Cálculo das Probabilidades II - Lista 2 - 2021/02

Prof. Hugo Carvalho

24/01/2022

– INSTRUÇÕES – LEIAM ATENTAMENTE! –

- A data limite de entrega da avaliação é segunda-feira 01/02/2022 às 23h59'. Avaliações entregues após esse prazo serão desconsideradas.
- A entrega deve ser feita exclusivamente através do Google Classroom, clicando na caixa "+ Adicionar ou Criar" dentro da postagem dessa lista, para então anexar um arquivo com sua resolução. Após isso, clique em "Entregar" para enviar sua resolução.
  Atenção: Somente anexar a resolução não é suficiente! O envio deve ser feito para que sua resolução de fato seja entregue.
- Você tem a liberdade de escrever sua resolução no computador (usando Word, LaTeX, dentre outros), ou manuscrito e depois escanear ou fotografar a sua resolução. Nesse último caso, tome cuidado para que o documento fique legível. No caso de fotografar, opte por utilizar luz natural e tome cuidado com sombras.
- **Dica**: Se for fotografar sua resolução com um *smartphone* ou *tablet*, utilize o aplicativo próprio da câmera, e evite fotografar através de WhatsApp, Telegram, Messenger, e outros. Os aplicativos de comunicação, ao utilizarem a câmera, fazem uma severa compressão da imagem, incorrendo em uma grande diminuição de sua qualidade. Para transferir a imagem do celular para o computador prefira fazer o envio por e-mail, ou acessando sua galeria de fotos através do Google Photos no computador (caso já utilize esse aplicativo para gerenciar suas fotos no aparelho).
- Independente do modo de escrita, a resolução deve ser entregue em um único documento, no formato PDF, com a resolução em pé (formato retrato). O *layout* da resolução não será levado em consideração na avaliação, porém o texto deve estar legível para ser corrigido.
  Atenção: Resoluções ilegíveis ou fora desse formato não serão corrigidas e serão desconsideradas.
- A troca de conhecimento na realização da avaliação é permitida e encorajada: ciência se faz com colaboração, e devemos seguir esse espírito aqui. Porém, cada aluno deverá ter a sua própria resolução, e cópias ou outras ilegalidades serão severamente punidas com a anulação da avaliação para o(s) aluno(s) suspeito(s).
- Todos os passos de sua resolução devem ser devidamente justificados.
- Ao entregar essa avaliação, você afirma ter lido e estar de acordo com essas regras, comprometendo-se a cumpri-las.

Questão 1: Seja $Y \sim N(m, b^2)$, e assuma que $W_i|Y \sim N(Y, \sigma^2)$ são independentes e identicamente distribuídas, para $i = 1, 2$, sendo m, b^2 e σ^2 valores fixos e conhecidos.

a) Calcule a covariância entre W_1 e W_2.

b) Pode-se afirmar que W_1 e W_2 são independentes?

c) Interprete o resultado obtido no item a).

Questão 2: Uma companhia aérea opera um voo específico com uma aeronave de $N = 150$ lugares. O número de pessoas que procuram reserva para tal voo segue uma distribuição de Poisson com média $\lambda = 170$. A fim de proteger-se contra não comparecimentos, a companhia aérea decidiu aceitar reservas para até $Q = 165$ passageiros. A probabilidade de um passageiro com reserva não aparecer é de $q = 0{,}07$. Assuma que os passageiros agendados tomem decisões de forma independente.

a) Encontre uma expressão para o valor esperado do número de pessoas que aparece para embarcar em um desses voos.

b) Encontre uma expressão para o valor esperado do número de pessoas que aparece para embarcar em um desses voos mas não consegue um assento devido ao *overbooking*.

c) Utilizando auxílio de algum *software* computacional, encontre valores numéricos para as expressões obtidas nos itens a) e b). Anexe uma captura de tela de seu código, independente de qual linguagem/*software* você tenha utilizado.

Questão 3: Seja $X_1, X_2, \dots$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, e seja também N uma variável aleatória que assume apenas valores inteiros não-negativos, independente da sequência X_i, para $i = 1, 2, \dots$.

a) Encontre a função geradora de momentos de $Y = \displaystyle\sum_{i=1}^{N} X_i$.

b) Usando o resultado do item a), calcule $\mathbb{E}[Y]$ e $\mathbb{V}(Y)$.

Questão 4: Seja Y uma variável aleatória com distribuição uniforme contínua no intervalo $[0, 1]$, e assuma que condicionada em $Y = p$ a distribuição da variável aleatória X tem distribuição Binomial com parâmetros n e p, sendo n um valor fixo e conhecido.

a) Calcule a função geradora de momentos de X.

b) Calcule a função geradora de momentos de uma distribuição uniforme discreta no conjunto $\{0, 1, \dots, n\}$.

c) Conclua que X tem distribuição uniforme discreta no conjunto $\{0, 1, \dots, n\}$.