

SAT solving - Questões

1 Puzzle

A “Associação Recreativa do Paraíso” tem o seguinte conjunto de regras:

- Os sócios loiros não podem ir ao Sábado.
- Quem não for adulto têm que usar chapéu.
- Cada sócio usa anel ou não usa chapéu.
- Um sócio vai ao Sábado se e só se é adulto.
- Todos os sócios adultos têm que usar anel.
- Quem usa anel tem que ser loiro.

1. Por forma a codificar este puzzle como problema SAT, defina um conjunto adequado de variáveis proposicionais, exprima as regras acima como fórmulas proposicionais, e converta essas fórmulas para CNF.
2. Comprove, utilizando um SAT solver, que o problema é consistente.
3. Use agora o SAT solver para o ajudar a responder às seguintes questões.
 - (a) A afirmação “Quem usa anel não pode ir ao Sábado.” é correcta?
 - (b) Pode um sócio de chapéu ser loiro?
 - (c) A afirmação “Afinal a associação não pode ter sócios adultos.” é correcta?

Justifique as suas respostas.

2 Sudoku

Os puzzles Sudoku são problemas de colocação de números inteiros entre 1 e N^2 numa matriz quadrada de dimensão N^2 , por forma a que cada coluna e cada linha contenha todos os números, sem repetições. Além disso, cada matriz contém N^2 sub-matrizes quadradas disjuntas, de dimensão N , que deverão também elas conter os números entre 1 e N^2 .

Cada problema é dado por uma matriz parcialmente preenchida, cabendo ao jogador completá-la. Exemplo de um problema para $N = 2$, e uma possível solução:

4		1	
	2		
		3	
	4		1

4	3	1	2
1	2	4	3
2	1	3	4
3	4	2	1

O problema pode ser codificado em lógica proposicional criando uma variável proposicional para cada triplo (l, c, n) , onde l é uma linha, c é uma coluna, e n é um número. $x_{l,c,n} = 1$ se na linha l , coluna c , estiver o número n , caso contrário será 0.

Tendo em conta o exposto:

1. Modele o problema do Sudoku (para $N=2$) como um problema SAT, escrevendo as restrições correspondentes às regras do puzzle.

Acrescente depois as restrições correspondentes à definição de um tabuleiro concreto (por exemplo, o da figura).

2. Converta as restrições geradas para CNF.
3. (Valorização) Resolva o problema usando um SAT solver.

Sugestão: Implemente um pequeno programa (por exemplo, em C ou em Python) para gerar o ficheiro DIMACS CNF para enviar ao SAT solver. Note que pode criar uma matriz ou um dicionário, X , de forma a fazer o mapeamento entre cada variável proposicional $X[1][c][n]$ e o valor inteiro que lhe corresponde no formato DIMACS.