

Estatística e Probabilidade - Teste 04 - 2024/01

Prof. Hugo Carvalho

11/07/2024

– TODAS AS CONTAS SÃO SIMPLES – FORMULÁRIO E APROXIMAÇÕES NO QUADRO –

Questão 1: Suponha que se você estiver adiantado s minutos para um compromisso então você tem que arcar com o custo $2s$ (digamos, por precisar pagar mais estacionamento). Caso contrário, se estiver atrasado s minutos, você incorre no custo $5s$ (digamos, por se atrasar para uma reunião importante). Assuma que o tempo de viagem do seu ponto de partida até o local do compromisso é uniformemente distribuído entre 0 e 60 minutos. Visando minimizar o custo médio, utilize o roteiro abaixo para determinar o momento ótimo em que você deve sair para o compromisso.

- a) **(2,0)** Denote por X o tempo de viagem do seu ponto de partida até o local do compromisso, e assuma que você irá sair do seu ponto de partida t minutos antes do compromisso, para $0 \leq t \leq 60$. Argumente que a função que calcula o custo incorrido, dependendo de X e t , é dada por:

$$C_t(X) = \begin{cases} 2(t - X), & \text{se } X \leq t \text{ (chegar adiantado);} \\ 5(X - t), & \text{se } X \geq t \text{ (chegar atrasado).} \end{cases}$$

- b) **(2,0)** Calcule o custo médio, dado por $\mathbb{E}[C_t(X)]$.
Obs.: Note que, por conta da forma da função $C_t(X)$, você precisará dividir sua integral em duas: uma de 0 até t e outra de t até ∞ . Não precisa simplificar sua expressão obtida após o cálculo das integrais, pois no item c) abaixo ela será, naturalmente, muito simplificada.
- c) **(2,0)** Encontre o valor de t que minimiza a expressão que você encontrou no item b) acima. Interprete o valor obtido.

Questão 2: (4,0) Um astrônomo está interessado em medir a distância, em anos-luz, entre o seu observatório e uma estrela. Embora o astrônomo disponha de uma boa técnica de medição, ele sabe que, em função da variação das condições climáticas e de erros normais, cada vez que faz uma medição ele não obtém a distância exata, mas sim uma estimativa deste parâmetro. Como resultado, o astrônomo planeja fazer uma série de medições e então usar o valor médio dessas medições como seu valor estimado da distância real. Se o astrônomo acredita que os valores das medições são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média comum d anos-luz (a distância real) e variância comum 4 anos-luz², quantas medições precisam ser feitas para que se garanta, com 99,9% de certeza, que a distância estimada esteja a no máximo 1 ano-luz da distância correta?