



COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICAI – GITI

Mecánica de Fluidos

Tema 8: Flujo compresible

Flujo Compresible

- Cuando un fluido se mueve a velocidades comparables a la velocidad del sonido, las variaciones de densidad se hacen importantes y el flujo se denomina compresible.
- Dichos flujos son difíciles de obtener en líquidos, pues se necesitan presiones elevadas (~1000 atm). En gases basta una relación de presiones 2:1 para causar flujos sónicos.
- Si el número de Mach es pequeño (0.3), las variaciones de densidad suelen ser pequeñas en todo el campo fluido. La ecuación de la energía queda desacoplada, y los efectos de la temperatura pueden ser omitidos o relegados a un estudio posterior.
- Cuando las variaciones de densidad son significativas, la ecuación de estado nos señala que las variaciones de temperatura y presión también lo son, implicando que la ecuación de energía no puede suprimirse.
- Habría que resolver todas las ecuaciones (continuidad, cantidad de movimiento, energía y ecuación de estado), por lo que se suele simplificar a flujo adiabático reversible o isentrópico.



$Ma < 0.3$ → Incompresible

$0.3 < Ma < 0.8$ → Subsónico

$0.8 < Ma < 1.2$ → Transónico

$1.2 < Ma < 3.0$ → Supersónico

$Ma > 3.0$ → Hipersónico



Velocidad del sonido

- Es la velocidad de propagación de un pulso infinitesimal de presión a través de un fluido en reposo. Es una propiedad termodinámica del fluido.
- Cuando mayor sea la intensidad de la onda, mayor será su velocidad; las ondas de explosión son mucho más rápidas que las ondas sonoras.
- En el límite de intensidad infinitesimal, se tiene la definición de la velocidad del sonido.
- El proceso es adiabático, ya que no hay gradientes de temperatura excepto en el interior de la onda. Así para cualquier fluido:

$$a = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s^{1/2} = \left(\gamma \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T^{1/2}$$

- Para un gas perfecto: $a = (\gamma RT)^{1/2}$

Material	a, ft/s	a, m/s
Gases:		
H ₂	4,246	1,294
He	3,281	1,000
Air	1,117	340
Ar	1,040	317
CO ₂	873	266
CH ₄	607	185
²³⁸ UF ₆	297	91
Liquids:		
Glycerin	6,100	1,860
Water	4,890	1,490
Mercury	4,760	1,450
Ethyl alcohol	3,940	1,200
Solids:*		
Aluminum	16,900	5,150
Steel	16,600	5,060
Hickory	13,200	4,020
Ice	10,500	3,200

Flujo estacionario, adiabático e isentrópico

- En la corriente exterior, fuera de la capa límite viscosa y térmica, los términos de transferencia de calor q y trabajo de los esfuerzos viscosos son nulos. Despreciando las variaciones de energía potencial, se tiene:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} + \underbrace{gz_1}_{\text{gas}} = h_2 + \frac{v_2^2}{2} + \underbrace{gz_2}_{\text{gas}} - \underbrace{q}_{\text{gas}} + \underbrace{w_v}_{\text{gas}} \Rightarrow h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2} = \text{cte} \Rightarrow \boxed{h + \frac{v^2}{2} = h_o}$$

- La constante es igual a la máxima entalpía que puede alcanzar el fluido cuando se le lleva al reposo adiabáticamente. A h_o se le denomina entalpía de remanso, o de estancamiento, del flujo.
- En gases perfectos, $h = c_p T$, por lo que: $c_p T + \frac{v^2}{2} = c_p T_o$
- La temperatura de remanso, T_o del flujo adiabático de un gas perfecto, es la temperatura que alcanzaría si se le decelerase hasta el reposo adiabáticamente.
- Si la h y T tienden a cero, la velocidad alcanza un valor máximo:

$$v_{max} = (2h_o)^{1/2} = (2c_p T_o)^{1/2}$$

- El fluido no puede alcanzar velocidades superiores a ésta sin que se le suministre energía adicional mediante el trabajo de partes móviles o la adición de calor.

Flujo estacionario, adiabático e isentrópico

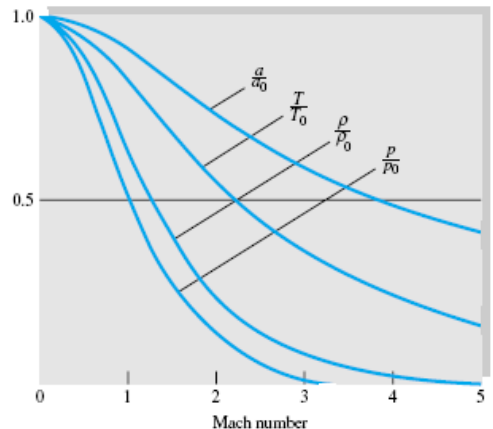
- Operando con las ecuaciones anteriores y con la ley de los gases perfectos se tiene:

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2$$

$$\frac{a_o}{a} = \left(\frac{T_o}{T}\right)^{1/2} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right]^{1/2}$$

$$\frac{p_o}{p} = \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(\frac{T_o}{T}\right)^{1/(\gamma-1)} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right]^{1/(\gamma-1)}$$



- Las magnitudes de remanso (a_o , T_o , p_o , ρ_o) son una referencia útil en flujo compresible, pero igualmente son las condiciones sónicas ($Ma=1$). Estas propiedades sónicas o críticas, se denotan como (a^* , T^* , p^* , ρ^*):

$$\frac{T^*}{T_o} = 0.8333$$

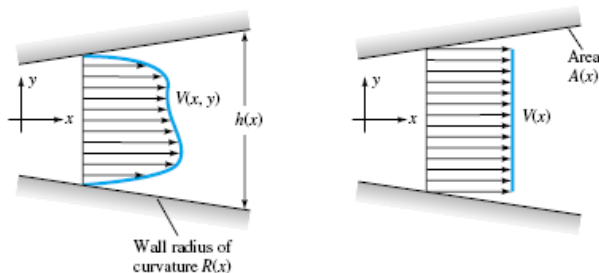
$$\frac{p^*}{p_o} = 0.5283$$

$$\frac{a^*}{a_o} = 0.9129$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_o} = 0.6339$$

Flujo isentrópico con cambios de área

- Si las variaciones de área son pequeñas y el radio de curvatura de la pared es grande, entonces el flujo es aproximadamente unidimensional, con $v = v(x)$. Esto no ocurre siempre en toberas y difusores, pero se usará la teoría unidimensional por su sencillez.



- Resolviendo las formas diferenciales de la ecuación de continuidad, de la cantidad de movimiento sin fricción y de la velocidad del sonido, se obtiene la siguiente relación entre las variaciones de velocidad y las variaciones del área en el flujo isentrópico en conductos:

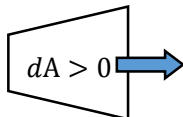
$$\frac{dv}{v} = \frac{dA}{A} \frac{1}{Ma^2 - 1} = - \frac{dp}{\rho v^2}$$

- Las variaciones de las propiedades cambian de signo al pasar de flujo subsónico a supersónico debido al término $Ma^2 - 1$.

Flujo isentrópico con cambios de área

$$\frac{dv}{v} = \frac{dA}{A} \frac{1}{Ma^2 - 1} = - \frac{dp}{\rho v^2}$$

Geometría del conducto



Subsónico ($Ma < 1$)

$$dv < 0$$

$$dp > 0$$

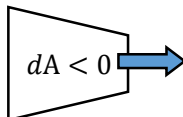
Difusor subsónico

Supersónico ($Ma > 1$)

$$dv > 0$$

$$dp < 0$$

Tobera supersónica



$$dv > 0$$

$$dp < 0$$

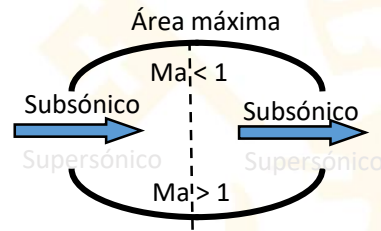
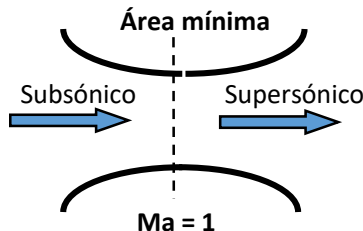
Tobera subsónica

$$dv < 0$$

$$dp > 0$$

Difusor supersónico

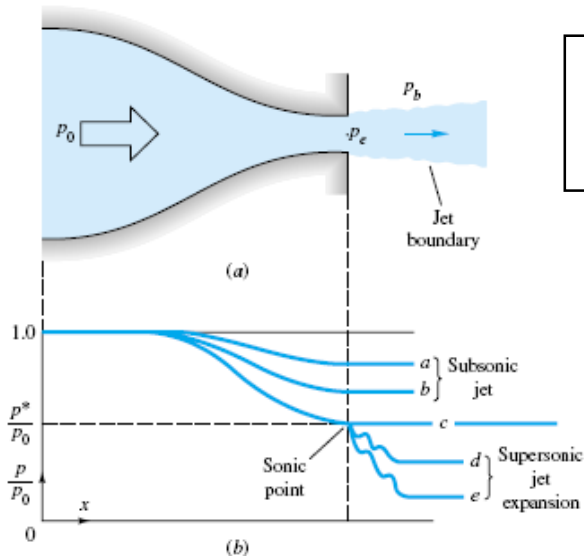
- Cuando $Ma = 1$, el dv sólo puede ser finito si $dA = 0$, esto es, en un mínimo de área (garganta) o en un máximo.



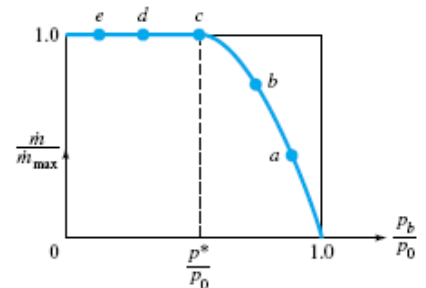
- La garganta o sección convergente-divergente puede acelerar suavemente un flujo subsónico hasta hacerlo supersónico.
- Un gas compresible puede atravesar una garganta sin alcanzar condiciones sónicas.

Tobera convergente

- Aguas arriba hay un depósito con una presión de remanso p_o . El flujo se induce bajando la presión exterior aguas abajo por debajo de p_o .
- En el caso c, la presión es exactamente igual a la crítica de la garganta (p^*). La garganta se hace sónica y el gasto másico se hace máximo. El conducto está **bloqueado** y no puede haber un gasto másico mayor, a no ser que se agrande la garganta (para estas condiciones de remanso).
- Si la presión cae por debajo de la crítica (d y e), la garganta sigue siendo sónica y la distribución de presiones es la misma que en c.

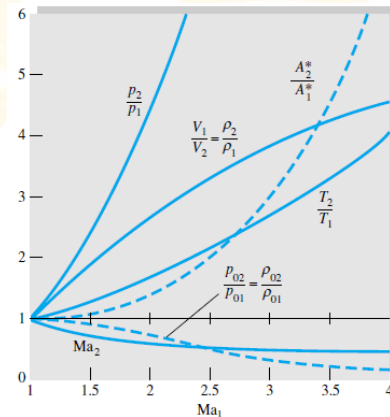
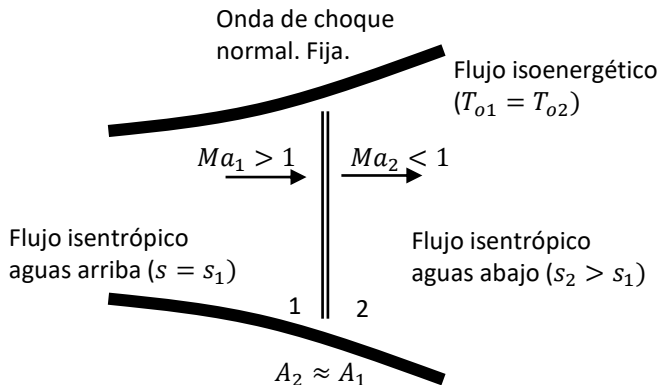


Para unas condiciones de remanso dadas, el gasto másico máximo que puede atravesar un conducto se da cuando en la garganta hay condiciones críticas o sónicas. El conducto está **bloqueado**.



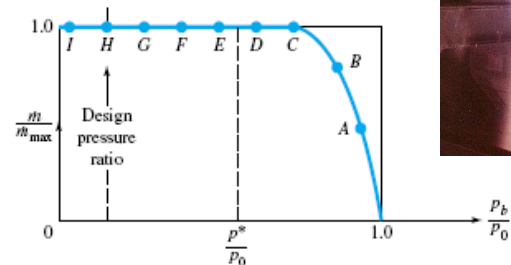
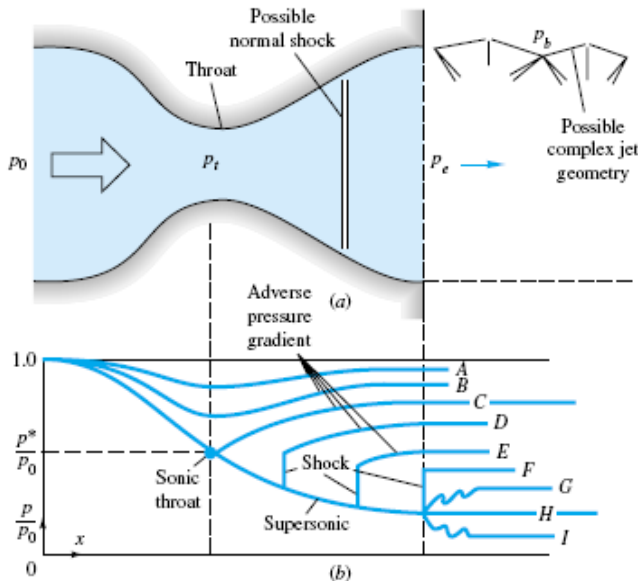
Flujo Compresible

- Una irreversibilidad habitual en flujos supersónicos internos y externos es la onda de choque normal. Excepto a muy bajas presiones (cercanas al vacío), estas ondas de choque son muy delgadas (unas micras de espesor) y se comportan como discontinuidades en el campo fluido.
- Para analizar los cambios de todas las propiedades, se emplean las relaciones básicas de flujo unidimensional estacionario (continuidad, cantidad de movimiento, energía...):
 - El flujo es supersónico aguas arriba y subsónico aguas abajo.
 - En gases perfectos, únicamente puede haber ondas de compresión (la presión aumenta aguas abajo).
 - La entropía aumenta a través de una onda de choque, con la consecuente caída de presión y densidad de remanso y aumento del área crítica.
 - Las ondas de choque débiles son prácticamente isentrópicas.



Tobera convergente-divergente

- El caso H es la tobera adaptada, corresponde a un flujo divergente enteramente supersónico.
- Para los casos entre C y H, la garganta está bloqueada en los valores sónicos, existe una onda de choque normal en el lugar adecuado de la sección divergente, dando lugar a un difusor subsónico que lleve la presión al valor correcto. El gasto másico sigue siendo máximo.



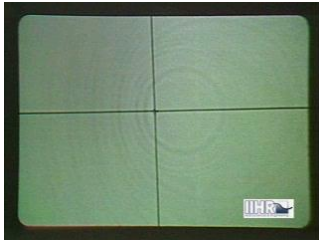
Vídeo toberas

Vídeo ondas de choque oblicuas

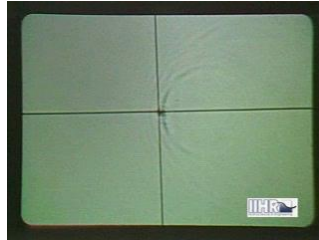
Flujo Compresible

- Cono de Mach:

$Ma = 0.6$



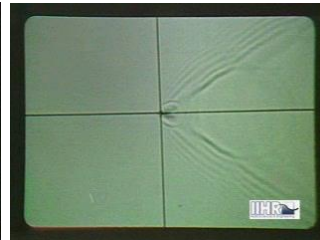
$Ma = 1$



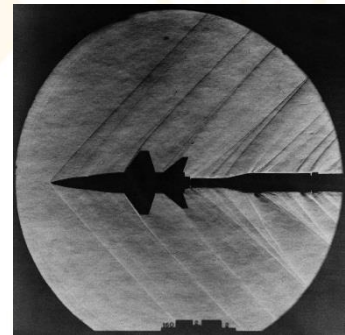
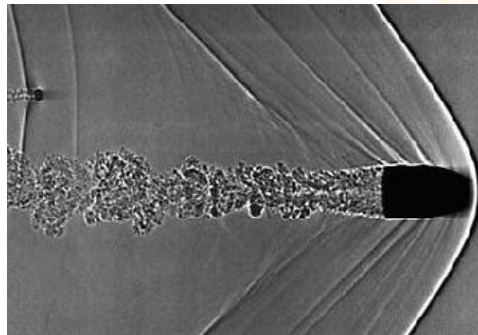
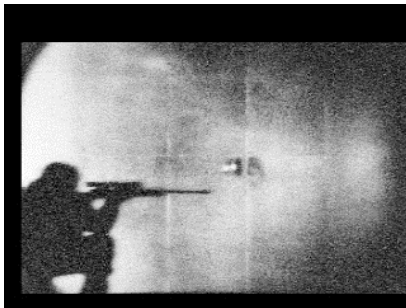
$Ma = 1.2$



$Ma = 2$



- Ondas de choque móviles



Flujo Compresible

- Singularidad Prandtl-Glauert. Barrera del sonido.



Vídeo singularidad

Vídeo Concorde

Vídeo Barrera

- Golpe de ariete: (líquido como fluido compresible) este fenómeno se produce al cerrar o abrir una válvula y al poner en marcha o parar una máquina hidráulica, o también al disminuir bruscamente el caudal.
- Por ejemplo, al cerrar bruscamente una válvula, disminuye la energía cinética y ésta se transforma en una sobrepresión (golpe de ariete positivo)
- Por el contrario, al abrir rápidamente una válvula se puede producir una depresión (golpe de ariete negativo).

Vídeo