Taller Iniciación Estadística Aplicada a la Investigación

Test de Hipótesis: Comparación de más de dos muestras

Hugo J. Bello

2024/04

Ejemplo: Datos

Paciente	Sexo	Tratamiento	Días ingreso	Cuestionario	Marcador
1	H	Placebo	19.0	4.15	1.09
2	M	Placebo	29.0	5.48	4.41
3	M	Placebo	24.0	5.82	2.63
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
42	M	Med. Conv.	16.0	4.32	0.89
43	M	Med. Conv.	21.0	7.3	0.05
44	H	Med. Conv.	18.0	9.0	0.84
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
118	H	Nuevo Med.	16.0	7.28	9.88
119	H	Nuevo Med.	8.0	7.55	1.04
120	M	Nuevo Med.	8.0	12.02	1.34

Ejemplo: Datos

El conjunto de datos anteriores se refiere a un experimento en el cual se ha testado un nuevo medicamento.
Se ha diseñado el estudio recogiendo datos de un grupo placebo y un grupo al que se ha administrado el medicamento convencional además del grupo al que se ha administrado el nuevo medicamento.
Queremos comparar estos tres grupos e intentar ver si hay diferencias significativas en las variables estudiadas.
En este caso las variables a considerar:

- **Días ingreso**: El número de días que pasa el paciente ingresado. Se entiende que es una medida de la evolución de la enfermedad.
- **Marcador en sangre**. Los niveles de un cierto marcador en sangre. Los niveles de este marcador determinan también la evolución de la enfermedad y el efecto del medicamento.

Comparación de más de dos muestras: ANOVA

El **análisis de la varianza** (ANOVA) es un modelo en el cual la varianza está particionada en ciertos componentes debidos a diferentes variables explicativas. Se utiliza de forma intensiva en el análisis y diseño de experimentos para evaluar el efecto de tratamientos en la variabilidad de la variable respuesta.

La idea general es denominar

$$Y_{ij} = \text{ observación j del tratamiento i}$$

y plantear el modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

donde

- μ es la media global
- α_i es el **efecto diferencial del tratamiento** i
- ε_{ij} es el error aleatorio de la observación j

Funcionamiento del test de ANOVA

El test de hipótesis del test de la ANOVA es:

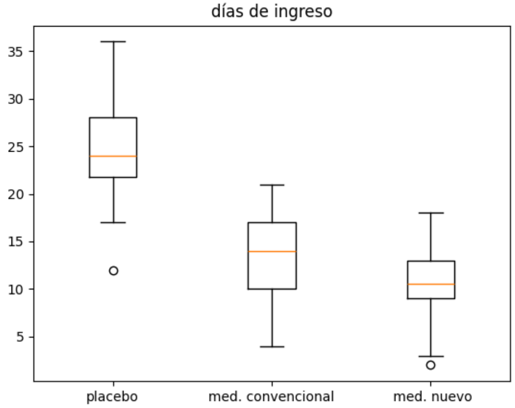
$$H_0: \ \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_I = 0$$
$$H_1: \text{Alguno de los efectos difiere}$$

El test asume:

- La variable a estudiar **sigue una distribución normal**.
- Las **varianzas de los grupos no son extremadamente dispares.**
- Las observaciones de cada grupo deben ser **independientes**.

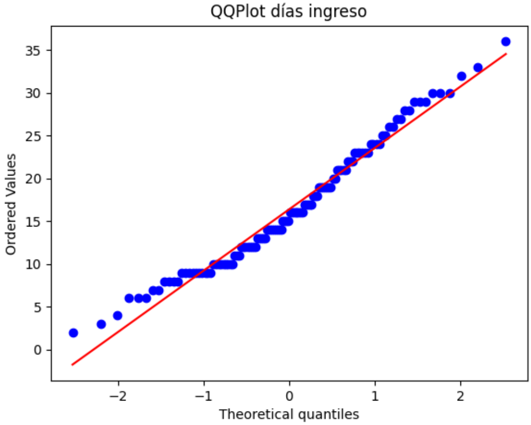
Ejemplo anterior

Estudiemos el efecto de la variable **tratamiento** sobre los **días de ingreso**



Ejemplo anterior

Elaboramos un qqplot



Ejemplo anterior

Veamos si se cumplen las condiciones:

- El diagrama de cajas nos indica que no hay gran disparidad entre varianzas, esto se puede comprobar calculándolas también. ✓
- El qqplot nos muestra que sigue una distribución normal ✓
- Asumiremos que por el método de extracción de los datos, los grupos son independientes ✓

Ejemplo anterior

Llevamos a cabo el test de la anova a la variable **días de ingreso**:

- El test en este caso será

$$H_0 : \alpha_{placebo} = \alpha_{convencional} = \alpha_{nuevo} = 0$$
$$H_1 : \text{Alguno de los efectos difiere}$$

  En este caso H_0 será equivalente a decir que las medias de los días de ingreso coinciden.

- **Fijamos el nivel de significación** habitual $\alpha = 0.05$
- Realizamos el test (por ejemplo con R o SPSS) y obtenemos un **p-valor** de < 0.0001. **Rechazamos H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para afirmar que hay efecto de el tratamiento sobre los días de ingreso**

Ejemplo anterior

Hemos obtenido que hay un efecto, pero qué ¿grupos difieren más?, ¿Hay diferencias entre el medicamento convencional y el nuevo?. En este caso podemos realizar tests de la t de student entre cada par de tratamientos y explorarlo:

En los días de ingreso de

- **Placebo Vs Medicamento Convencional**. Test de la t de student con p-valor 0.00001
- **Placebo Vs Medicamento Nuevo**. Test de la t de student con p-valor 0.00001.
- **Medicamento Nuevo Vs Medicamento Convencional**. Test de la t de student con p-valor 0.0005

Luego hay diferencias significativas en los tres casos.

Kruskal-Wallis

Se trata de un test de hipótesis usado en el caso de que las condiciones de la ANOVA no se cumplan: **bien porque las varianzas son muy distintas o los datos no siguen la distribución normal**

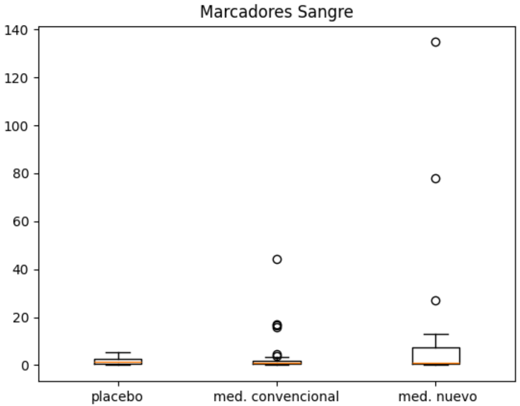
- Es una versión de más de dos muestras del test de Wilcoxon que ya vimos. En este caso las hipótesis son

  $$H_0 : \text{Los la variable en cada grupo sigue la misma distribución}$$
  $$H_1 : \text{Alguno las distribuciones}$$

  Puede utilizarse para testar comparar los grupos igual que la anova.
- se fundamenta en un argumento similar al de los rangos en el test de Wicoxon.

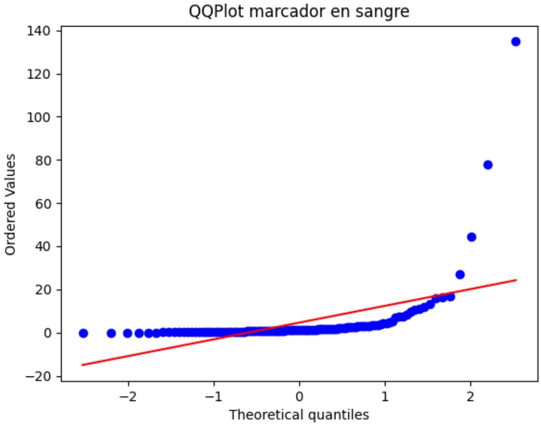
Ejemplo anterior

Estudiemos el efecto de la variable **tratamiento** sobre el **marcador en sangre**



Ejemplo anterior

Elaboramos un qqplot



Ejemplo anterior

Veamos si se cumplen las condiciones:

- El diagrama de cajas nos indica que no hay gran disparidad entre varianzas, esto se puede comprobar calculándolas también. ✓
- El qqplot nos muestra que **no** sigue una distribución normal ✗
- Asumiremos que por el método de extracción de los datos, los grupos son independientes ✓

no podemos aplicar un test de ANOVA pero si el test de Kruskal-Wallis

Procedemos con el test de Kruskal-Wallis:

- Plateamos el test en el que la hipótesis nula es que las medias coinciden (medicamento no ha funcionado)

$$H_0 \text{ :Placebo, med. conv y med. nuevo tienen la misma distribución}$$
$$H_1 \text{ :Tienen distinta distribución}$$

- **Fijamos el nivel de significación** habitual $\alpha = 0.05$ y llevamos a cabo el test de Kruskal-Wallis (habitualmente con un software estadístico como R o SPSS)
- **el resultado es un p-valor** de 0.459. Por lo tanto **no hay evidencias para rechazar la hipótesis nula** $(0.459 > 0.05)$ y concluimos que no hay evidencia estadística para afirmar hay diferencias significativas entre las distribuciones. Esto nos hace dudar de si el tratamiento afecta al marcador en la sangre.