

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Relatório
Algoritmo do método primal simplex

Hugo Calegari RA:155738
Leonardo Uchoa Pedreira RA:156231

Professora: Kelly Cristina Poldi

Campinas-SP, 26 de Outubro de 2017

A função do algoritmo simplex, para determinar a solução ótima ou identificar uma solução ilimitada, foi definida como funcsimplex.m. Esta função construída lida com problemas de programação linear da forma:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) = c^t x \\ \text{sujeito a:} & Ax \leq b, x \geq 0. \end{array}$$

Na forma padrão, tem-se que:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) = c^t x + 0^t s \\ \text{sujeito a:} & Ax + s = b, x \geq 0, s \geq 0 \end{array}$$

de tal forma que os custos são reajustados, ou seja, na forma padrão tem-se que os custos relacionados com as variáveis de folga são nulos.

Para executar o algoritmo, deve-se verificar o local onde se salvou a função (o diretório onde encontrá-la). Com o Matlab ou Octave aberto digitar, por exemplo (sem as aspas duplas): “cd 'Área de trabalho/'” ou “cd Downloads/”. Com isso, o Matlab ou Octave já identifica os conteúdos do diretório, inclusive o arquivo relacionado com a função elaborada em extensão “.m” (funcsimplex.m).

Como **entrada**, o usuário fornece o número de linhas e colunas (m e n, respectivamente) da Matriz A na forma **padronizada** (folgas incluídas), fornece a própria matriz A com as variáveis de **folga incluídas**, fornece os vetores **transpostos** b e c relacionados com as restrições e os custos (com os custos nulos das variáveis de folga), respectivamente. Veja a seguir alguns exemplos de como fazer para inicializar as variáveis mencionadas.

1) O número de linhas e colunas da matriz A pode ser fornecida, por exemplo, como: “m = 3; n = 5;”.

2) A matriz A dever ser fornecida por linha. Por exemplo, colocar como entrada a seguinte matriz matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Neste caso, deve-se digitar como segue (sem as aspas. Veja que o ponto e vírgula no final da linha é simplesmente para que a matriz A não seja impressa depois da sua inicialização): “A = [1 2 1 0; 3 4 0 1];”, ou seja, as informações são por linha.

3) Os vetores b e c devem ser fornecidos da mesma maneira que a matriz A, mas devem ser transpostos. Seja o exemplo de fornecer como entrada:

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Para isso deve-se escrever os seguintes comandos (sem o sinal das aspas): “ $b = [1 \ 2]'$ ” e “ $c = [5 \ 6 \ 7 \ 0 \ 0]'$ ”. Observe que deve-se colocar o sinal da transposição dos vetores de b e c , caso contrário eles serão considerados como vetores linha e terá problemas na execução do algoritmo.

Uma vez inicializada as variáveis de interesse, a maneira de executar o algoritmo para se obter a solução ótima com a função objetivo associada a esta é como se segue:

$[xot, fot] = \text{funcsimplex}(m,n,A, b, c)$ (caso se queira ver somente o resultado de x ótimo com o valor associado da função objetivo f) e outra forma de se chamar a função é: $[xot, fot, h] = \text{funcsimplex}(m,n,A, b, c)$ (nesta maneira as saídas são: x ótimo que minimiza a função objetivo f e o valor de f em x ótimo, e o número de iterações necessárias/realizadas (identificado como h) para se obter a solução ótima).

Observação: a parte da função $[xot, fot]$ ou $[xot, fot, h]$ estão relacionadas com as saídas da função e $\text{funcsimplex}(m,n,A, b, c)$ está relacionada com as entradas da função; observe que o símbolo ' nos vetores b e c referem-se as transposições destes.

Exemplos:

1) $m = 3$; $n = 6$; $A = [1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0; 2 \ 1 \ 2 \ 0 \ 1 \ 0; 2 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$; $b = [20 \ 20 \ 20]'$; $c = [-10 \ -12 \ -12 \ 0 \ 0 \ 0]'$; Lembre-se de que o símbolo ' nos vetores b e c referem-se as transposições destes. A resposta esperada ou solução ótima esperada é:

$xot = [4 \ 4 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0]'$, $fot = -136$, ou seja, $xot = [4 \ 4 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0]'$ com função objetivo: $fot = -136$.

Exemplos tirados das listas de exercício.

2) $m = 2$; $n = 4$; $A = [-1 \ 1 \ 1 \ 0; 2 \ -1 \ 0 \ 1]$; $b = [2 \ 6]'$; $c = [-1 \ -1 \ 0 \ 0]'$; A resposta esperada ou solução ótima esperada é:

$xot = [8 \ 10 \ 0 \ 0]'$, $fot = -18$, ou seja, $xot = [8 \ 10 \ 0 \ 0]'$ com função objetivo: $fot = -18$.

3) $m = 3$; $n = 5$; $A = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$; $b = [4 \ 3 \ 7/2]'$; $c = [-2 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0]'$; A resposta esperada ou solução ótima esperada é:

$xot = [3.0 \ 1.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 2.5]'$, $fot = -7$, ou seja, $xot = [3.0 \ 1.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 2.5]'$ com função objetivo: $fot = -7$.

4) $m = 2$; $n = 6$; $A = [1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0; -1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 1]$; $b = [2 \ 1]'$; $c = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]'$; A resposta esperada ou solução ótima esperada é:

$xot = [0.5 \ 1.5 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0]'$, $fot = 0$, ou seja, $xot = [0.5 \ 1.5 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0]'$ com função objetivo: $fot = 0$.

5) Exemplo de problema ilimitado: $m = 2$; $n = 4$; $A = [-1 \ -1 \ 1 \ 0; -3 \ -5 \ 0 \ 1]$; $b = [8 \ 30]'$; $c = [-4 \ -5 \ 0 \ 0]'$; A resposta esperada ou solução ótima esperada é:

Problema ilimitado!

$xot = [](0x0)$, $fot = -\infty$, ou seja, não existe um único xot e, assim, um único fot . Ao encontrar um valor de xot tal que fot é mínimo é possível determinar outro par de xot^* e fot^* que seja menor que o anterior encontrado. Com isso, o problema é ilimitado.