

Coq (1) - Questões

Crie um ficheiro Coq para desenvolver as provas das propriedades abaixo indicadas.
Não use táticas automáticas.

1 Lógica proposicional

Prove as seguintes tautologias da lógica proposicional:

1. $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \wedge B) \rightarrow C$
2. $\neg A \vee \neg B \rightarrow \neg(A \wedge B)$
3. $(A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (B \rightarrow D) \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)$
4. $(A \wedge B) \rightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$

2 Lógica de primeira ordem

Prove os seguintes teoremas da lógica de primeira ordem:

1. $(\forall x.P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall y.\neg Q(y)) \rightarrow (\forall x.\neg P(x))$
2. $(\forall x.P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists y.\neg Q(y)) \rightarrow (\forall x.R(x) \rightarrow \neg P(x)) \rightarrow (\exists x.\neg R(x))$

3 Lógica clássica

Assumindo o *princípio do meio excluído* como axioma, prove que:

1. $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$
2. $\neg(\exists x.\neg P(x) \rightarrow \forall x.P(x))$
3. $\neg(\forall x.\neg P(x)) \rightarrow \exists x.P(x)$