

Estatística e Probabilidade - Teste 02 - 2024/01

Prof. Hugo Carvalho

04/06/2024

– TODAS AS CONTAS SÃO SIMPLES – FORMULÁRIO E APROXIMAÇÕES NO QUADRO –

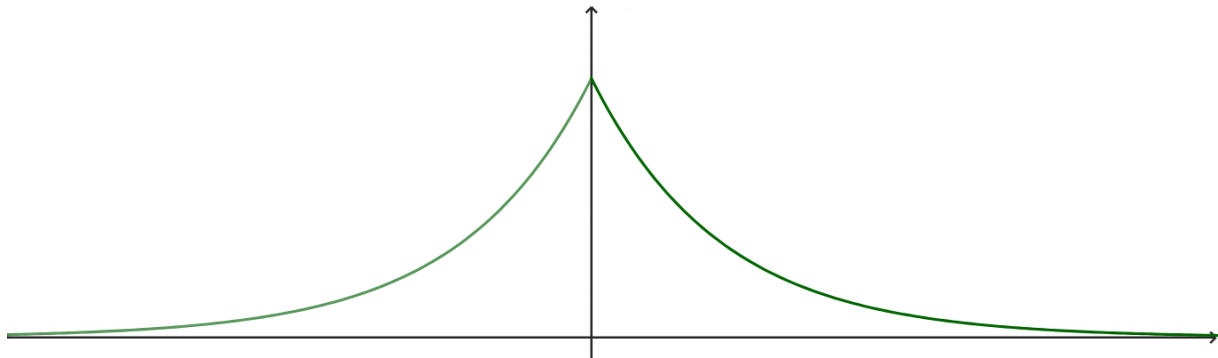
Questão 1: Suponha que uma mensagem binária, formada por 0's e 1's, deva ser enviada através de algum canal (cabo, Wi-Fi, Bluetooth, etc.) do ponto A para o ponto B. Entretanto, dados enviados dessa forma estão sujeitos a *ruídos de canal*. Para reduzir a possibilidade de erro, quando o símbolo a ser enviado é 1 envia-se o valor 2, e quando o símbolo a ser enviado é 0 envia-se o valor -2 . Portanto, se $x = \pm 2$ é o valor enviado a partir do ponto A, então R , o valor recebido no ponto B, é dado por $R = x + N$, onde N é o ruído de canal. Quando a mensagem é recebida no ponto B, o receptor decodifica a mensagem de acordo com a regra a seguir:

Se $R \geq 1$, então conclui-se que 1 foi enviado;

Se $R < 1$, então conclui-se que 0 foi enviado.

Assuma que a variável aleatória N , modelando o ruído do canal, tem *distribuição de Laplace de parâmetro λ* , também conhecida como *exponencial dupla de parâmetro λ* , cuja função densidade de probabilidade e gráficos são dados abaixo:

$$f_N(z) = \frac{1}{2} \lambda e^{-\lambda|z|} = \begin{cases} \frac{1}{2} \lambda e^{\lambda z}, & \text{se } z \leq 0, \\ \frac{1}{2} \lambda e^{-\lambda z}, & \text{se } z \geq 0. \end{cases}$$



Para o cenário em questão sabe-se que o parâmetro λ é igual a 2. Com base nisso, faça o que se pede abaixo.

- (3,0)** Há dois erros possíveis: detectar 1 quando 0 foi enviado, ou detectar 0 quando 1 foi enviado. Descreva, em função da variável aleatória N , como deve ser o nível de ruído para que tais erros aconteçam, e calcule as suas respectivas probabilidades.
- (3,0)** Para verificações de mecanismos de segurança, uma vez por dia uma sequência de mil 0's independentes é enviada de A para B. Caso haja erro na recepção de ao menos um símbolo, é necessário realizar uma manutenção no sistema. Diga qual é a distribuição da variável aleatória (juntamente com seus parâmetros) que conta o número de erros na recepção dessa mensagem específica. Argumente que fazer contas com ela é um pouco chato, sendo razoável aderir a uma aproximação, e diga quem é essa variável aleatória que a aproxima (também com seus parâmetros).
- (2,0)** No contexto do item b), calcule a probabilidade do sistema precisar de uma manutenção em um determinado dia específico, utilizando tanto a variável aleatória exata quanto a aproximada.
- (2,0)** Ainda no contexto do item b), diga quem é a variável aleatória (não se esqueça dos parâmetros!) que conta o número de dias transcorridos normalmente (ou seja, sem necessidade de manutenção) até a primeira falha. Finalmente, calcule a probabilidade da manutenção ser necessária exatamente no terceiro dia de operação.
- (1,0)** Por conta do mecanismo de segurança o critério de decodificação não é simétrico, priorizando por errar *menos* quando um 0 é transmitido. Proponha e justifique um novo critério de decodificação, onde dessa vez a probabilidade de ambos os erros seja igual. Calcule também essa probabilidade.