

4. Introducción a la Probabilidad

70. Consideramos el experimento aleatorio de extraer una carta de una baraja francesa de 52 cartas. Calcular las probabilidades de que

- a) Sea un siete.
- b) Sea una carta negra.
- c) Sea un as o un rey.
- d) Sea un dos o un tres negro.
- e) Sea una figura roja.

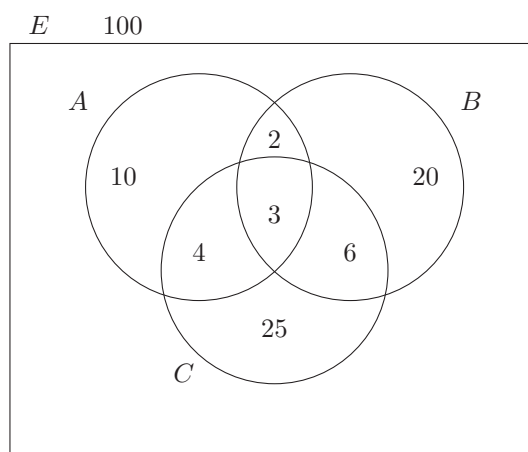
Para los sucesos anteriores: descomponerlos en sus sucesos elementales, hallar su complementario y buscar pares de sucesos mutuamente excluyentes.

71. Se lanzan dos dados de seis caras. Describir el espacio muestral y después calcular la probabilidad de que la suma de los puntos sea igual que 8.

72. Sean dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,2$ y $P(A \cap B) = 0,1$. Calcular las probabilidades

- a) $P(A \cup B)$
- b) $P(A \cap B^c)$
- c) $P(A^c \cap B)$
- d) $P(A^c \cap B^c)$

73. En el siguiente diagrama los círculos indican los conjuntos A , B y C y los números indican cuantos elementos hay en cada una de las intersecciones sobre de un total de 100 elementos.



Si elegimos al azar un elemento del conjunto, calcula las probabilidades de pertenecer al conjunto A , B , C , A ó C , a B pero no a A ó a C .

74. Sean R y S dos eventos del espacio muestral tales que $P(R) = 0,2$ y $P(S) = 0,5$. Decidir de forma razonada por qué cada una de las siguientes afirmaciones es cierta o falsa
- Si R y S son mutuamente excluyentes entonces $P(R \cup S) = 0,1$.
 - Si R y S son independientes entonces $P(R \cup S) = 0,6$.
 - Si R y S son mutuamente excluyentes entonces $P(R \cap S) = 0,7$.
 - Si R y S son mutuamente excluyentes entonces $P(R \cup S) = 0,6$.
75. Una caja contiene 10 jeringuillas de las cuales 2 son defectuosas y el resto correctas. Si elegimos cuatro jeringuillas al azar sin reemplazo, calcular la probabilidad de que dos de ellas sean defectuosas.
76. Una comisión está formada por doce personas, de las cuales tres son altos cargos políticos. Se forman tres grupos de cuatro personas. Si todas las configuraciones son igualmente probables se pide:
- Probabilidad de que a cada grupo vaya a parar un político.
 - Probabilidad de que los tres políticos vayan a parar al mismo grupo.
77. Reunimos en una pila de 9 cartas todas las espadas numeradas del 2 al 10 y tomamos también un dado. Proporcionar una lista de los resultados posibles al lanzar un dado y destapar una carta. ¿Cuántos elementos hay?
78. Determinar las probabilidades de los siguientes eventos al sacar una carta de una baraja española.
- Un siete.
 - Un as o un rey.
 - Una figura.
79. En una ciudad, el 55 % de la población consume azúcar de la marca A , el 30 % de la marca B y el 20 % de ambas marcas. Se elige una persona al azar:
- Probabilidad de que sólo consuma azúcar de la marca A .
 - Si consume azúcar de la marca A , ¿cuál es la probabilidad de que consuma también de la marca B ?
 - Si consume azúcar de la marca B , ¿cuál es la probabilidad de que no consuma del tipo A ?
80. Se eligen al azar 3 deportistas de un equipo de 10 integrantes para realizar un control antidopaje; Se sabe que 2 de los jugadores del equipo han tomado sustancias prohibidas. ¿Cuál es la probabilidad de elegir para el análisis a alguno de los infractores?

81. En el trayecto de casa a la Universidad hay tres semáforos que pueden encontrarse en verde o en rojo. Describir el espacio muestral indicando la secuencia de luces del semáforo que se puede encontrar en un trayecto.

Suponiendo que la probabilidad de encontrarse el semáforo en rojo o en verde es la misma, ¿cuál es la probabilidad de que sólo nos detengamos una vez ante un semáforo en rojo? ¿cuál es la probabilidad de detenernos al menos una vez en el trayecto por un semáforo en rojo?

82. Suponemos el lanzamiento de un dado de 6 caras con resultados $1, 2, \dots, 6$.

Dados los sucesos:

- $A = \text{“sacar par”}$
- $B = \text{“sacar más de 3”}$
- $C = \text{“sacar 5”}$

Calcular las probabilidades:

- a) $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$,
 b) $P(A \cup B)$, $P(A \cup C)$, $P(B \cap C)$, $P(B \setminus C)$, $P((A \setminus B)^c)$.

83. Averigua qué condiciones deben verificar los sucesos A y B para que se cumpla que

$$P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$$

Da un ejemplo.

84. Dos estaciones de bombeo de agua pueden estar paradas debido a que se ha producido una avería en la maquinaria o a la existencia de fugas en la conducción. Las probabilidades se estiman en

Estación	$P(\text{“avería”})$	$P(\text{“fuga”})$	$P(\text{“ambas a la vez”})$
1	0,07	0,10	0
2	0,09	0,12	0,06

¿Cuál de las dos estaciones es más fiable?

85. Llegó un cargamento de uvas en el que se sabe que un 10 % son negras sin semilla, un 20 % son blancas sin semilla, un 30 % son negras con semilla y un 40 % son blancas con semilla. Aleatoriamente se escoge un racimo del cargamento. Encontrar la probabilidad de que:

- a) Sea sin semilla.
 b) Sea blanca.
 c) Sea negra y sin semilla.
 d) Sea negra o sin semilla.

- e) Sea negra dado que es sin semilla.
- f) Sea sin semilla sabiendo que es negra.
86. En una determinada población la probabilidad que una persona padezca la enfermedad A es $0,2$ mientras que la probabilidad de que padezca la enfermedad B es $0,3$ si no padece la enfermedad A . También se sabe que sólo el 8% de la población padece ambas enfermedades a la vez. Se elige de la población una persona al azar. Probabilidad de que padezca:
- a) Sólo la enfermedad A .
- b) Ninguna de las dos enfermedades.
- c) Una de las dos enfermedades, pero no las dos.
87. Una fábrica de galletas tiene tres cadenas de producción. Cada una de ellas fabrica el 30 , 45 , y 25 por ciento de la producción de un día. Se conoce el porcentaje de galletas no aptas para su venta en cada una de las cadenas de producción y es del 5 , 4 y 3 por ciento, respectivamente. De la producción total de un día se selecciona una galleta al azar.
- a) Probabilidad de que la galleta seleccionada no sea apta para la venta.
- b) Sabiendo que la galleta es apta para la venta, probabilidad de que haya sido fabricada por la primera cadena de producción.
88. Un estudiante de fisioterapia de Soria tiene un despertador que sonará a la hora fijada con probabilidad $0,7$. Si suena, le despertará a tiempo para llegar a su clase de estadística con probabilidad $0,8$. Si no suena la probabilidad de que llegue a clase es $0,3$.
- a) Probabilidad de que un día cualquiera llegue a clase de estadística.
- b) Encontramos al estudiante en su clase de estadística. Probabilidad de que el despertador haya sonado.
89. En una clínica se conocen datos sobre el funcionamiento y averías de las 5 máquinas de ultrasonidos que poseen y que se resumen en

máquina	días funcionando	días averiada
1	209	51
2	217	43
3	258	2
4	229	31
5	247	13

Estimar, para cada máquina, la probabilidad de estar averiada. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna funcione un mismo día?

90. Durante un estudio sobre accidentes automovilísticos se encontró que el 60 % de los accidentes ocurren por la noche, el 52 % están relacionados con conductores alcoholizados y el 37 % se presentan de noche y están relacionados con conductores ebrios.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un accidente esté relacionado con un conductor alcoholizado, dado que sucedió por la noche?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un accidente haya sucedido de noche, sabiendo que está relacionado con un conductor ebrio?
91. En una clínica se propone a cada paciente que elija entre tres métodos diferentes para tratar cierta lesión de rodilla. De los datos registrados, se sabe que el 70 % de los pacientes eligen el tratamiento A, el 20 % se decantan por el B y el resto por el C. Las probabilidades de recuperarse de la lesión como resultado de estos tres tratamientos son 0,75, 0,60 y 0,65 respectivamente. Recibimos en la consulta un paciente que se ha recuperado en esa clínica de una lesión de rodilla. ¿Cuál es la probabilidad de que haya recibido cada uno de los tratamientos anteriores?
92. Un grupo de investigación independiente ha estado estudiando las probabilidades de que suceda un accidente en una planta de energía nuclear que produzca como resultado una fuga radiactiva. El grupo considera que los únicos tipos posibles de accidentes que pueden suceder en un reactor son: incendio, fallo mecánico y error humano. Además, dos o más accidentes nunca se presentan juntos.
- Sus estudios han arrojado que si se desatara un incendio habría un 20 por 100 de probabilidades de que hubiera una fuga de radiación; un 50 por 100 de fuga radiactiva a resultas de un fallo mecánico y un 10 por 100 de probabilidades de fuga como resultado de un error humano. Sus estudios también han mostrado que la probabilidad de que se presenten juntos un incendio y una fuga de radiación es de 0,001, que se den juntos un fallo mecánico y una fuga de radiación es de 0,0015, que se dé un error humano y haya una fuga de radiación al mismo tiempo es de 0,0012.
- ¿Cuáles son las probabilidades respectivas de que se presente un incendio, un fallo mecánico y un error humano?
 - ¿Cuáles son las respectivas probabilidades de que una fuga de radiación haya sido ocasionada por un incendio, un fallo mecánico o un error humano?
 - ¿Cuál es la probabilidad de una fuga de radiación?
93. Una empresa dispone de tres fábricas que producen 1.000, 2.000 y 4.000 productos respectivamente. La proporción de productos que no superan el control de calidad es de 0,01, 0,02 y 0,03. Calcular:
- La probabilidad de que un producto de la empresa no supere el control de calidad.

- b) Si se observa un producto y supera el control de calidad, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en la tercera fábrica?
94. En un cierto país se estima que la probabilidad de que una empresa industrial contamine, si hay una ley ecológica en vigor, es de 0,01. La probabilidad de que se promulgue una ley ecológica es de 0,5 y la probabilidad de que una empresa contamine es de 0,1. Calcular:
- La probabilidad de que la empresa no contamine y haya una ley ecológica.
 - La probabilidad de que, contaminando la empresa, haya ley ecológica.
 - La probabilidad de que no habiendo ley ecológica, la empresa no contamine.
 - La probabilidad de que, habiendo ley ecológica, la empresa no contamine.
95. Un informe de dos páginas contiene un error en una de las páginas. Dos correctores leen el informe. Cada uno de ellos tiene una probabilidad del 80 % de encontrar el error. Hallar la probabilidad de que el error pase inadvertido en el caso de que:
- Ambos correctores leen el informe completo.
 - Cada corrector lee una página diferente.
 - El primer corrector elige una sola página al azar para leer y el segundo también, independientemente de la elección del primero.
96. El sistema de seguridad de incendios de una clínica se activa con una probabilidad de 0,99 si hay un incendio. La probabilidad de que se active sin que haya incendio es de 0,02. Se estima también que la probabilidad de que haya un incendio en la clínica un día cualquiera es de 0,05.
- La probabilidad de que habiéndose activado la alarma haya un incendio.
 - La probabilidad de que haya un incendio sabiendo que no se ha activado el sistema de seguridad.
97. Sean A y B sucesos independientes tales que $P(A) = 0,25$ y $P(B) = 0,6$. Calcular las siguientes probabilidades condicionadas:
- $P(A|A \cap B)$
 - $P(A|A \cup B)$
 - $P(B|A \cap B^c)$
98. El 60 % de los individuos de una población están vacunados contra una cierta enfermedad. Durante una epidemia se sabe que el 20 % la ha contraído y que 2 de cada 100 individuos están vacunados y son enfermos. Calcular el porcentaje de vacunados que enferma y el de vacunados entre los que están enfermos.

99. La proporción de alcohólicos que existe en la población de Málaga es, aproximadamente, un 10 %; no obstante, en las bajas que dan los médicos de la Seguridad Social difícilmente se encuentra el diagnóstico de alcoholismo. Aparecen, sin embargo, diagnosticados de hepatopatías, lumbalgias, etc., que pueden hacer sospechar alcoholismo subyacente. Se realizó un estudio que puso de manifiesto que el 85 % de los individuos alcohólicos y el 7 % de los no alcohólicos sufrían tales patologías. Se desea saber cuál es la probabilidad de que un individuo con esas patologías sea realmente alcohólico.
100. Dos tratamientos, A y B, curan una determinada enfermedad en el 20 % y 30 % de los casos, respectivamente. Suponiendo que ambos actúan de modo independiente, razona cuál de las dos siguientes estrategias utilizarías para curar a un individuo con tal enfermedad:
- a) Aplicar ambos tratamientos a la vez.
 - b) Aplicar primero el tratamiento B y, si no surte efecto, aplicar el A.
101. Estamos interesados en saber cuál de dos análisis A y B es mejor para el diagnóstico de una determinada enfermedad, de la cual, sabemos que la presentan un 10 % de individuos de la población. El porcentaje de falsos positivos del análisis A es del 15 % y el de B es del 22 %. El porcentaje de falsos negativos de A es del 7 % y de B es del 3 %. ¿Cuál es la probabilidad de acertar en el diagnóstico con cada método?
102. Con objeto de diagnosticar la colelitiasis se usan los ultrasonidos. Tal técnica tiene una sensibilidad del 91 % y una especificidad del 98 %. En la población que nos ocupa la probabilidad de colelitiasis es del 20 %.
- a) Si a un individuo de tal población se le aplican los ultrasonidos y dan positivos, ¿cuál es la probabilidad de que sufra la colelitiasis?
 - b) Si el resultado fuese negativo, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga la enfermedad?
103. Entre los estudiantes de una Facultad de Filosofía y Letras se dan las siguientes proporciones: el 40 % son hombres. El 70 % de los varones fuman, mientras que entre las mujeres sólo fuma el 20 %. Escogido un estudiante al azar, calcúlese la probabilidad de que fume.
104. Los estudios epidemiológicos indican que el 20 % de los ancianos sufren un deterioro neuropsicológico. Sabemos que la tomografía axial computerizada (TAC) es capaz de detectar este trastorno en el 80 % de los que lo sufren, pero que también da un 3 % de falsos positivos entre personas sanas. Si tomamos un anciano al azar y da positivo en el TAC, ¿cuál es la probabilidad de que esté realmente enfermo?
105. Sabemos que tiene estudios superiores el 15 % de la población española, estudios medios el 40 %, estudios primarios el 35 % y no tiene estudios el 10 %. Los desempleados no se distribuyen proporcionalmente entre esas categorías, dado que de

entre los de estudios superiores están sin trabajo el 10 %, entre los de estudios medios el 35 %, entre los de estudios primarios el 18 % y entre los que no tienen estudios el 37 %. Obtenga las probabilidades de que, extraída una persona al azar, ésta sea:

- a) Titulada superior, sabiendo que está parada.
 - b) Un sujeto parado sabiendo que no tiene estudios.
 - c) Un sujeto con estudios primarios o que está trabajando.
106. Una enfermedad puede estar producida por tres virus A, B, y C. En el laboratorio hay 3 tubos de ensayo con el virus A, 2 tubos con el virus B y 5 tubos con el virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad es de $1/3$, que la produzca B es de $2/3$ y que la produzca el virus C es de $1/7$. Se inocula un virus de un tubo escogido al azar a un animal y contrae la enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que el virus que se inocule sea el C?
107. El 70 % de los estudiantes aprueba una asignatura A y un 60 % aprueba otra asignatura B. Sabemos, además, que un 35 % del total aprueba ambas. Elegido un estudiante al azar, calcular las probabilidades de las siguientes situaciones:
- a) Haya aprobado la asignatura B, sabiendo que ha aprobado la A.
 - b) Haya aprobado la asignatura B, sabiendo que no ha aprobado la A.
 - c) No haya aprobado la asignatura B, sabiendo que ha aprobado la A.
 - d) No haya aprobado la asignatura B, sabiendo que no ha aprobado la A.
108. La cuarta parte de los conductores de coche son mujeres. La probabilidad de que una mujer sufra un accidente en un año es de cinco entre diez mil, y para los hombres es de una entre diez mil. Calcula la probabilidad de que si acaece un accidente, el accidentado sea hombre.
109. En un campus universitario existen 3 carreras sanitarias. Se sabe que el 50 % cursan estudios de Enfermería, el 30 % Medicina y el 20 % Fisioterapia. Los que finalizaron sus estudios son el 20 %, 10 % y 5 % respectivamente. Elegido un estudiante al azar, halla la probabilidad de que haya acabado la carrera.