

# Estatística e Probabilidade - Projeto 02 - 2022/02

Prof. Hugo Carvalho

11/12/2022

## – INSTRUÇÕES – LEIAM ATENTAMENTE! –

- A data limite de entrega da avaliação é sábado 23/12/2022 às 23h59. Avaliações entregues após esse prazo serão desconsideradas.
- A entrega deve ser feita exclusivamente através do Google Classroom, e o projeto deve ser redigido na forma de um relatório incluindo os códigos. Para isso, use a linguagem Python dentro de um notebook do Google Colaboratory, a ser anexado na atividade da seguinte forma:
  - Dentro da turma no Google Classroom, clique em “Atividades”
  - No tema “Projetos”, clique em “Projeto 01” e em seguida em “Ver atividade”
  - No canto superior direito, clique em “+ Adicionar ou criar” e em seguida selecione em “Arquivo” ou “Google Drive”, se optar fazer upload do notebook ou selecionar um arquivo de seu Google Drive, respectivamente.
  - O título do notebook deverá ser, obrigatoriamente, “SEU NOME - Projeto 01”.
  - Para entregar o projeto, abra a atividade que o contém (conforme procedimento explicado no ponto acima), e no canto superior direito clique em “ENTREGAR” (o texto estará em uma caixa cinza, mas ele é clicável).
  - Na tela a seguir clique em “Entregar” para confirmar a entrega do trabalho.
  - Se você se arrependeu e quiser fazer outra entrega, basta abrir a atividade, no canto superior direito clique em “Cancelar envio” e confirme clicando novamente em “Cancelar envio” na janela que irá abrir. Você pode fazer isso quantas vezes quiser até o prazo determinado.
  - As explicações que você precisará fazer devem ser feitas em células de texto em seu notebook. Somente comentários pequenos devem ser feitos no código.
  - Caso seja necessário, equações podem ser introduzidas em  $\text{\LaTeX}$  nas células de texto.
  - Figuras também podem ser incluídas em células de texto, tanto através de upload quanto simplesmente arrastando-a para alguma célula de texto. Nesse caso, sempre informe a fonte de onde a figura foi retirada.
- A troca de conhecimento na realização da avaliação é permitida e encorajada: ciência se faz com colaboração, e devemos seguir esse espírito aqui. Porém, cada aluno deverá ter a sua própria resolução, e cópias ou outras ilegalidades serão severamente punidas com a anulação da avaliação para o(s) aluno(s) suspeito(s).
- Todos os passos de sua resolução devem ser devidamente justificados.
- Ao entregar essa avaliação, você afirma ter lido e estar de acordo com essas regras, comprometendo-se a cumpri-las.

**Questão 1:** O objetivo desta questão é lhes introduzir

**Questão 2:** O objetivo desta questão é ilustrar que certas probabilidades podem ser calculadas malandramente de modo levemente indireto.

- a) Seja  $Z$  uma variável aleatória com distribuição normal padrão, ou seja, normal de média zero e variância unitária. Argumente que  $\mathbb{P}(Z > 20)$  não é uma quantidade nula mas que é impossível obtê-la “ingenuamente”, ou seja, através de algum dos seguintes métodos: consultando uma tabela, utilizando as funções elementares de algum *software* ou pacote (p. ex., `import scipy.stats` e em seguida `1 - scipy.stats.norm(0, 1).cdf(20)` no Python), ou através de simulação estocástica (p. ex., calculando a proporção de observações acima de 20 em uma grande quantidade de simulações de tal variável aleatória).
- b) Escreva a integral que calcula a quantidade  $\mathbb{P}(Z > 20)$ , faça uma mudança de variáveis esperta e conclua que tal probabilidade pode ser expressada como  $\mathbb{E}[g(Y)]$ , onde  $Y$  é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 1/20]$  e a função  $g$  é dada por

$$g(y) = \frac{1}{20y^2\sqrt{2\pi}}e^{-1/2y^2}.$$

- c) Usando o resultado do item b) encontre uma aproximação para  $\mathbb{P}(Z > 20)$  através de simulações da variável aleatória  $Y$ .
- d) Ao se repetir o processo do item c) diversas vezes, você obterá várias estimativas para  $\mathbb{P}(Z > 20)$ . Estime a incerteza em tais estimativas, justificando o seu procedimento. Discuta o que acontece com tal incerteza à medida que a quantidade de simulações de  $Y$  aumenta.