UPCo ICAI-ETSI

Mecánica de Fluidos-3ºIND. Septiembre 2008

Problema-1

En la figura se representa un tanque cilíndrico, de altura L = 1 m, completamente lleno de agua (densidad, ρ_w). Dentro del mismo hay un flotador y se mide la presión absoluta. El flotador está formado por una semiesfera de radio R y un cilindro abierto de altura h_o, unidos. El flotador sí que contiene aire en su interior y el nivel de la superficie libre dentro del flotador varía en función de la presión. Aunque se desprecie el espesor de las paredes del flotador, se tendrá en cuenta que el flotador tiene una masa m. También se despreciará el efecto de la tensión superficial.

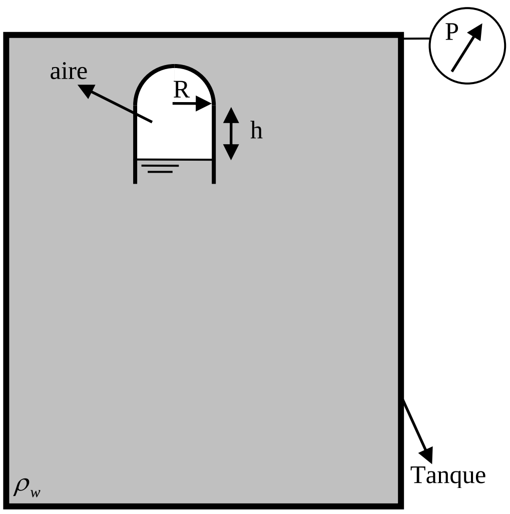
a) Inicialmente la presión marca un valor de p_o y el flotador toca la superficie superior del tanque. Para este valor de presión, el agua no asciende por el interior del flotador. Calcular la reacción de la pared sobre el flotador.

b) La presión del tanque aumenta lentamente hasta que el flotador pueda permanecer en equilibrio indiferente. El aire dentro del flotador evoluciona isotérmicamente desde su posición inicial. Calcular la altura h del cilindro que contiene aire, así como la presión en el interior del flotador.

c) Por otro lado, si la presión del tanque sube bruscamente (también desde su condición inicial, con el aire evolucionando isotérmicamente) hasta un valor de $1.5p_o$, calcular la presión del aire que queda dentro del flotador y la altura h del cilindro que contiene aire.

Datos:

$\rho_w = 1000\, kg/m^3$;	$m = 15\, g$;
$R = 1\, cm$;	$p_o = 10^5\ Pa$;
$h_o = 5\, cm$;	$g = 9.81\, m/s^2$;



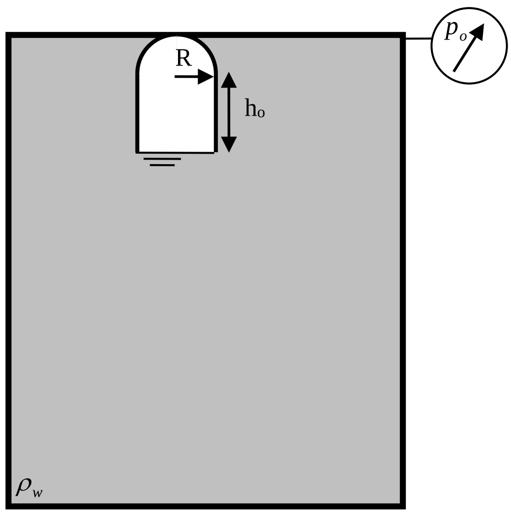
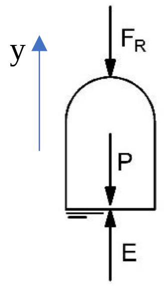


Figura. Apartado a.

a) El flotador, al estar sumergido, experimenta un empuje vertical y hacia arriba de valor igual al peso del volumen desalojado. Para la situación inicial, su empuje debe ser mayor al peso y este asciende hasta encontrarse con la pared del tanque, dando lugar una reacción. En el DCL del flotador, se muestran las fuerzas a las que se ve sometido.

$$P = mg = 0.14715 \text{ N}$$



El volumen desalojado es el correspondiente a un cilindro más una semiesfera.

$$V_{inicial} = \left(\pi R^2 h_o + \frac{2}{3}\pi R^3\right) = 1.78 \cdot 10^{-5}\ m^3$$

$$E = \rho_w g V_{inicial} = 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.78 \cdot 10^{-5} = 0.1746 \text{ N}$$

Por tanto,

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_R + \vec{P} + \vec{E} = 0$$

$$F_R(-\vec{j}) + P(-\vec{j}) + E(\vec{j}) = 0 \Rightarrow F_R = E - P$$

$$F_R = 0.1746 - 0.14715 = 0.0275 \rightarrow \vec{F}_R = 0.0275(-\vec{j})\ N$$

b) En equilibrio indiferente el empuje se hace igual al peso: $E = P$

En esta situación el empuje debe disminuir con respecto a la situación inicial, por lo que el volumen de fluido desalojado debe ser menor (V_b). El nivel de la superficie libre dentro del flotador ascenderá. Por tanto, según la figura:

$$E = \rho_w g V_b = \rho_w g \left(\pi R^2 h_b + \frac{2}{3}\pi R^3\right) = P \Rightarrow h_b = 0.041\ m$$

$$V_b = \left(\pi R^2 h_b + \frac{2}{3}\pi R^3\right) = 1.5 \cdot 10^{-5}\ m^3$$

Para calcular la presión del aire atrapado (p_b), habrá que considerar la evolución isoterma del aire desde la posición inicial hasta la actual (posición b):

$$pV = cte \Rightarrow p_{inicial} V_{inicial} = p_b V_b$$

La presión inicial del aire atrapado, según la posición del apartado anterior:

$$p_{inicial} = p_o + \rho_w g(R + h_o) = 10^5 + 1000 \cdot 9.81 \cdot (0.01 + 0.05) = 100588.6\ Pa$$

$$p_{inicial} V_{inicial} = p_b V_b \rightarrow 100588.6 \cdot 1.78 \cdot 10^{-5} = p_b \cdot 1.5 \cdot 10^{-5}$$

$$p_b = 119380.95\ Pa$$

c) Del apartado anterior, se puede calcular la presión máxima que podría medirse en el depósito, en el caso de que el flotador alcanzara la posición de equilibrio indiferente. Este valor se daría cuando el flotador se situara en la posición superior del tanque, tal y como se muestra en el apartado a (no habría reacción):

$$p_{o_b} = p_b - \rho_w g(h_b + R) = 118880\ Pa$$

Como la nueva presión es:

$$p_{o_c} = 1.5p_o = 1.5 \cdot 10^5\ Pa > p_{o_b}$$

el empuje debe ser menor al peso, haciendo que el flotador se hunda hasta el fondo del tanque. El agua en su interior asciende una cantidad y. La presión del aire en su interior se puede calcular como:

$$p_c = p_{o_c} + \rho_w g(L - y) = 1.5 \cdot 10^5 + 1000 \cdot 9.81(1 - y)$$

El volumen del fluido desalojado es:

$$V_c = \left(\pi R^2(h_o - y) + \frac{2}{3}\pi R^3\right)$$

Además, como el aire evoluciona isotérmicamente desde su posición inicial:

$$pV = cte \rightarrow p_{inicial}V_{inicial} = p_c V_c$$

$$p_{inicial}V_{inicial} = p_c V_c \rightarrow 100588.6 \cdot 1.78 \cdot 10^{-5} = p_c \cdot V_c \Rightarrow y = 0.02095\ m$$

$$p_c = p_{o_c} + \rho_w g(L - y) = 1.5 \cdot 10^5 + 1000 \cdot 9.81(1 - y) = 159604.4\ N$$

La altura h es:

$$h_c = h_o - y = 0.029\ m$$