

Especificación de las Máquinas de Turing

Teoría de la Computación
Universidad ORT Uruguay

Agosto 2024

Componentes.

Memoria:

Es una cinta infinita, dividida en casilleros, cada uno de los cuales está ocupado por un símbolo. Los símbolos conforman un alfabeto finito Σ que incluye al menos dos símbolos, uno de los cuales es distinguido, será representado $\#$, y denominado blanco. En cada momento de la ejecución de una máquina la cinta contendrá un número finito de símbolos distintos de $\#$.

Para saber en que posición de la cinta nos encontramos, contamos con un *cabezal lector*. El símbolo que se encuentra bajo el cabezal lector se le puede llamar símbolo *corriente*.

Control:

El control de ejecución está dado por una **tabla** cuya *clave* es un *estado* y el dato asociado es una tabla de ramas.

Los estados constituyen un conjunto finito que contiene dos elementos distinguidos i (**init**) y h (**halt**), llamados respectivamente el estado *inicial* y el estado *terminal* de la máquina. El estado terminal no aparece como clave de ninguna entrada de la tabla.

Una tabla de ramas tiene como clave un símbolo del alfabeto o un '*comodín*' (el cual es un símbolo distinguido agregado al alfabeto, por ejemplo ' $_$ ') y el dato asociado a la clave de esta tabla, es una pareja formada por una acción y un nuevo estado.

Las acciones son las siguientes: l , r y σ donde σ es cualquier símbolo, con los siguientes significados respectivos:

- Mover el cabezal lector a la izquierda.
- Mover el cabezal lector a la derecha.
- Sobrecribir el símbolo corriente por σ y dejar el cabezal lector sobre el símbolo escrito.

Ejemplo de L_σ :

i: { $_$ \rightarrow l , loop }
loop: { σ \rightarrow σ , h ;
 $_$ \rightarrow l , loop }

Semántica Operacional.

Ejecución: La notación $T \triangleright m \triangleright T'$ significa que la máquina m teniendo como entrada a la cinta T , termina su ejecución dejando como salida la cinta T' . Se denota i para el estado inicial y h para el estado final.

$$\text{exec} \frac{T \xrightarrow[i]{m} (T', h)}{T \triangleright m \triangleright T'}$$

Iteración: La notación $T \xrightarrow[q]{m} (T', q')$ significa que la máquina M comenzando en el estado q y con la cinta T , llega en cero o varios pasos de ejecución a la cinta T' y en el estado q' . Utilizamos también $t(k)$ para denotar el **lookup** de la clave k en la tabla \mathfrak{t} .

$$\text{zero} \frac{}{T \xrightarrow[h]{m} (T, h)} \quad \text{succ} \frac{T \xrightarrow[m(q)]{} (T'', q'') \quad T'' \xrightarrow[q']{m} (T', q')}{T \xrightarrow[q]{m} (T', q')}$$

Paso: Finalmente un paso de ejecución se denota como $T \xrightarrow[\bar{b}]{} (T', q')$, donde T es la cinta inicial, \bar{b} es una tabla de ramas, T' y q' son respectivamente la cinta y el estado al que da lugar la ejecución de una acción de la *Máquina de Turing*.

$$\text{left} \frac{}{((izq, s'), s, der) \xrightarrow[\bar{b}]{} ((izq, s', (s, der)), q') \quad \bar{b}(s) = (l, q')}$$

$$\text{right} \frac{}{(izq, s, (s', der)) \xrightarrow[\bar{b}]{} (((izq, s), s', der), q') \quad \bar{b}(s) = (r, q')}$$

$$\text{write} \frac{}{(izq, s, der) \xrightarrow[\bar{b}]{} (izq, \sigma, der), q') \quad \bar{b}(s) = (\sigma, q')}$$