Ejercicios Variables Aleatorias Discretas

Hugo J. Bello

1. Ejercicios generales

- 1.1. Ejercicio. La última novela de un autor ha tenido un gran éxito, hasta el punto de que el 80 % de los lectores ya la han leído. Un grupo de 4 amigos son aficionados a la lectura:
 - 1. ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo hayan leído la novela 2 personas?
 - 2. ¿Y cómo máximo 2?
 - 3. ¿Cuál es el número esperado de lectores en este grupo de amigos?
- **1.2. Ejercicio.** Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2/3. Calcular
 - 1. La probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan las cinco personas
 - 2. La probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan al menos tres personas
 - 3. El número esperado de personas que vivirán transcurridos 30 años.
- **1.3. Ejercicio.** Se lanza una moneda cuatro veces. Calcular la probabilidad de que salgan más caras que cruces.
- **1.4. Ejercicio.** En un torneo de fútbol, Un País concreto tiene una probabilidad de 60 % de ganar un partido. Cada país juega hasta perder por primera vez.
 - 1. Encuentra la probabilidad de que este país juegue al menos 4 partidos.
 - 2. Determina el número esperado de partidos hasta perder por primera vez.
- **1.5. Ejercicio.** Una prueba consta de 200 preguntas de verdadero o falso, para un sujeto que respondiese al azar *i* Cual sería la probabilidad de que acertase:
 - 1. 40 preguntas
 - 2. menos de 3 preguntas
- **1.6. Ejercicio.** Al grabar un comercial de televisión, la probabilidad es 0.30 de que cierto actor dirá sus líneas correctamente en una toma. ¿Cuál es la probabilidad de que diga correctamente sus líneas por primera vez en la sexta toma?
- 1.7. Ejercicio. Para tratar a un paciente de una afección de pulmón, han de ser operados en operaciones independientes sus 5 lóbulos pulmonares. La técnica a utilizar es tal que si todo va bien, lo que ocurre con probabilidad de 7/11, el lóbulo queda definitivamente sano, pero si no es así se deberá esperar el

tiempo suficiente para intentarlo posteriormente de nuevo. Se practicará la cirugía hasta que 4 de sus 5 lóbulos funcionen correctamente. ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten 10 intervenciones?

- 1.8. Ejercicio. De una urna que contiene el 60% de bolas negras y el 40% de bolas blancas, se extraen bolas de forma sucesiva y con reemplazamiento. Calcular:
 - 1. Probabilidad de extraer 5 bolas blancas antes de la tercera negra.
 - 2. El número esperado de extracciones de bolas blancas antes de la tercera negra.
 - 3. Probabilidad de que haya que extraer 10 bolas para obtener tres negras.
- **1.9. Ejercicio.** La probabilidad de un niño expuesto a una enfermedad contagiosa se contagie es de 0.4. ¿Cuál es la probabilidad de que el décimo niño expuesto sea el tercero en contraerla?
- 1.10. Ejercicio. Probabilidad de obtener 3 de preguntas falladas en un examen tipo test antes de tener el décimo acierto
- **1.11. Ejercicio.** De cada 20 piezas fabricadas por una máquina, hay 2 que son defectuosas. Para realizar un control de calidad, se observan 15 elementos y se rechaza el lote si hay alguna que sea defectuoso.
 - 1. Número esperado de elementos defectuosos en el lote
 - 2. Calcular la probabilidad de que el lote sea rechazado.
- **1.12. Ejercicio.** Diez refrigeradores de cierto tipo han sido devueltos a un distribuidor debido al a presencia de un ruido oscilante agudo cuando el refrigerador está funcionando. Supongamos que 4 de estos 10 refrigeradores tienen compresores defectuosos y los otros 6 tienen problemas más leves. Si se examinan al azar 5 de estos 10 refrigeradores, y se define la variable aleatoria X: *el número entre los 5 examinados que tienen un compresor defectuoso*. Indicar:
 - 1. La distribución de la variable aleatoria X
 - 2. La probabilidad de que no todos tengan fallas leves
 - 3. La probabilidad de que a lo sumo cuatro tengan fallas de compresor
- 1.13. Ejercicio. En una comunidad hay 100 vecinos. Se sabe que 30 acuden a las reuniones y 70 no.
 - 1. Calcular la probabilidad de que al llamar a 15 de ellos al azar 3 sean de los que acuden a las reuniones.
 - 2. Determinar el número de vecinos que no acuden a las reuniones que uno espera encontrar al llamar a 15 de ellos.
- **1.14. Ejercicio.** Sea una baraja de 40 cartas. De ella se toma una muestra de 5 cartas sin reemplazamiento. Obtener la probabilidad de obtener al menos dos ases.
- **1.15. Ejercicio.** Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es ocho,
 - 1. ¿cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?
 - 2. ¿y de que fallen no más de dos componentes en 50 horas?

- **1.16.** Ejercicio. Supongamos que los astronomos estiman que meteoritos grandes golpean la tierra una media de una vez cada 100 año ($\lambda=1$ evento por cada 100 años) y que el número de golpes de meteoritos sigue una distribución de Poisson. ¿Cual es la probabilidad de k=0 golpes de meteorito en los próximos 100 años?
- **1.17. Ejercicio.** En un rio particular, las riadas ocurren una vez cada 100 años. Calcular la probabilidad de que ocurran 4 riadas en un periodo de 100 años, asumiendo que el número de riadas sigue una distribución de Poisson.