utilisant la classe Valeur fournie.

Nous avons ensuite utilisé cette méthode dans un main et nous avons réalisé les tests correspondants. Nous avons finalement codé la méthode suivant permettant de retourner la liste des arcs, c'est-à-dire les chemins menant à d'autres nœuds, partant de ce nœud.

**[Question 13]**

```
fonction pointFixe (Graphe g InOut, Noeud depart)
début
// initialisation
L(depart) <- 0
pour i allant de 0 à g.listeNoeuds().size() faire
        si g.listeNoeuds().get(i) =/= depart faire
                L(g.ListeNoeuds().get(i)) <- + infini
        fin si
fin pour
// fin initialisation
// étapes
boolean pointFixe = faux
tant que (!pointFixe) faire
        pointFixe <- vrai
        pour i allant de 0 à g.ListeNoeuds().size() faire
                pour j allant de 0 à g.suivants(g.ListeNoeuds().get(i)).size faire
                        tmpNoeud <- g.suivants(g.listeNoeuds().get(i)).get(j).getDest()
                        tmpActualVal <- L(tmpNoeud)
                        tmpNewVal <- L((g.listeNoeuds().get(i)) +
                        g.suivants(g.listeNoeuds().get(i)).get(j).getCout()
                        si (tmpNewVal < tmpActualVal) faire
                                L(tmpNoeud) <- tmpNewVal
                                L(tmpNoeud).setParent <- g.listeNoeuds().get(i)
                                pointFixe <- faux
                        fsi
                fpour
        fpour
ftantque
fin
```

***Lexique***:

*g : Graphe, graphe étudié*
*depart : Noeud, noeud d'origine du chemin recherché*
*L : valeur de la distance entre le noeud d'origine et le noeud en paramètre de L*
*i : entier, itération*
*pointFixe : booléen, vrai si deux étapes successives se répètent (c'est-à-dire il n'y a eu aucun changement entre deux étapes). Il correspond à l'état de point fixe.*
*j : entier, itération*
*tmpNoeud : Noeud, valeur courante du Noeud de destination par rapport au Noeud étudié dans la boucle.*
*tmpActualVal : réel, valeur courante de tmpNoeud (L(tmpNoeud))*
*tmpNewVal : réel, valeur courante du Noeud étudié dans la boucle additionnée au coût de l'arc le reliant à tmpNoeud*

## III. Calcul du meilleur chemin par Dijkstra

Il nous restait alors à implémenter le deuxième algorithme de recherche de chemin dans un graphe, l'algorithme de Dijkstra. Étant donné qu'on nous fournissait l'algorithme, nous avons dû le retranscrire en code Java dans une classe dédiée, avec ses tests unitaires correspondant et le main permettant de l'utiliser.

Cette partie était globalement similaire à la partie 2 sur l'algorithme de Bellman-Ford.

## IV. Validation et expérimentation

Dans cette partie, il nous a été demandé d'évaluer les performances des algorithmes implémentés précédemment et de les comparer (comprendre leurs différences et en quoi ils apportent quelque chose par rapport à l'autre).

**[Question 21]** Nous avons pu observer que :

- L'algorithme de Bellman-Ford applique le calcul du plus court chemin sur tous les sommets du graphes à chaque itération, jusqu'à ce que 2 itérations donnent des résultats identiques.
- L'algorithme de Dijkstra applique le calcul du plus court chemin pour un nœud jusqu'à trouver le plus court chemin pour ce nœud, avant de passer au suivant.

**[Question 22]** On peut ainsi conclure qu'avec l'algorithme de Bellman-Ford, on peut espérer un nombre plus faibles ou plus élevé d'itérations pour trouver le chemin le plus court, tandis qu'avec l'algorithme de Dijkstra, on a besoin d'effectuer autant d'itérations que de noeuds dans le graphe.

**[Question 23]** Nous avons mesuré le temps d'exécution des deux algorithmes sur des graphes de différentes tailles, avec comme point de départ le sommet "A" et comme point d'arrivée le sommet "E".

D'après les résultats obtenus (cf. ci-derrière), l'algorithme de Dijkstra est plus efficace que celui de Bellman-Ford (en termes de rapidité de temps d'exécution).

L'algorithme de Bellman-Ford est plus facile à appréhender et à implémenter, mais il a des performances moindres à celui de Dijkstra.

| | bF:E | Dj:E |
|---|---|---|
| Graphe1.txt | 107300 | 9100 |
| Graphe2.txt | 4600 | 3800 |
| Graphe4.txt | 11100 | 3200 |
| Graphe5.txt | 9300 | 3200 |
| Graphe11.txt | 4800 | 2700 |
| Graphe12.txt | 5100 | 3200 |
| Graphe13.txt | 6800 | 2700 |
| Graphe14.txt | 7800 | 5500 |
| Graphe15.txt | 6600 | 3900 |
| Graphe21.txt | 6800 | 3700 |
| Graphe22.txt | 6700 | 4800 |
| Graphe23.txt | 9700 | 11600 |
| Graphe24.txt | 9000 | 12200 |
| Graphe25.txt | 9000 | 15900 |
| Graphe31.txt | 9600 | 9800 |
| Graphe32.txt | 6000 | 6000 |
| Graphe33.txt | 6900 | 6000 |
| Graphe34.txt | 17300 | 17400 |
| Graphe35.txt | 7800 | 14700 |
| Graphe41.txt | 9900 | 17300 |
| Graphe42.txt | 9600 | 18200 |
| Graphe43.txt | 10600 | 19300 |
| Graphe44.txt | 9900 | 17500 |
| Graphe45.txt | 10800 | 17500 |
| Graphe51.txt | 9700 | 21400 |
| Graphe52.txt | 17800 | 17900 |
| Graphe53.txt | 9800 | 18300 |
| Graphe54.txt | 9500 | 21100 |
| Graphe55.txt | 10200 | 17700 |
| Graphe61.txt | 12400 | 17900 |
| Graphe62.txt | 8700 | 16900 |
| Graphe63.txt | 8300 | 3712300 |
| Graphe64.txt | 13400 | 16900 |
| Graphe65.txt | 18600 | 19500 |
| Graphe71.txt | 9300 | 16400 |
| Graphe72.txt | 10700 | 16700 |
| Graphe73.txt | 8900 | 16000 |
| Graphe74.txt | 9600 | 16600 |
| Graphe75.txt | 15000 | 16700 |

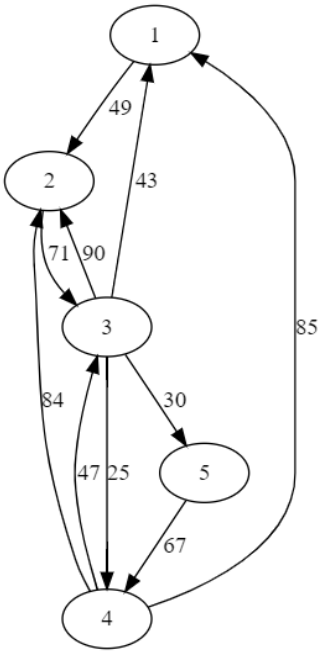
| | bF:E | Dj:E |
|---|---|---|
| Graphe81.txt | 17800 | 17900 |
| Graphe82.txt | 14000 | 16500 |
| Graphe83.txt | 10400 | 17000 |
| Graphe84.txt | 16700 | 15700 |
| Graphe85.txt | 11800 | 16400 |
| Graphe91.txt | 12000 | 16900 |
| Graphe92.txt | 10700 | 16500 |
| Graphe93.txt | 16700 | 17500 |
| Graphe94.txt | 10300 | 16200 |
| Graphe95.txt | 18100 | 16100 |
| Graphe101.txt | 9600 | 8800 |
| Graphe102.txt | 9900 | 8200 |
| Graphe103.txt | 11400 | 9300 |
| Graphe104.txt | 10400 | 22200 |
| Graphe105.txt | 13000 | 11000 |
| Graphe201.txt | 16800 | 19700 |
| Graphe202.txt | 16900 | 19800 |
| Graphe203.txt | 18100 | 20300 |
| Graphe204.txt | 14000 | 18500 |
| Graphe205.txt | 17400 | 17700 |
| Graphe301.txt | 20300 | 19900 |
| Graphe302.txt | 17000 | 18500 |
| Graphe303.txt | 17900 | 20200 |
| Graphe304.txt | 23100 | 17900 |
| Graphe305.txt | 21700 | 21100 |
| Graphe401.txt | 22500 | 21300 |
| Graphe402.txt | 21200 | 21800 |
| Graphe403.txt | 26800 | 23000 |
| Graphe404.txt | 21300 | 21100 |
| Graphe405.txt | 23900 | 22800 |
| Graphe501.txt | 22300 | 21400 |
| Graphe502.txt | 23900 | 22282200 |
| Graphe503.txt | 20500 | 22200 |
| Graphe504.txt | 21600 | 22100 |
| Graphe505.txt | 24700 | 21700 |
| Graphe601.txt | 30000 | 22100 |
| Graphe602.txt | 26000 | 21800 |
| Graphe603.txt | 24100 | 22500 |
| Graphe604.txt | 28200 | 21900 |

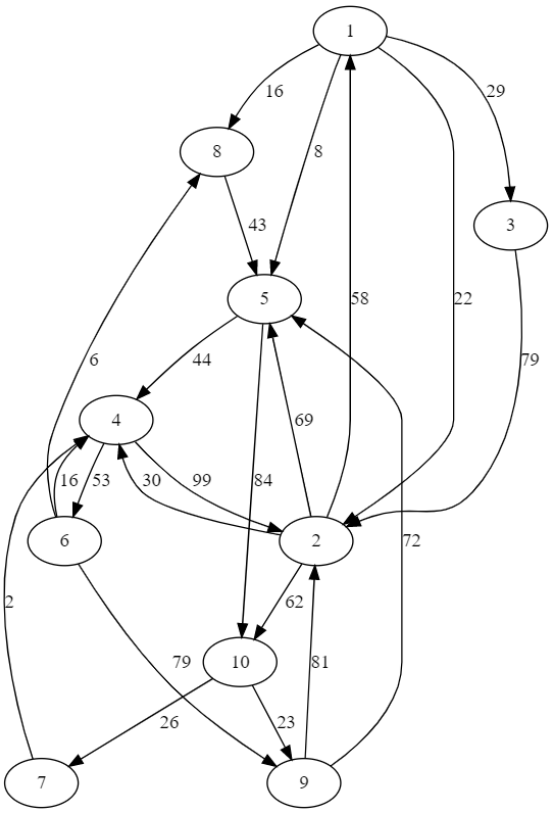
| | bF:E | Dj:E |
|---|---|---|
| Graphe605.txt | 4482100 | 19600 |
| Graphe701.txt | 18400 | 19900 |
| Graphe702.txt | 19700 | 19400 |
| Graphe703.txt | 18100 | 18300 |
| Graphe704.txt | 17300 | 19500 |
| Graphe705.txt | 17800 | 17400 |
| Graphe801.txt | 24000 | 17800 |
| Graphe802.txt | 23500 | 19100 |
| Graphe803.txt | 24900 | 19000 |
| Graphe804.txt | 21400 | 19600 |
| Graphe805.txt | 22100 | 17500 |
| Graphe901.txt | 16500 | 20300 |
| Graphe902.txt | 20400 | 17400 |
| Graphe903.txt | 20100 | 19900 |
| Graphe904.txt | 20500 | 21000 |
| Graphe905.txt | 18800 | 17400 |

**[Question 24]** Nous avons ensuite réalisé une méthode dans GrapheListe permettant de générer des graphes. Elle commence par ajouter tous les nœuds au graphe. Ensuite, tant que chaque nœud n'est pas antécédent ou successeur d'un autre nœud, elle sélectionne au hasard un nœud de départ et un nœud d'arrivée qui ne sont pas identiques et pas encore reliés par un arc, elle génère un poids pour l'arc puis elle ajoute l'arc correspondant au graphe.

Ainsi, on obtient des graphes fortement connectés de taille souhaitée (la méthode possède un paramètre taille entier permettant de choisir la taille du graphe à générer).

**[Question 25]**
Voici ci-dessous quelques rendus de graphes avec GraphViz, grâce à la classe MainExperimentation :



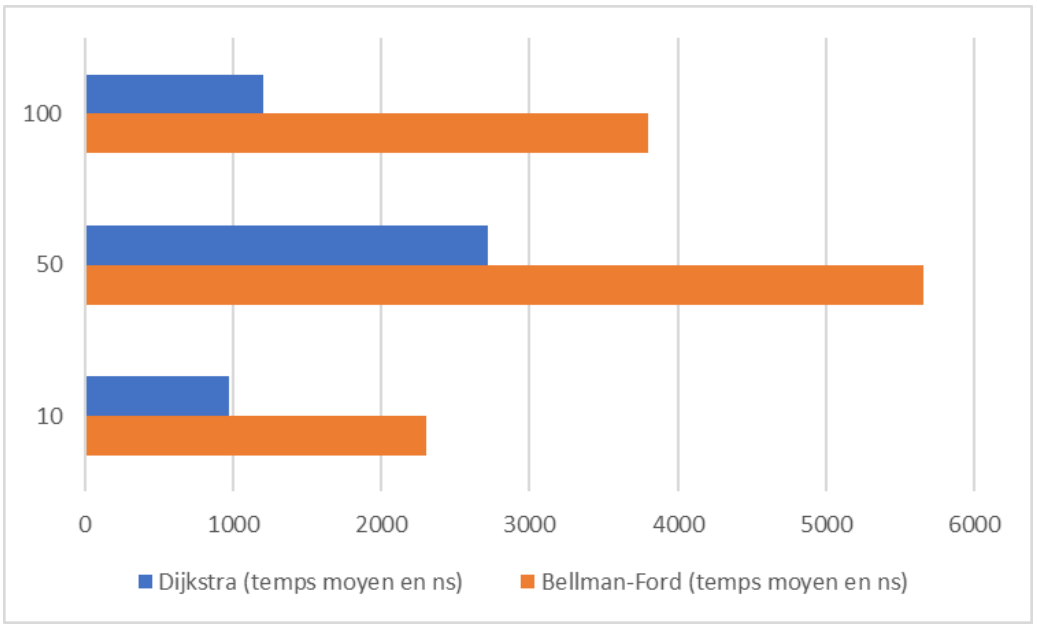
A partir de notre générateur de graphes, nous avons mesuré les temps d'exécution en fonction de la taille des graphes, grâce à la classe MainExperimentationGenere. Cette classe permet de choisir le nombre de noeuds des graphes à générer ainsi que le nombre de graphes à créer, puis calcule le temps moyen d'exécution des 2 algorithmes ainsi que le ratio Dijkstra par rapport à Bellman-Ford.

Voici les résultats pour différentes expérimentations :

| Conditions | Bellman-Ford (temps moyen en ns) | Dijkstra (temps moyen en ns) | Ratio Dijkstra / Bellman-Ford |
|---|---|---|---|
| 10 noeuds, 1000 essais | 2303.9 | 965.6 | 0.8057325152387392 |
| 50 noeuds, 1000 essais | 5662.7 | 2720.9 | 0.5310066551301743 |
| 100 noeuds, 1000 essais | 3802.9 | 1198.4 | 0.4218661877897214 |

**[Questions 26 et 27]** D'après les résultats, l'algorithme de Dijkstra semble être le plus efficace en étant 20% plus rapide que Bellman-Ford pour 10 nœuds, 50% plus rapide pour 50 nœuds et 60% plus rapide pour 100 nœuds.
Le ratio varie donc selon le nombre de nœuds.

**[Question 28]** Ainsi, nous pouvons conclure que pour optimiser les performances d'un programme qui parcourt des graphes, il faut privilégier l'utilisation de l'algorithme de Dijkstra.



## V. Extension : Intelligence Artificielle et labyrinthe

Pour cette dernière partie, on nous demandait d'utiliser ces algorithmes sur des objets de type Labyrinthe, c'est-à-dire rechercher le plus court chemin dans un labyrinthe.

**[Question 30]** La première solution consistait à créer une méthode genererGraphe dans Labyrinthe, permettant, à partir du tableau de murs du labyrinthe, de construire un graphe où chaque noeud est une case qui n'est pas un mur, nommée par un couple correspondant aux coordonnées de la case dans le labyrinthe. A partir de labyrinthes générés d'après des fichiers, la recherche du plus court chemin donnait effectivement le plus court chemin pour chacun des labyrinthes.

**[Question 31]** Nous n'avons pas eu le temps de terminer la deuxième solution, qui consistait à utiliser un pattern Adapter pour générer un graphe à partir d'un labyrinthe, en créant un nouvelle classe implémentant directement l'interface Graphe.

## VI. Bilan de la SAE

Comme toujours, c'est le cheminement intellectuel (sans jeu de mot) qu'il est important de retenir de cette SAE, cheminement qui nous permet de développer notre logique et nos compétences en programmation.

Plus particulièrement, ce projet nous a permis de comprendre le fonctionnement des algorithmes de Bellman-Ford et de Dijkstra et de savoir comment les appliquer en algorithmique puis en programmation. De plus, nous connaissons désormais les performances de ces 2 approches, comment les comparer et la manière de les utiliser dans n'importe quel projet faisant intervenir la notion de cheminement.