Algorithmique Avancée TD01

Hugo Demaret

September 2021

Partie A -

Partie B -

Voir sur :
https://github.com/HugoDemaret/linked_list
https://github.com/HugoDemaret/doublelinked_list
https://github.com/HugoDemaret/binary_tree

Partie C -

Exercice 1 -

Déterminons quelle est la complexité asymptotique de cet algorithme.

Exercice 2 -

Soit T un graphe avec n sommets. Démontrer que les propriétés suivantes sont équivalentes.

(1) T est un arbre
La définition d'un arbre est : Graphe acyclique et connexe.

(2) T est un graphe connexe et acyclique
C'est en fait l'une des définitions d'un arbre.

(3) T est un graphe connexe avec n-1 arrête
Un graphe cyclique à n sommets possède au minimum n arrêtes. Donc un graphe connexe à n-1 arrêtes est acyclique. C'est un arbre.

(4) T est un graphe acyclique avec n-1 arrête

T est un graphe simple. Un graphe acyclique est un graphe simple (la boucle serait un cycle). Le graphe possède n-1 arrêtes, donc chaque sommet possède au moins une arrête (parfois en commun avec un autre sommet). Donc le graphe est connexe. C'est donc un arbre.

Les propriétés précédentes décrivant toutes un arbre, elles sont équivalentes.

Exercice 3 -

Considérons 3 définitions d'un arbre :

Définition 1.
Un arbre T est un graphe :
- Qui est simple (sans boucle)
- Tel que :

$$\forall (u, v) \in T, u \neq v, \exists ! \eta [u, v] \tag{1}$$

Cette définition repose sur les deux propositions suivantes :
Proposition 1 : S'il y a un chemin de v à w dans le graphe G, alors il y a aussi un chemin simple de v à w.
Proposition 2 : S'il y a un cycle dans G, alors il y a un cycle simple dans G.

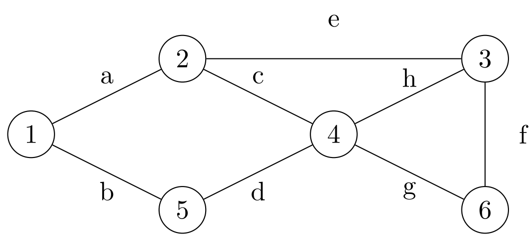
Définition 2.
Un graphe non-orienté connexe et acyclique est appelé un arbre.

Définition 3.
Un arbre est un graphe connexe minimal. C'est-à-dire que toute suppression d'arrêtes le rend non connexe.

Partie D -

Exercice 1.1 -

Soit G le graphe suivant :



Exercice 1.2 -

On considère G un graphe simple et non dirigé.

1 - *Soit A la matrice d'adjacence de G. Que valent les sommes par lignes et par colonnes ?*

Les sommes par lignes et par colonnes nous donnent le degré des sommets de G.

2 - *Soit M la matrice d'incidence de G, c'est-à-dire une matrice de taille V(G) × E(G) telle que* $m_{ue} = 1 sil'arrêteeestincidenteausommetuetm_{ue} = 0sinon.Ecrirelamatriced'incidencedugraphedel'exerciceprécédent.$