Brouillon lac

Hugo Vangilluwen

25 octobre 2024

Résumé

Le but de ce TIPE est de comprendre comment jet d'eau, mouvement rectiligne uniforme, induit sur un plan d'eau un mouvement répétitif, ondulatoire.

1 Définitions générales

Posons le lac ou plan d'eau dont appartiennent toutes les gouttes d'eau :

$$Lac = [0;1]^2 \tag{1}$$

En réalité, le lac pourrait être un ensemble quelconque.

À chaque goutte d'eau, on associe une hauteur qui est l'écart par rapport à la position d'équilibre. Posons l'ensemble des hauteurs possible :

$$Hauteur = \mathcal{F}(Lac, \mathbb{R}) \tag{2}$$

Chaque goutte d'eau ou plutôt chaque volume mésoscopique de surface du lac s'écoule sur les gouttes d'eau avoisinante. Notons l'influence I, c'est-à-dire la 'forme' des gouttes influencées. L'écoulement est une fonction suivante :

$$\acute{E} : \mathbb{R} \to \mathcal{F}(I, \mathbb{R}) \tag{3}$$

telle que :

$$\int_I \acute{E}(x, \mu) d\mu = \acute{E}(x, 0_I) \tag{Conservation de la matière}$$

I pourrait être remplacé par $[0;\alpha]^2$ avec $\alpha \in [0;1]$.

Définissons l'écoulement centré par

$$\acute{e} \left| \begin{array}{ccc} Lac \times Hauteur & \to & Hauteur \\ (g, h) & \mapsto & \left| \begin{array}{ccc} Lac & \to & \mathbb{R} \\ g' & \mapsto & \begin{cases} \acute{E}(h(g))(g') & \text{si} \quad g' \in g + I \\ 0_{\mathbb{R}} & \text{sinon} \end{cases} \end{array} \right. \end{array} \right. \tag{4}$$

Maintenant, définissons une étape d'écoulement pour tout volume v :

$$\frac{dh}{dt}(v) = \int_{Lac} \acute{e}(\nu, h)(v) \mathrm{d}\nu \tag{5}$$

2 Simulation informatique

Pour la simulation, il est nécessaire de discrétiser les ensembles ci-dessus.

$$
\begin{aligned}
Lac &= [\![0; n]\!] \\
I &= [\![-m; m]\!] \quad \text{avec} \quad m \leqslant n
\end{aligned}
$$

Les intégrales deviennent des sommes. On utilise la méthode d'Euler pour pouvoir calculer une solution de l'équation fonctionnelle.
Les valeurs pour les hauteurs sont limitées entre -1 et 1.
$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \vec{u_x}$