

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Se sabe que la probabilidad de un individuo de parecer una cierta enfermedad es 0,2. Se conoce un método diagnóstico cuya sensibilidad es del 91% y su especificidad del 98%. Calcular:
- a) Probabilidad de que el individuo esté enfermo sabiendo que el test fue positivo.
- b) Probabilidad de que el individuo esté sano sabiendo que el test fue negativo.

Sensibilidad: $P(T^+|E) = 0,91$

Especificidad: $P(T^-|E^c) = 0,98$

Probabilidad de estar enfermo: $P(E) = 0,2$

Deducimos:

$$P(T^-|E) = 1 - 0,91 = 0,09$$

$$P(T^+|E^c) = 1 - 0,98 = 0,02,$$

$$\text{Probabilidad de estar sano } P(E^c) = 1 - 0,2 = 0,8.$$

- ① Probabilidad de que el individuo esté enfermo sabiendo que el test fue positivo

$$P(E|T^+) = \frac{P(E) \cdot P(T^+|E)}{P(T^+)} = \frac{0,2 \times 0,91}{0,198} = \boxed{0,9192}$$

$$\begin{aligned} P(T^+) &= P(E) \cdot P(T^+|E) + P(E^c) \cdot P(T^+|E^c) = \\ &= 0,2 \times 0,91 + 0,8 \times 0,02 = 0,198 \end{aligned}$$

- ② Probabilidad de que el individuo esté sano sabiendo que el test fue negativo

$$P(E^c|T^-) = \frac{P(E^c) \cdot P(T^-|E^c)}{P(T^-)} = \frac{0,8 \times 0,98}{0,802} = \boxed{0,9775}$$

$$\begin{aligned} P(T^-) &= P(E^c) \cdot P(T^-|E^c) + P(E) \cdot P(T^-|E) = \\ &= 0,8 \times 0,98 + 0,2 \times 0,09 = 0,802 \end{aligned}$$

$$P(T^-) = 1 - P(T^+) = 1 - 0,198 = 0,802$$

2. En un cierto país se estima que la probabilidad de que una empresa industrial contamine, si hay una ley ecológica en vigor, es de 0,01. La probabilidad de que se promulgue una ley ecológica es de 0,5 y la probabilidad de que una empresa contamine es de 0,1. Calcular:

- a) La probabilidad de que la empresa no contamine y haya una ley ecológica.
- b) La probabilidad de que, contaminando la empresa, haya ley ecológica.
- c) La probabilidad de que no habiendo ley ecológica, la empresa no contamine.
- d) La probabilidad de que, habiendo ley ecológica, la empresa no contamine.

Deducimos:

$$P(C|L) = 0,01 \rightarrow P(C^c|L) = 1 - P(C|L) = 0,99$$

$$P(L) = 0,5 \rightarrow P(L^c) = 1 - P(L) = 0,5$$

$$P(C) = 0,1 \rightarrow P(C^c) = 1 - P(C) = 0,9$$

$$P(C) = P(L) * P(C|L) + P(L^c) * P(C|L^c) \rightarrow P(C|L^c) = (P(C) - P(L) * P(C|L)) / P(L^c) = (0,1 - 0,5 * 0,01) / 0,5 = 0,19$$

- a) La probabilidad de que la empresa no contamine y haya una ley ecológica.

$$P(C^c \cap L) = 0,1 \rightarrow P(C^c|L) * P(L) = 0,99 * 0,5 = \underline{0,495}$$

- b) La probabilidad de que, contaminando la empresa, haya ley ecológica.

$$P(L|C) = \frac{P(L|C) * P(L)}{P(C)} = \frac{0,99 * 0,5}{0,1} = \underline{0,495}$$

- c) La probabilidad de que no habiendo ley ecológica, la empresa no contamine.

$$P(C^c|L^c) = 1 - P(C|L^c) = 1 - 0,19 = \underline{0,81}$$

- d) La probabilidad de que, habiendo ley ecológica, la empresa no contamine.

$$P(C^c|L) = 1 - P(C|L) = \underline{0,99}$$