PROBLEMA

El coche de la figura acaba de caerse al agua de un río de modo que la presión a la que está su interior es igual a la presión atmosférica P_o. La forma de la puerta del coche puede ser aproximada mediante un rectángulo de lados a y b. La altura del agua por encima del borde superior de la puerta es h.

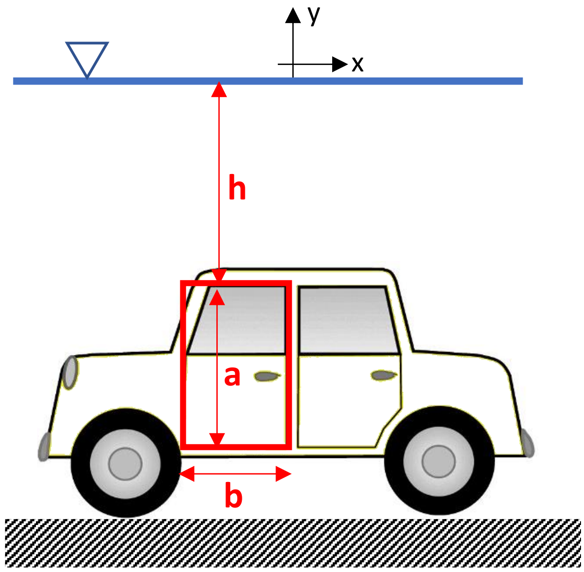
a) Sin agua en el interior del coche, expresión de la fuerza F necesaria para abrir la puerta. Suponer que la fuerza es perpendicular a la superficie de la puerta y actúa a una distancia de $3/4$ b del eje de la puerta.

b) Expresión de la altura x a la que debe el agua ascender en el interior del coche para permitir al conductor con una fuerza muscular F_m poder abrir la puerta.

c) Aplicación numérica de los apartados a) y b).

Datos:

$\rho = 1000\ kg/m^3;\ \ h = 5\ cm;\ \ \ a = 95\ cm;\ \ \ b = 60\ cm;\ \ \ g = 9.81\ m/s^2;\ \ \ \ F_m = 500\ N$



a) Para calcular la fuerza necesaria para abrir la puerta se calcula primero la fuerza hidrostática neta que ejerce el agua exterior sobre ella (fuerza sobre una superficie plana sumergida):

$$F_{agua\ ext} = p_{CA} \cdot A = \left[\rho g \left(h + \frac{a}{2}\right)\right] ba$$

El punto de aplicación de esta fuerza hidrostática es el centro de presiones (x_{cp}, y_{cp}) que, debido a la simetría de la puerta ($x_{cp} = 0$), se encuentra a una distancia de $b/2$ del eje de giro de la puerta.

Aplicando sumatorio de momentos con respecto al eje de giro de la puerta se obtiene la fuerza que debe aplicar el conductor, $F_{conductor}$, para poder abrir la puerta:

$$\sum \vec{M}_O = 0 \Rightarrow F_{conductor} \frac{3}{4} b - F_{agua} d_{eje} = F_{conductor} \frac{3}{4} b - F_{agua\ ext} \frac{b}{2}$$

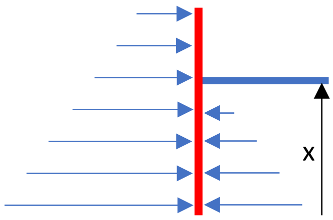
$$F_{conductor} = \frac{2}{3} \rho g \left(h + \frac{a}{2}\right) ba$$

b) En este caso la fuerza hidrostática que ejerce el agua en el interior del coche, en función de la cota x que haya alcanzado, tendrá la expresión:

$$F_{agua\ int} = P_{CA} \cdot A_{int\ mojada} = \rho g \frac{x}{2} xb$$

Al igual que en el apartado anterior, estará aplicada en el centro de presiones del área de la puerta mojada, y que por la simetría de la puerta, se situará también a $b/2$ del eje de giro de la puerta.

Aplicando nuevamente sumatorio de momentos:



$$\sum \vec{M}_O = 0 \Rightarrow F_m \frac{3}{4} b + F_{agua\ int} \frac{b}{2} - F_{agua\ ext} \frac{b}{2} = 0$$

$$F_m \frac{3}{4} b + \rho g \frac{x^2}{2} b \frac{b}{2} = \rho g \left(h + \frac{a}{2}\right) ba \frac{b}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{2\rho g \left(h + \frac{a}{2}\right) ba - 3F_m}{\rho g b}}$$

c) Sustituyendo los datos del enunciado en las expresiones de los apartados a) y b) se obtienen:

$$F_{conductor} = 1957.1\ N$$

$$x = 86.18\ cm$$