

Cours d'Algorithmique I

Fiche de TP 9 — Second TP sur les arbres

Département Informatique, Réseaux et Multimédia
Polytech Marseille — usage interne

Année 2016-17 — Semaines du 9/1 & 16/1

1 Quelques exercices

1. On dit qu'un arbre A est *plus petit* qu'un arbre B si, à chaque fois que l'on tombe sur une feuille de A , l'arbre B n'est pas *épuisé* (donc, égal à une feuille ou un sous-arbre) et que le contraire ne se produit pas. Ecrire ce prédicat. On rendra donc 1 si A est plus petit que B et 0 lorsque B est plus petit que A ou lorsque les deux arbres ne sont pas comparables.
2. La question précédente ne donne pas un ordre, car il se peut A ne soit pas plus petit que B , ni son contraire. Ecrire $3\text{poss}(A, B)$, qui prend en arguments deux arbres A et B , et répond par 1 lorsque A est plus petit que B , par -1 lorsque B est plus petit que A , et par 0, sinon.
3. Dire si, oui ou non, toute feuille d'un arbre porte une valeur égale à sa profondeur dans l'arbre.
4. Dire si, oui ou non, les feuilles d'un arbre sont données en ordre non décroissant lorsqu'on applique un parcours en profondeur préfixe.

2 Fibonacci

Construire les arbres $A(n)$ qui correspondent à la fonction de *Fibonacci* pour n allant de 3 à 10. Les afficher en notation infixe complètement parenthésée. On a $\text{fib}(0) = 0$ et $\text{fib}(1) = 1$. Pour $n > 1$, on a $\text{fib}(n) = \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)$. Observez que la taille des arbres croît très vite.

3 Problème des 8 reines

Un algorithme de back-track parcourt récursivement un arbre abstrait à la recherche des solutions. On s'intéresse à des problèmes où, à chaque étape, on a le choix entre plusieurs voies pour parvenir à la solution.

Cette méthode utilise la récursivité pour mémoriser les points de choix et savoir y revenir ultérieurement. Attention, il n'y a pas de miracle : les temps de calcul sont souvent exponentiels, mais on résout des problèmes compliqués grâce à la combinatoire.

Comment placer 8 reines sur un échiquier 8x8 sans qu'aucune ne soit en prise vis-à-vis d'une autre ? Il y a 92 solutions, si on ne tient pas compte des diverses symétries. Ecrire l'algorithme qui calcule ces solutions.

Le fichier `enonce.pdf` fourni décrit le problème plus en détail. Il s'attaque aussi à la question des symétries qui est ignorée dans ce TP.

4 Makefile

Travailler le TP sur les `makefile` joint.

5 Arbres à arités variables

Le répertoire TP - **Arbres à arités variables** donne un exemple d'arbres pour lesquels l'arité est variable. Une feuille est d'arité 0 et peut correspondre à un `nom` ou une `valeur`. Les nœuds internes portent des étiquettes qui peuvent correspondre aux opérations `+`, `-`, `*`, `/` et `^`. `+` et `*` sont toujours arité 2, alors que les trois autres opérations peuvent être binaires ou unaires. Les sens de `a / b`, `a - b` et `a ^ b` sont évidents. L'expression `^ a` signifie e^a , l'expression `- a` signifie $-a$ et l'expression `/ a` signifie $1/a$.

Les procédures `et print` et `print_opt` affichent de tels arbres. La procédure `eval` détermine la valeur de l'arbre sous forme de fraction `num/denom`, si cela est possible (la variable `rationnel`). Les valeurs des variables dans l'arbre sont déterminées à partir d'une liste d'association `variable-valeur`.