1. Funciones de varias variables: definición y gráficas

1.1. Funciones de varias variables

Para manipular funciones reales de variables reales con Octave es más cómodo definir previamente la función. Veremos dos modos de realizar esta definición, una mediante un fichero `.m` y otra en línea. Si tomamos, por ejemplo, la función de dos variable $f(x, y) = x^2 - y^2$ se puede definir con Octave creando un fichero de texto llamado igual que la función y con la extensión `.m` que contenga las siguientes líneas:

```
function z=f(x,y)
z=x.^2-y.^2;
endfunction
```

Se guarda en un fichero llamado `f.m` en un directorio accesible a OCTAVE. A partir de ese momento se puede evaluar en cualquier par de valores (x, y):

```
f(0,0)
f(1,2)
f(3,3)
```

También pueden definirse funciones de modo más abreviado en una única línea, por ejemplo:

```
g=@(x,y) x.^2.*y+1
```

Queda definida la función real de dos variables $g(x, y) = x^2y + 1$ que podemos evaluar como en el caso anterior.
Nota: las operaciones que realizaremos serán en muchos casos sobre vectores lo que obliga a usar puntos delante de los símbolos de algunas operaciones.

Ejercicios

1. Define con Octave las siguientes funciones y evalúlas en tres puntos diferentes cada una de ellas:

$$f_1(x, y) = \frac{5x^2y}{x^2 + y^2} \qquad f_2(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad f_3(t) = (\operatorname{sen}(t), \cos(t))$$

1.2. Curvas en el plano y en el espacio

Sea $\mathbf{r} : t \in \mathbb{R} \to \mathbf{r}(t) \in \mathbb{R}^n$ con $n = 2$ ó 3. Esta es una función vectorial cuya representación espacial nos da una curva, en el plano o en el espacio, dependiendo de n y bajo condiciones apropiadas para $\mathbf{r}$.

Si es en el plano emplearemos el comando `plot` y si es en el espacio el comando `plot3`. Los argumentos de estos comando son vectores con las coordenadas de los puntos con los que representaremos la curva. Para obtenerlos necesitamos tomar un vector con valores del parámetro t sobre los que evaluaremos la curva para obtener los puntos. Esto se consigue escribiendo `[a:h:b]`, donde `a` es el extremo inferior, `b` el superior y `h` el incremento entre puntos, empezando por `a` y sin sobrepasar `b`, por ejemplo:

```
>> t=[0:0.2:2*pi];
```

Añadiendo ";" al final de la orden el resultado no se escribe en la pantalla. Con este vector, podemos calcular ahora las componentes que nos darán los puntos de la curva

```
>> plot(sin(t),cos(t))
>> plot(t,t.^2)
>> plot3(sin(t),cos(t),t)
```

1.3. Superficies en el espacio y curvas de nivel

Estamos interesados en representar gráficamente funciones escalares sobre el plano de modo que al representar en los ejes coordenados los puntos $(x, y, h(x, y))$ obtenemos una superficie en el espacio bajo condiciones apropiadas sobre h. Como en el caso anterior, necesitaremos una malla de puntos sobre la que la función toma valores, en este caso bidimensional y que construiremos con la ayuda de la función `meshgrid` para luego representar la superficie con la orden `mesh`.

```
[X,Y]=meshgrid([-2:0.2:2],[-2:0.2:2]);
Z=X.*exp(-X.^2-Y.^2);
mesh(Z)
```

De este modo se obtiene una representación gráfica a través de una malla de puntos. Si en vez de la malla quiere verse la superficie opaca ha de emplearse el comando:

```
surf(Z)
```

Para ver los contornos o curvas de nivel, esto es, líneas sobre cuyos puntos la función tiene el mismo valor, pueden emplearse las órdenes:

```
contour(Z)
surfc(Z)
```

Ejercicios

1. Consideramos la función $z_1(x, y) = x^2 + y^2$ sobre el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

   a) Representa gráficamente la función sobre el dominio anterior.
   b) Representa gráficamente las curvas de nivel sobre el mismo dominio.
   c) Representa las curvas $z_1(x, x)$, $z_1(x, 0)$ y $z_1(0, y)$.

2. Consideramos la función $z_2(x, y) = -x^2 - y^2$ sobre el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

   a) Representa gráficamente la función sobre el dominio anterior.
   b) Representa gráficamente las curvas de nivel sobre el mismo dominio.
   c) Representa las curvas $z_2(x, x)$, $z_2(x, 0)$ y $z_2(0, y)$.

3. Considera la función $z_3(x, y) = x^2 - y^2$ sobre el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

   a) Representa gráficamente la función sobre el dominio anterior.
   b) Representa gráficamente las curvas de nivel sobre el mismo dominio.
   c) Representa las curvas $z_3(x, x)$, $z_3(x, 0)$ y $z_3(0, y)$.

4. Representa las funciones definidas en el primer ejercicio de esta práctica sobre conjuntos apropiados que elijas.