Estatística e Probabilidade - Teste 01 - 2024/01

Prof. Hugo Carvalho

25/04/2024

– CADA ITEM VALE 2 PONTOS – TODAS AS CONTAS SÃO SIMPLES –

Questão 1: Uma caixa contém três moedas, com respectivas probabilidades p_i de dar cara quando lançada, a saber, $p_1 = 1/2$, $p_2 = 1/4$ e $p_3 = 1/8$. Com base nesse cenário, faça o que se pede abaixo:
Obs.: Dê suas respostas finais na forma de uma única fração.

a) Uma das moeda é escolhida aleatoriamente da caixa, sem preferência por nenhuma das três, e ao ser lançada uma cara é observada. Qual é a probabilidade de tal evento?

b) No cenário do item a), calcule a probabilidade de cada uma das três moedas ter sido a selecionada.

c) Lançando novamente a mesma moeda, qual é a probabilidade de se observar outra cara?
Dica: Após observar uma cara, a probabilidade de cada moeda ter sido sorteada mudou e não é mais 1/3. Você as calculou no item anterior.

Questão 2: Um time de mergulhadores irá procurar por um navio naufragado em determinada região. Supõe-se, antes de qualquer busca ser realizada, que a probabilidade dos destroços de fato estarem nessa região é de $1/2$, e que, os destroços de fato estando nessa região, os mergulhadores serão capazes de encontrá-lo com probabilidade de $3/4$. Com base nisso, faça o que se pede abaixo:

a) Chame de A o evento "os destroços estão na região" e de B o evento "os destroços são encontrados nessa região". Descreva em uma frase curta e calcule as probabilidades dos seguintes eventos: A, A^c, $B|A$, $B^c|A$, $B|A^c$ e $B^c|A^c$.
Dica: Essas probabilidades ou estão no enunciado, ou são facilmente obtidas pela interpretação, ou são rapidamente calculadas usando propriedades que vimos no curso. Nenhuma grande conta é necessária aqui!

b) Calcule a probabilidade de que os destroços sejam encontrados nessa região.

c) Após uma busca na região, nenhum destroço foi encontrado. Com base nessa nova informação, atualize a probabilidade dos destroços de fato estarem nessa região.

– FORMULÁRIO –

- **Probabilidade condicional:** $\mathbb{P}(A|B) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$, se $\mathbb{P}(B) \neq 0$.
- **Lei da Probabilidade Total:** Se os eventos $B_1, \ldots, B_n$ são dois-a-dois disjuntos e sua união é todo o espaço amostral, então $\mathbb{P}(A) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)$.
- **Teorema de Bayes:** Se os eventos $B_1, \ldots, B_n$ são dois-a-dois disjuntos e sua união é todo o espaço amostral, então $\mathbb{P}(B_i|A) = \dfrac{\mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)}{\mathbb{P}(A)}$, onde $\mathbb{P}(A)$ pode ser calculado utilizando a Lei da Probabilidade Total.