

Compte rendu de projet

Groupe L2H1

BAITICHE Asma, BASCI Onur, DEMARET Hugo, TALEB Rayane

Encadrant : Pr. Laurent Wendling

Calcul de relations spatiales directionnelles à
partir de l'histogramme d'angles



Université Paris Cité

UFR de Mathématiques-Informatique 2021-2022

1 Enoncé

Projet L2H : Calcul de relations spatiales directionnelles à partir de l'histogramme d'angles

1.1 Contexte

Ces dernières années, la disposition spatiale des objets (ou des différents sous-objets composant les objets) présents dans une image a reçu une attention particulière dans le domaine de l'analyse d'images. En effet, les relations spatiales liant les différents objets d'une scène constituent une information particulièrement importante dans la perception humaine (est-ce que l'objet A est à gauche de l'objet B, est-ce que A est entouré par B ...). Il s'agira ici d'implémenter et d'analyser un modèle de description de relations spatiales directionnelles fondé sur des sous-ensembles flous.

1.2 Objectifs

Les étapes à suivre sont les suivantes

- Lecture d'une image binaire par objets (argument et référent).
- Calcul de l'histogramme d'angles entre les deux objets.
- Estimation de relations spatiales en calculant la compatibilité entre un prototype trapézoïdal (ou sinusoidal) et l'histogramme d'angle suivant la direction recherchée.
- Comparaison de cette approche avec une approche classique à partir de barycentre.
- Suivant l'avancée, le calcul d'une relation spatiale intégrant trois objets (relation entre) sera étudié.

Une méthode utilisant l'histogramme d'angles sur les contours d'objets a également été rajoutée. Ces différentes méthodes sont analysées dans les articles suivants : [3] [2]

2 Résumé

Dans ce document, nous allons présenter le projet intitulé *Calcul de relations spatiales directionnelles à partir de l'histogramme d'angles*, qui consiste en l'évaluation d'un modèle de description de relations spatiales directionnelles. Il s'inscrit dans les domaines de la vision et la reconnaissance de formes par ordinateur. Avec toutes les nouvelles technologies, spatiales notamment (imagerie satellite, sondes), ou encore les véhicules autonomes, voire même la chirurgie assistée par ordinateur, la détermination des relations spatiales est un domaine très important.

Dans le cadre de notre deuxième année de licence en informatique à Université Paris Cité, nous nous sommes projetés dans une première expérience de développement en équipe dans un contexte professionnel. Le projet est réalisé par Onur BAŞÇI, Asma BAITICHE, Hugo DEMARET et Rayane TALEB. Nous avons été encadrés par le Professeur Laurent WENDLING, qui nous a orientés et suivis tout au long du projet. Il nous a également fourni différents documents qui nous ont permis d'avancer dans le développement de ce dernier.

Le projet s'étend sur 12 semaines. Pendant les quatre premières semaines, nous avons découvert et compris le sujet. Ainsi, nous avons rédigé les cahier des charges, des recettes et le plan de conception détaillée. Pendant les 6 semaines qui ont suivi, nous avons fait le développement. Nous avons terminé pendant les deux dernières semaines avec la documentation et la rédaction du rapport final ainsi que la préparation de soutenance finale.

Durant ce semestre, nous avons atteint les différents objectifs fixés, et nous avons réussi à implémenter un programme qui peut lire une image binaire, calculer l'histogramme d'angles entre deux objets, et calculer des relations directionnelles grâce à cet histogramme. Nous avons aussi développé une nouvelle méthode, plus rapide et optimisée mais néanmoins moins précise.

3 Table des matières

Contents

1	Enoncé	1
1.1	Contexte	1
1.2	Objectifs	1
2	Résumé	2
3	Table des matières	3
4	Approche fondamentale	4
4.1	Définitions	4
4.2	Exemple concret	6
4.2.1	Méthode des barycentres	8
4.3	Complexité des algorithmes	8
4.3.1	Histogramme d'angle	8
4.3.2	Méthode des barycentres	8
4.3.3	Méthode des contours	8
4.3.4	Sous-composantes connexes	8
5	Expériences	8
5.1	Histogramme d'angles	8
5.2	Méthode des contours	10
5.3	Méthode des barycentres	12
6	Limites	13
6.1	Limites générales à ces méthodes	13
6.2	Limites de la méthode des barycentres	14
6.3	Limites de la méthode du calcul d'histogramme d'angles	15
6.4	Limites de la méthode des contours	16
7	Bilan	17
8	Conclusion	18
9	Remerciements	18
10	Glossaire	18
11	Bibliographie	18
12	Annexes	18

4 Approche fondamentale

4.1 Définitions

Definition 1 - Image binaire.

Une image binaire est un ensemble de points, appelés pixels, pouvant prendre comme valeur soit 0 (couleur noire), soit 1 (couleur blanche). Par convention, le blanc indique la forme, et le noir le fond. Dans notre cas, les pixels blanc auront 255 comme valeur.

Definition 2 - Objet dans une image binaire.

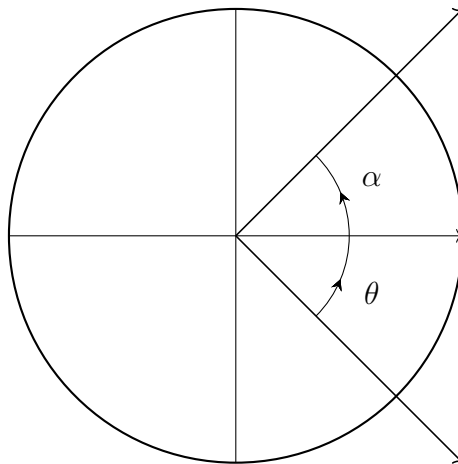
Un objet \mathbb{A} est un ensemble de points i appelés pixels, tel que pour tout pixel $i, j \in \mathbb{A}$, il existe au moins un chemin reliant i et j (noté (i, j)). Autrement dit, un objet est un ensemble de nœuds (points) formant un graphe connexe.

Nota bene : un chemin est un ensemble de points adjacents et d'une même couleur

Definition 3 - Histogramme d'angles.

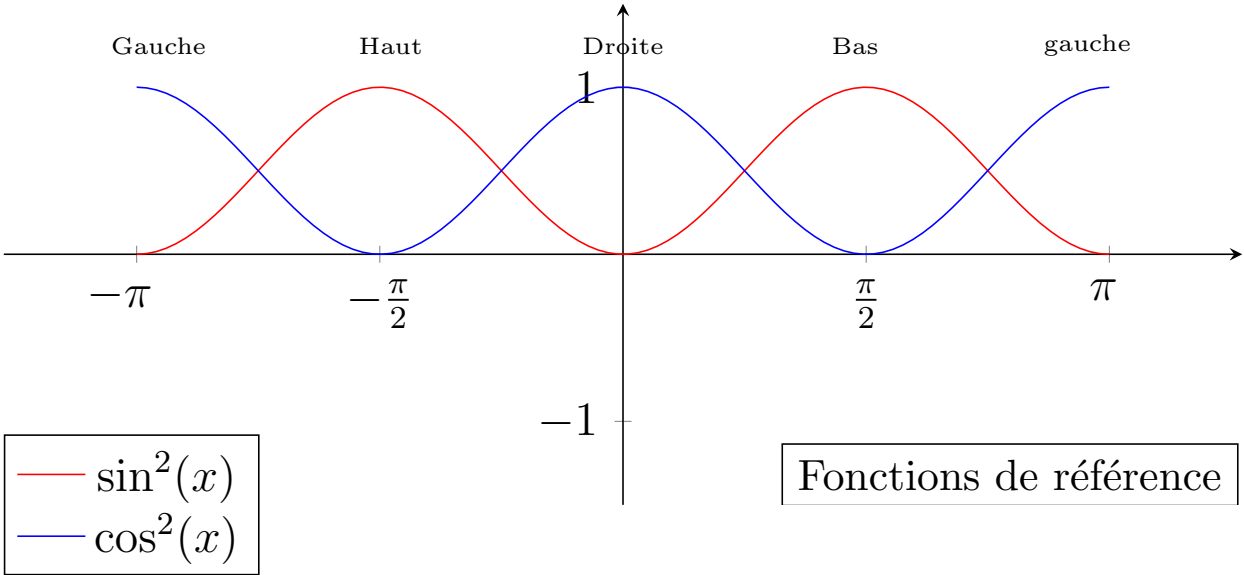
Un histogramme est une représentation graphique, montrant la distribution de *variables aléatoires*. Dans ce projet, on s'intéressera aux histogrammes d'angles.

Avant de présenter la méthode des histogrammes d'angles, nous ferons quelques rappels de trigonométrie, et nous redéfinirons certains concepts.

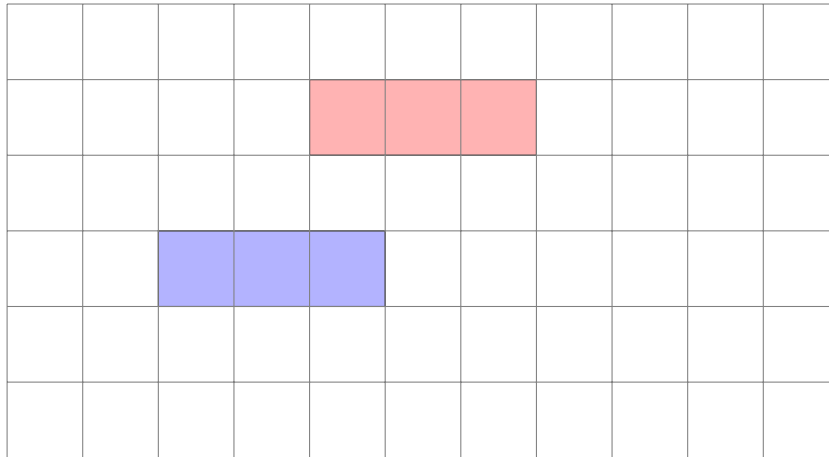


Ici, contrairement à un cercle trigonométrique classique, l'angle $\alpha = -\frac{\pi}{4}$. $\theta = \frac{\pi}{4}$. Cela revient à multiplier par -1 la valeur.

Nous utiliserons des fonctions de référence afin de calculer les relations spatiales.



4.2 Exemple concret

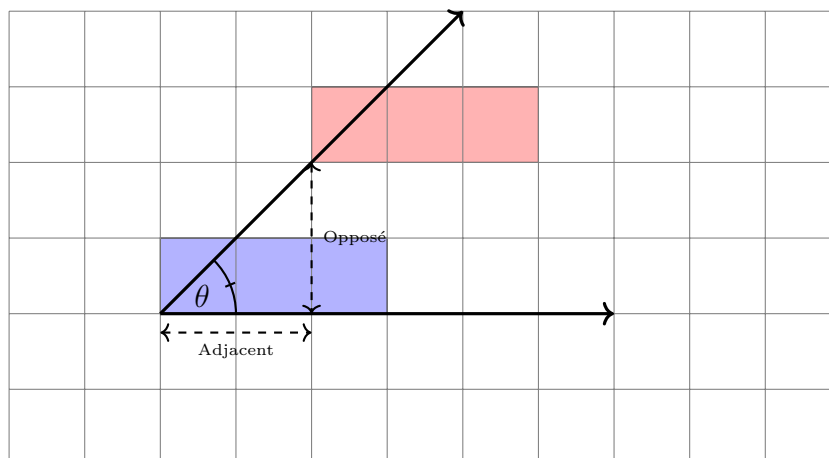


Calculons l'histogramme d'angles de \mathbb{A} (*Bleu*) par rapport à \mathbb{B} (*Rouge*). Tout d'abord, notons que nous devrions trouver que \mathbb{B} est en haut à droite de \mathbb{A} .

La relation sera du type " $\mathbb{B} \mathfrak{R} \mathbb{A}$ ", \mathfrak{R} étant une relation spatiale. Pour cela, nous allons utiliser de la trigonométrie. Nous appliquerons la formule suivante à chacun des points de \mathbb{A} , pour chacun des points de \mathbb{B} .

$$\tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \Leftrightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{opp}{adj}\right), \quad \theta \in [-\pi, \pi]$$

Notons que nous inversons le sens trigonométrique. (Autrement dit, un angle de $\frac{\pi}{4}$ devient $-\frac{\pi}{4}$).



On a donc pour le premier point (en sens trigonométrique inversé) :

$$\tan(\theta_1) = -1 \Leftrightarrow \tan^{-1}(\theta_1) = -\frac{\pi}{4}$$

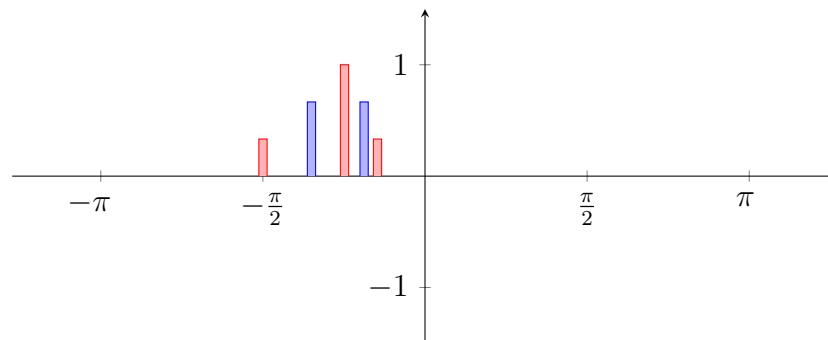
Nous ne détaillons pas le calcul pour tous les points, mais la méthode est la même.

Il existe un cas particulier où cette méthode ne s'applique pas : si le pixel est exactement en-dessous (ou au-dessus). Dans ce cas, on aura une division par zéro. S'il est évident pour nous que l'angle sera $\pm\frac{\pi}{2}$, il faut trouver une méthode qui permet de le calculer. Deux méthodes sont proposées ci-après.

Les valeurs sont dans le tableau ci-dessous.

X	A(0)	A(1)	A(2)
B(0)	$-\frac{\pi}{4}$	$\tan^{-1}(-\frac{2}{3})$	$-\frac{\pi}{2}$
B(1)	$\tan^{-1}(-2)$	$-\frac{\pi}{4}$	$\tan^{-1}(-\frac{2}{3})$
B(2)	$\tan^{-1}(-\frac{2}{4})$	$\tan^{-1}(-2)$	$-\frac{\pi}{4}$

Traçons l'histogramme des valeurs. On aura préalablement divisé la fréquence d'apparition de θ par la fréquence la plus grande (ici celle de $-\frac{\pi}{4}$, soit 3). Cela est fait dans le but d'avoir des valeurs entre 0 et 1.



4.2.1 Méthode des barycentres

La méthode des barycentres, bien qu'étant moins précise que la méthode des histogrammes, est beaucoup plus rapide. Elle reste tout du moins précise lorsque les objets sont assimilables à des points. C'est notamment le cas lorsque ceux-ci sont éloignés. L'idée est, pour chaque objet, de faire la moyenne arithmétique des coordonnées des points. On calcule ensuite l'angle formé entre les points de ces différents objets ainsi obtenus. L'angle nous donne la relation, en suivant le cercle trigonométrique.

4.3 Complexité des algorithmes

4.3.1 Histogramme d'angle

La complexité en temps de calcul de l'histogramme est quadratique. En effet, on devra parcourir chaque pixel de l'image qui est de dimension $m \times p$, et le comparer avec chaque pixel de la même image. La complexité est donc $\mathcal{O}(m \times p) \approx \mathcal{O}(n^2)$.

Démonstration :

$$\mathcal{O}(\min(m^2, p^2)) \leq \mathcal{O}(m \times p) \leq \mathcal{O}(\max(m^2, p^2))$$

Notons qu'en prenant seulement les points de chaque objet, la complexité reste quadratique. Il suffit pour cela que n soit le nombre de point de \mathbb{A} et p celui de \mathbb{B} . La démonstration tient toujours dans ces circonstances.

4.3.2 Méthode des barycentres

La complexité de la méthode des barycentres est linéaire. En effet, on doit faire la moyenne des points de chaque objet. Un simple parcours de l'ensemble des points d'un objet est suffisant, d'où cette complexité.

4.3.3 Méthode des contours

La complexité asymptotique de cette méthode reste quadratique (intuitivement, on peut prendre un objet dont le contour est chaotique, ainsi le nombre de pixels de celui-ci tendra vers le nombre total de pixels).

L'algorithme d'extraction des contours est quant à lui linéaire : on parcourt l'objet et on ne retient que les pixels sur le contour.

En pratique, on observe une accélération significative du programme avec cette méthode.

4.3.4 Sous-composantes connexes

Cet algorithme utilise un DFS (*Depth First Search - parcours en profondeur*), d'où la complexité suivante

$$\mathcal{O}(|S| + |A|) \quad \text{où } |S| \text{ est le nombre de sommets et } |A| \text{ est le nombre d'arcs.}$$

Une démonstration se trouve dans [1]

5 Expériences

5.1 Histogramme d'angles

Lors de l'implémentation de la méthode de calcul d'histogramme, on remarque que l'algorithme diffère entre les images colorées et noir/blanc (plus particulièrement des images qui contiennent une couleur pour le fond et une couleur pour les objets). La raison principale de cette

différence consiste en la reconnaissance des objets. On remarque que la couleur est un indicateur évident pour différencier les objets. Par conséquent, lorsque les deux objets sont de la même couleur, il faut trouver une autre méthode pour les distinguer. Pour cela, on considère un objet comme un graphe. S'il n'existe aucun chemin entre deux nœuds (dans ce cas deux pixels), alors les objets contenant ces pixels sont différents. Pour parcourir le chemin, on s'inspire de l'algorithme Depth-First Search (voir la fonction `analysePixel`). Un objet est alors déterminé par l'ensemble des nœuds accessibles.

Le parcours de chemins pour distinguer les objets dans une image en noir et blanc ajoute une étape supplémentaire. Par conséquent la complexité finale de l'histogramme d'angles pour une image colorée est supérieure à celle d'une image en noir et blanc. Mais comme on utilise une version adaptée de Depth-First Search, la complexité de la reconnaissance des objets est négligeable par rapport à la complexité de calcul de l'histogramme, donc la complexité finale reste $\mathcal{O}(n^2)$, avec n le nombre de pixels d'un objet.

À partir du calcul de temps d'exécution pour une image donnée en noir et blanc (Figure 1) on obtient une durée d'environ 22,55 secondes et pour la même image colorée on obtient une durée d'environ 19,05 secondes.

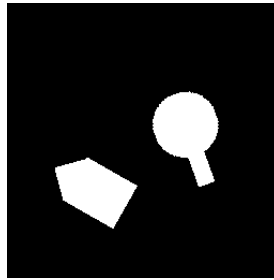


Figure 1: Image en noir et blanc

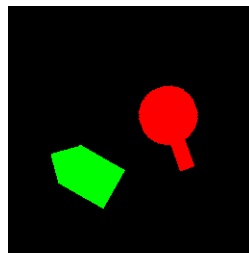


Figure 2: Image en couleur

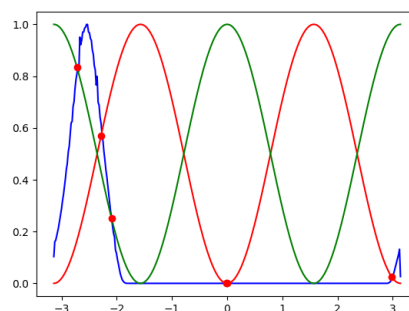


Figure 3: Histogramme obtenu pour les figures 1 et 2

5.2 Méthode des contours

Étant donné la complexité importante de la méthode de calcul de l'histogramme d'angles, on cherche à diminuer le nombre de calculs. Pour cela on prend seulement en compte les contours des objets contrairement à la méthode principale qui considère tous les pixels des objets.

À partir de cette méthode on obtient une diminution remarquable de la durée d'exécution. Pour la Figure 4, la durée d'exécution pour la méthode de l'histogramme d'angles est 25,05s alors que celle de la méthode des contours est de 2,30s.

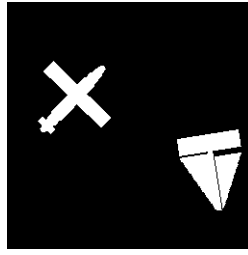


Figure 4: Deux objets

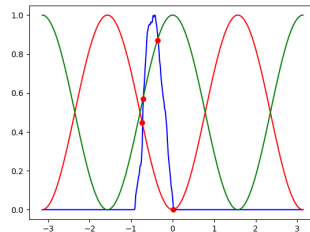


Figure 5: Méthode d'histogramme d'angles

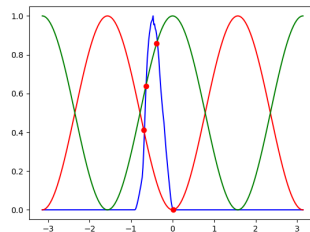


Figure 6: Méthode des contours

Même si la méthode des contours est bien plus efficace, elle résulte en des histogrammes moins précis. En effet, on observe que la précision de l'histogramme obtenu à partir de la méthode des contours dépend de la distance entre les objets. On obtient des résultats similaires lorsque les deux objets sont éloignés (voir figures 5 et 6) et inversement lorsque les objets sont proches. Par exemple la méthode de l'histogramme pour la Figure 7, qui contient deux objets assez proches, nous donne un sommet autour de -1.8 alors que la méthode des contours nous en donne deux, l'un autour de -2 et l'autre autour de $-1,4$. On obtient ainsi des valeurs d'intersection maximale différentes (par rapport à la fonction de référence $\sin^2(x)$) entre les deux histogrammes (0.97 pour la méthode des contours et 0.99 pour la méthode d'histogramme d'angles).

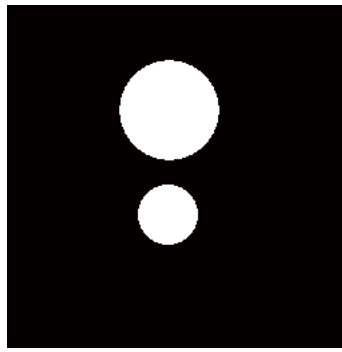


Figure 7: Deux objets assez proches

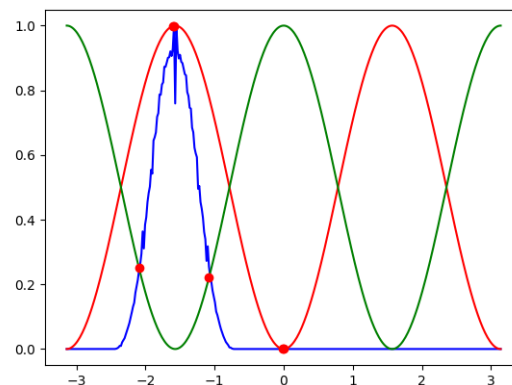


Figure 8: Histogramme obtenu

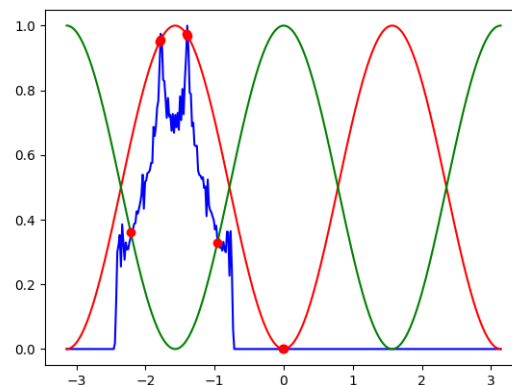


Figure 9: Histogramme obtenu par la méthode des contours

5.3 Méthode des barycentres

La méthode des barycentres permet un temps d'exécution moins élevé comparé à la méthode d'histogramme d'angles. Pour la Figure 1 on obtient une durée de 6,33s alors qu'avec la méthode de l'histogramme d'angles on obtient 22,55s.

Même si la méthode des barycentres fonctionne plus rapidement par rapport à la méthode des contours, les résultats obtenus peuvent être assez trompeurs. Comme la méthode des barycentres utilise la moyenne des coordonnées pour un objet, lorsqu'un objet entoure un autre objet, ou bien qu'il est considérablement plus grand, long ou *fractal*, le résultat devient moins précis. Par exemple pour la Figure 10, la méthode des barycentres nous dit seulement que l'objet

1 (maison) est à gauche par rapport à l'objet 2 (rivière) avec 203 degrés. Avec la méthode de calcul d'histogramme d'angles, on obtient l'information que la maison est à gauche, en bas et un peu en haut par rapport à la rivière mais qu'elle n'est pas à droite. (Les intersections maximales sont 0.60 pour le bas, 0,60 pour la gauche, 0,41 pour le haut et 0,00 pour la droite)



Figure 10: Image d'une maison et d'une rivière

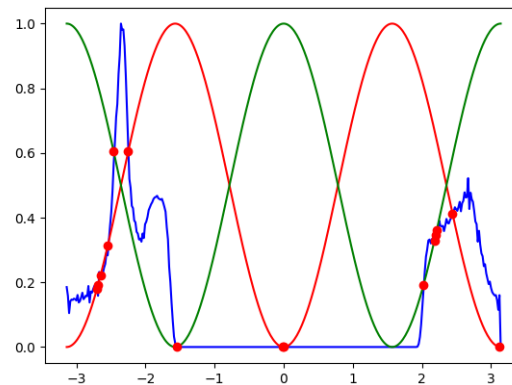


Figure 11: Histogramme d'angles obtenu pour la Figure 10

6 Limites

Suivant de nombreuses expériences sur des images différentes, nous remarquons qu'il existe des cas où ces méthodes ne donnent pas des résultats cohérents. Dans cette section, nous détaillerons ces situations en donnant de tels exemples.

6.1 Limites générales à ces méthodes

Ces méthodes prennent en compte les variations de longueur des pixels. Étant donné que les pixels sont carrés, la longueur de la diagonale et celle d'un des côtés n'est pas similaire. Bien qu'assez proche, la petite différence de longueur peut avoir des répercussions. La longueur d'un objet réel photographié ne sera ainsi pas représentée adéquatement, car les longueurs utilisées par notre programme ne tiennent pas compte de ces variations. On dit que la norme n'est pas respectée.

Des méthodes prenant en compte ces variations seront donc plus à même de donner des relations spatiales *en accord* avec la réalité.

6.2 Limites de la méthode des barycentres

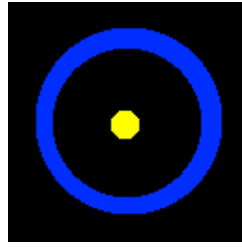


Figure 12: Un objet entouré par un autre

Dans la Figure 12 on observe un objet jaune entouré par un deuxième objet bleu. La méthode des barycentres nous donne la relation de l'objet jaune par rapport à l'objet bleu avec 45 degrés (225 degrés inversement) qui nous dit que l'objet bleu est en haut et à droite par rapport à l'objet jaune.

Il est en revanche évident que ce n'est pas le cas car visuellement, la majorité de l'objet bleu n'est ni en haut, ni à droite...

Cette incohérence est en fait un résultat naturel de la définition de la méthode de barycentres. Comme cette méthode est calculée à partir des moyennes des points de chaque objet, on obtient le barycentre de l'objet bleu au centre du cercle. Par conséquent la méthode des barycentres nous retourne l'angle obtenu à partir du centre des cercles jaune et bleu qui ne représente pas la relation spatiale de ces deux objets.

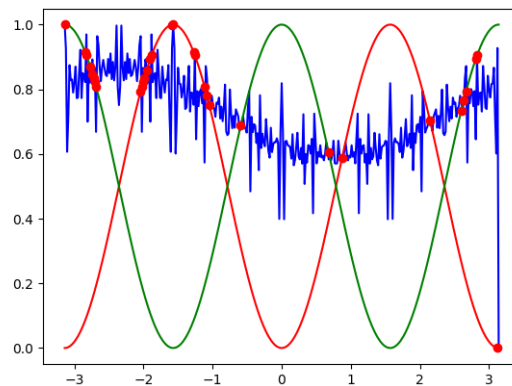


Figure 13: Histogramme d'angles obtenu à partir de la Figure 12

En revanche on voit que l'histogramme d'angles approxime une droite constante. Cela nous donne l'information que l'objet bleu entoure l'objet jaune (Appartenance : *bas* ≈ 1.0 , *haut* ≈ 0.7033 , *droite* ≈ 0.6873 , *gauche* ≈ 1.0).

6.3 Limites de la méthode du calcul d'histogramme d'angles

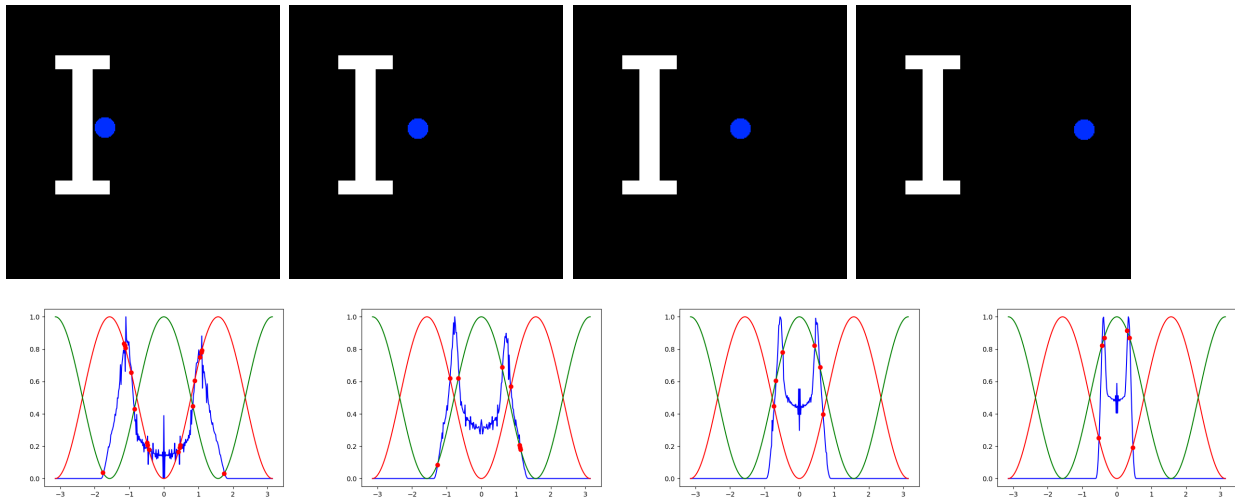


Figure : Translation de l'objet bleu vers la droite en 4 étapes et les histogrammes correspondant à chaque étape

Etape	Down	Up	Right	Left
1	0.8345	0.7938	0.4477	0.0364
2	0.6209	0.5695	0.6873	—
3	0.4477	0.3960	0.8213	—
4	0.2499	0.1921	0.9145	—

Le tableau des valeurs d'appartenance (arrondies) en fonction des étapes de la translation.

Comme la méthode des contours, lorsque les deux objets sont proches, la méthode de calcul de l'histogramme d'angles peut donner des résultats ambigus. Dans la première étape de la figure de translation, on a l'impression que l'objet bleu est à droite de l'objet blanc. En revanche l'histogramme d'angles et les valeurs d'appartenance obtenus nous indiquent que l'objet bleu est plutôt en haut et en bas ce qui n'est pas techniquement faux. Par conséquent on observe un conflit entre la perception humaine et la méthode de calcul de l'histogramme d'angles. On observe aussi en fonction des étapes que cette ambiguïté diminue lorsque la distance entre ces deux objets augmente. On voit que les deux sommets dans les histogrammes se rapprochent vers 0 (la droite) lorsque les objets s'éloignent. On peut aussi conclure le même résultat à partir du tableau des valeurs d'appartenance. Dans chaque étape de translation, la valeur de "haut" et "bas" diminue alors que la valeur de "droite" augmente.

6.4 Limites de la méthode des contours

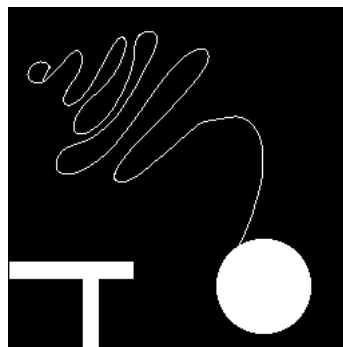


Figure 14: Le yo-yo et la table

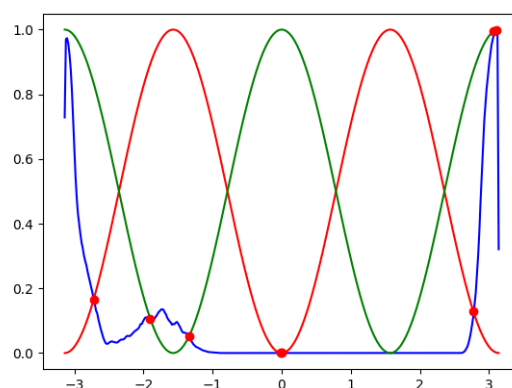


Figure 15: Histogramme obtenu

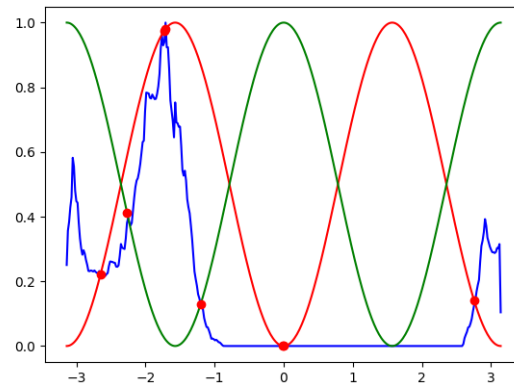


Figure 16: Histogramme obtenu par la méthode des contours

La méthode des contours et celle du calcul de l'histogramme d'angles se basent sur la même théorie, par conséquent la méthode des contours apporte des problèmes assez similaires. En revanche on observe aussi des situations où la méthode du calcul de l'histogramme fonctionne mais pas la méthode des contours.

Dans la Figure 14 on voit deux objets : un yo-yo et une table. Si on définit un yo-yo avec la partie ronde et pas avec la chaîne, alors on voit clairement que la table se trouve à gauche du yo-yo. Dans l'histogramme d'angles obtenu par la méthode principale, on voit que le résultat correspond avec l'intuition (les valeurs d'appartenance : *bas* ≈ 0.1654 , *haut* ≈ 0.1284 , *droite* ≈ 0.0506 et *gauche* ≈ 0.9987) i.e. la table se trouve plutôt à gauche. Alors que la méthode des contours nous dit que la table est plutôt en bas par rapport au yo-yo (valeurs d'appartenance : *bas* ≈ 0.9806 , *haut* ≈ 0.1403 , *droite* ≈ 0.1284 et *gauche* ≈ 0.4131).

Cette différence vient du fait que la méthode des contours ne conserve que les contours de l'objet. Or, lorsqu'on enlève l'intérieur du yo-yo, on enlève une assez bonne partie de sa densité de pixels. D'un point de vue contours, la densité est plus grande au niveau de la ficelle. L'histogramme et la relation ainsi obtenus sont donc ainsi biaisés. On pourrait obtenir des résultats encore plus probants avec une figure fractale.

7 Bilan

Dans ce projet, nous avons développé un script permettant de calculer les relations spatiales entre différents objets sur une image.

Pour cela, nous avons développé trois approches, dont deux assez similaires. La première et principale, est une méthode utilisant les histogrammes d'angles entre les deux objets. On obtient une assez bonne précision dans la plupart des cas testés, et la relation spatiale ainsi calculée est en accord avec notre vision humaine.

Nous avons aussi développé une méthode utilisant le barycentre des objets, et calculant l'angle formé par ces barycentres afin d'en extraire la relation spatiale. Nous avons donné les limites d'une telle méthode, dont les résultats sont moins fins que la méthode précédemment citée.

Nous avons enfin développé une nouvelle méthode, appelée méthode des contours. Celle-ci, comme son nom l'indique, ne prend en compte que les contours des objets. L'idée derrière cette méthode est que souvent les contours contiennent moins de pixels que l'objet entier, mais que la position spatiale de l'objet reste la même après avoir "vidé" l'objet. Une fois les contours déterminés, le calcul de la relation spatiale s'effectue avec la méthode des histogrammes d'angles. On obtient donc des résultats plus rapides avec cette méthode, avec toutefois une

légère baisse de précision due à la perte de densité des objets.

8 Conclusion

Ce projet nous a donné l'opportunité de travailler en groupe sur un projet d'actualité de recherche en informatique. Cela nous a permis de découvrir de nouvelles technologies. Ce domaine est notamment relié à la reconnaissance d'image et est utilisé en intelligence artificielle. Nous avons eu des difficultés à planifier les réunions en raison de nos emplois du temps incompatibles. De plus, SVN semblait ne pas fonctionner sur l'ordinateur de Asma, ce qui nous a forcé à "commit" son code depuis les ordinateurs des autres membres du groupe.

Toutefois, nous nous sommes bien entendu et avons pu travailler dans une ambiance agréable et productive.

9 Remerciements

Nous tenons à remercier le Professeur Laurent Wendling pour son encadrement, ses conseils ainsi que les nombreuses connaissances qu'il nous a apportées. Nous souhaitons aussi remercier Monsieur David Janiszek pour l'opportunité qu'est le projet L2. Enfin, nous remercions l'ensemble du personnel de Université Paris Cité.

10 Glossaire

- Image binaire :
 - Constituée de $[0, 1] \rightarrow [0, 255]$ dans notre cas
 - $0 \rightarrow$ noir/fond, $255 \rightarrow$ blanc/forme
- Relations spatiales : Nord / Sud / Est / Ouest, Droite / Gauche / Haut / Bas

11 Bibliographie

References

- [1] Donald Ervin Knuth. *The Art Of Computer Programming*. Vol. 1, 3rd edition. Boston: Addison-Wesley, 1997.
- [2] Anca Ralescu Koji Miyajima. "Spatial organization in 2D images". In: (1994).
- [3] Anca Ralescu Koji Miyajima. "Spatial organization in 2D segmented images: Representation and recognition of primitive spatial relations". In: *Fuzzy sets and systems* 65 (1994), pp. 225–236.

12 Annexes

Liste des documents disponibles sur la forge :

- Cahier des charges

- Cahier des recettes
- Plan de conception détaillée
- Plan de test
- Manuel d'utilisation
- Manuel d'installation
- Vidéo de démonstration du script
- Diapositives de présentation