

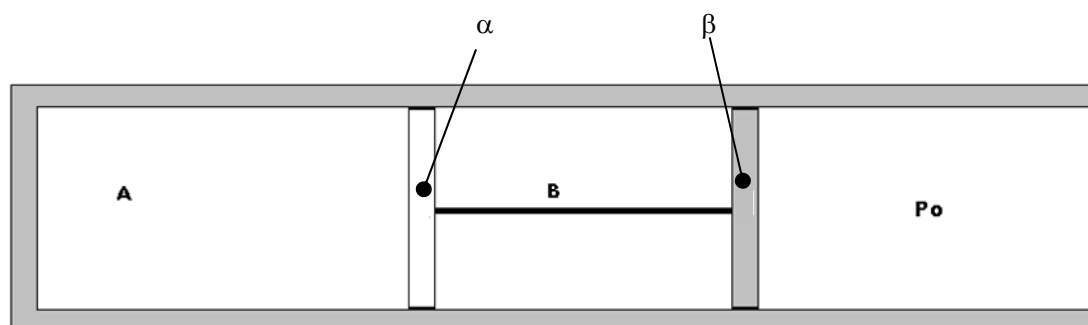
TERMODINÁMICA

Examen Intersemestral

Nombre _____ Grupo _____

La figura muestra un dispositivo experimental, consistente en un cilindro con dos pistones, que tiene las siguientes características:

- El diámetro interior del cilindro es de 250 mm.
- Tanto el cilindro como el pistón exterior (β) están perfectamente aislados térmicamente.
- El pistón interior (α) tiene 15 mm de espesor y es de cobre ($\rho = 8960 \text{ kg/m}^3$; $c = 0,385 \text{ kJ/kg-K}$). La gran conductividad del cobre permite considerar este pistón como diatermo.
- Ambos pistones pueden deslizar sin rozamiento.
- La presión atmosférica exterior, P_o , es de 1 bara.
- En el compartimento A hay 40 g de aire ($R = 0,287 \text{ kJ/kg-K}$, $\gamma = 1,4$).
- En el compartimento B hay 50 g de una sustancia pura (tablas adjuntas).



En el instante inicial, de equilibrio, los dos pistones están unidos por una barra rígida, cuyo volumen puede despreciarse para los cálculos que se piden, que separa las caras internas de ambos una distancia de 10 cm y en el recinto B la temperatura es de 28°C .

Súbitamente, por fabricación defectuosa, se rompe la barra que mantiene los pistones unidos a una distancia fija y el sistema evoluciona libremente hasta quedar en un nuevo estado de equilibrio.

Se pide:

- a) Presión del compartimento B en el estado inicial.
- b) Fuerza a la que está sometida la barra en el estado inicial, indicando si es de tracción o compresión.
- c) Temperatura del pistón de cobre (α) en el estado final.
- d) Desplazamientos de los pistones α y β debido al proceso, indicando su sentido.

Tabla de saturación (líquido-vapor)

p [bar]	t [°C]	vf [m³/kg]	Vg [m³/kg]	uf [kJ/kg]	ug [kJ/kg]	hf [kJ/kg]	hg [kJ/kg-K]	sf [kJ/kg-K]	sg [kJ/kg-K]
0,5	-46,51	0,001433	2,17504	-9,54	1288,3	-9,47	1397,1	0,16230	6,36864
1	-33,58	0,001466	1,13812	47,48	1304,1	47,62	1417,9	0,40695	6,12681
1,5	-25,21	0,001489	0,77877	84,85	1313,5	85,08	1430,4	0,56031	5,98616
2	-18,85	0,001507	0,59465	113,45	1320,3	113,75	1439,3	0,67421	5,88652
2,5	-13,66	0,001522	0,48216	136,95	1325,6	137,33	1446,1	0,76569	5,80920
3	-9,231	0,001536	0,40607	157,07	1329,8	157,53	1451,6	0,84257	5,74593
3,5	-5,354	0,001548	0,35107	174,77	1333,4	175,31	1456,3	0,90917	5,69232
4	-1,891	0,001560	0,30940	190,64	1336,4	191,26	1460,2	0,96808	5,64576
4,5	1,249	0,001570	0,27669	205,08	1339,0	205,79	1463,6	1,02102	5,60457
5	4,128	0,001580	0,25031	218,36	1341,4	219,15	1466,5	1,06919	5,56761
7	13,79	0,001615	0,18144	263,26	1348,4	264,39	1475,4	1,22841	5,44858
7,5	15,87	0,001623	0,16979	272,96	1349,7	274,18	1477,1	1,26214	5,42393
8	17,84	0,001630	0,15954	282,21	1350,9	283,51	1478,6	1,29404	5,40079
8,5	19,72	0,001638	0,15046	291,04	1352,1	292,43	1479,9	1,32432	5,37896
9	21,51	0,001645	0,14235	299,51	1353,1	300,99	1481,2	1,35316	5,35830
9,5	23,23	0,001652	0,13507	307,64	1354,0	309,21	1482,3	1,38070	5,33868
10	24,89	0,001659	0,12849	315,47	1354,9	317,13	1483,4	1,40706	5,31998
10,5	26,48	0,001665	0,12252	323,02	1355,6	324,77	1484,3	1,43236	5,30212
11	28,00	0,001672	0,11707	330,32	1356,4	332,16	1485,1	1,45669	5,28503
11,5	29,5	0,001678	0,11208	337,39	1357,0	339,32	1485,9	1,48013	5,26862
12	30,93	0,001684	0,10749	344,25	1357,6	346,27	1486,6	1,50275	5,25284

Tabla de vapor sobrecalentado

1 bar (sat = -33,58°C)					11 bar (sat = 28,00°C)				
T [°C]	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	T [°C]	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]
sat	1,13812	1304,1	1417,9	6,126810	sat	0,11707	1356,4	1485,1	5,28503
-25	1,18386	1319,0	1437,4	6,200670	30	0,11836	1361,3	1491,4	5,30590
-20	1,21017	1327,5	1448,5	6,25131	35	0,12153	1373,2	1506,9	5,35639
-15	1,23628	1336,0	1459,6	6,29469	40	0,12461	1384,7	1521,8	5,40433
-10	1,26221	1344,4	1470,6	6,33695	45	0,12759	1395,9	1536,2	5,45010
-5	1,28800	1352,8	1481,6	6,37819	50	0,13051	1406,7	1550,3	5,49401
0	1,31366	1361,1	1492,5	6,41849	55	0,13337	1417,4	1564,1	5,53631
5	1,33920	1369,5	1503,4	6,45794	60	0,13617	1427,8	1577,6	5,57720
10	1,36464	1377,8	1514,2	6,49659	65	0,13892	1438,1	1590,9	5,61683
15	1,39000	1386,1	1525,1	6,53451	70	0,14164	1448,2	1604,0	5,65535
20	1,41528	1394,4	1535,9	6,57175	75	0,14432	1458,2	1617,0	5,69288
25	1,44048	1402,7	1546,7	6,60834	80	0,14697	1468,2	1629,8	5,72949
30	1,46563	1411,0	1557,5	6,64432	85	0,14959	1478,0	1642,6	5,76529
35	1,49072	1419,3	1568,3	6,67974	90	0,15218	1487,8	1655,2	5,80034
40	1,51577	1427,6	1579,2	6,71463	95	0,15475	1497,5	1667,8	5,83470
45	1,54077	1436,0	1590,0	6,74901	100	0,15730	1507,2	1680,3	5,86842
50	1,56572	1444,3	1600,9	6,78290	105	0,15983	1516,9	1692,7	5,90156
55	1,59065	1452,7	1611,8	6,81634	110	0,16234	1526,5	1705,1	5,93416
60	1,61553	1461,2	1622,7	6,84935	115	0,16483	1536,2	1717,5	5,96624
65	1,64039	1469,6	1633,6	6,88194	120	0,16731	1545,8	1729,8	5,99785

(1)

Estado inicial

(1)

A: La presión es igual a la atmosférica = 1 bara
 Solo hay que considerar que el conjunto $\{\alpha, B, \beta\}$ es un pistón "gordo" rígido.

$$p_{A_1} = 1 \text{ bara} \quad T_A = 28^\circ\text{C} = 301.15 \text{ K}$$

$$v_{A_1} = \frac{0.287 \times 301.15}{100} = 0.8643 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$c_p - c_v = 0.287; \quad c_p/c_v = 1.4 \Rightarrow c_v = 0.7175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$U_{A_1} = 0.04 \text{ kg} \times 0.7175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \times 301.15 \text{ K} = 8.643 \text{ kJ}$$

$$V_{A_1} = 0.04 \times 0.8643 = 0.034572 \text{ m}^3$$

$$B: \quad V_{B_1} = 0.1 \times \frac{\pi \times 0.25^2}{4} = 0.004908739 \text{ m}^3$$

$$v_{B_1} = \frac{V_B}{0.05} = 0.09817473 \text{ m}^3/\text{kg}, \text{ vapor húmedo}$$

$$\text{Para } T = 28^\circ\text{C} \Rightarrow p = 11 \text{ bara}$$

$$v_f = 0.001672 \quad v_g = 0.11707 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$x_{B_1} = \frac{0.09817473 - 0.001672}{0.11707 - 0.001672} = 0.83626$$

$$u_f = 330.32; \quad u_g = 1356.4 \text{ kJ/kg}$$

$$u_B = u_f + x_{B_1}(u_g - u_f) = 1188.39 \text{ kJ/kg}$$

$$U_{B_1} = 0.05 \times u_B = 59.4195 \text{ kJ}$$

Pistón:

$$m = \frac{8960 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times 0.015 \times \frac{\pi \times 0.25^2}{4} \text{ m}^3 = 6.5973 \text{ kg}$$

$$U_{P_1} = 6.5973 \text{ kg} \times 0.385 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \times 28 = 71.1194 \text{ kJ}$$

Puesto que en el interior del compartimento B hay 11 bara y en el exterior 1 bara

(2)

la barra está soportando esa diferencia de presiones, es decir, está sometida a una fuerza de tracción de

$$\frac{10 \times 10^5 \text{ N}}{\text{m}^2} \times \pi \frac{0.25^2}{4} \text{ m}^2 = 49087 \text{ N}$$

Instante final: Tomamos el sistema constituido por los dos recintos y los dos pistones. El trabajo contra fuerzas exteriores se deberá única y exclusivamente a la variación de volumen total a presión (exterior) constante.

(2) Estado final: Las presiones se igualarán todas a la presión exterior 1 bar.

Supongamos que la temperatura final ^(común) es $T_2 (^{\circ}\text{C})$

La aplicación del primer principio nos dará

$Q_{12} = 0$ El sistema está térmicamente aislado.

$$W_{12} = p_0 [V_{\text{TOTAL}_2} - V_{\text{TOTAL}_1}]$$

$$\Delta U_{12} = U_{A_2} + U_{B_2} - U_{A_1} - U_{B_1} + U_{P_2} - U_{P_1}$$

$$U_{A_2} = 0.04 \times 0.7175 \times [273.15 + T_2]$$

$$U_{B_2} = \left[u(1 \text{ bar}, T_2 ^{\circ}\text{C}) \text{ si estuviésemos en vapor sobrecalentado o } u(1 \text{ bar}, x_{B_2}) \text{ si estuviésemos en vapor húmedo.} \right] \times 0.05$$

$$U_{P_2} = 6.5973 \times 0.385 \times T_2$$

$$V_{\text{TOTAL}_2} = 0.04 \times \frac{0.287 \times (273.15 + T_2)}{100} + 0.05 \left[v(1 \text{ bar}, T_2 ^{\circ}\text{C}) \text{ si V.S. o } v(1 \text{ bar}, x_{B_2}) \text{ si V.H.} \right]$$

(3)

Vamos a probar con vapor húmedo en B

$$T_2 = T_{\text{sat}}(1 \text{ bar}) = -33.58^\circ\text{C}$$

Aplicación de primer principio

$$\begin{aligned} f(x_{B2}) \equiv & \underbrace{100}_{V_{A1}} \left\{ \underbrace{0.04 \times 0.287 \times (273.15 - 33.58)}_{V_{A2}} + \right. \\ & - 0.034572 + \underbrace{0.05}_{V_{B1}} \left[\underbrace{0.001466 + x_{B2}(1.13812 - 0.001466)}_{V_{B2}} \right] \Big\} + \\ & - 0.004908739 + \underbrace{0.04 \times 0.7175(273.15 - 33.58)}_{U_{A2}} + \\ & + \underbrace{0.05 [47.48 + x_{B2}(1304.1 - 47.48)]}_{U_{B2}} - \\ & - \underbrace{8.643}_{U_{A1}} - \underbrace{59.4195}_{U_{B1}} + \underbrace{6.5973 \times 0.385(-33.58)}_{U_{P2}} - \\ & - \underbrace{71.1194}_{U_{P1}} = 0 \end{aligned}$$

De aquí se obtiene directamente

$$x_{B2} \approx 3.16 !!! \text{ lo que significa}$$

que en B habrá vapor sobrecalentado.

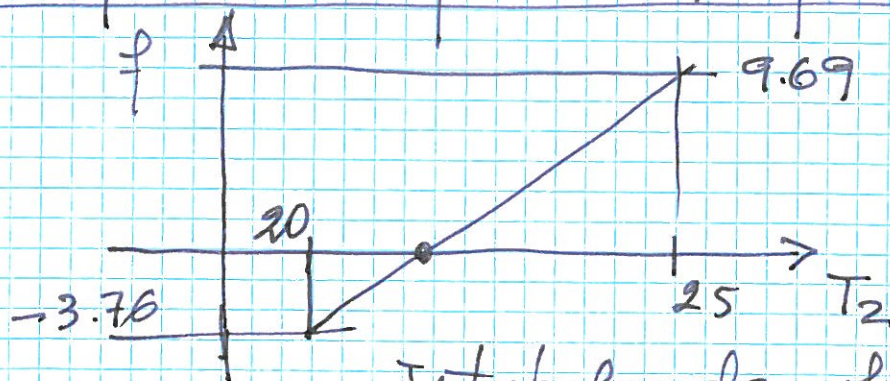
Se ha de encontrar T_2 . Físicamente, al romperse la barra, el conjunto tenderá a expansionarse y la temperatura a disminuir. Vamos a comenzar probando 25°C y luego 20°C .

(4)

La aplicación de PP ahora queda:

$$f(T_2) = 100 \left\{ \frac{0.04 \times 0.287 (273.15 + T_2)}{100} + \right. \\ \left. + 0.05 [v(1 \text{ bara}, T_2)] - 0.034572 - \right. \\ \left. - 0.004908739 \right\} + \\ + 0.04 \times 0.7175 (273.15 + T_2) + \\ + 0.05 [u(1 \text{ bara}, T_2)] + 6.5973 \times 0.385 \times T_2 - \\ - 8.643 - 59.4195 - 77.1194 = 0$$

T_2	$v (\text{m}^3/\text{kg})$	$u (\text{kJ/kg})$	$f(T_2)$
25°C	1.44048	1402.7	9.6861
20	1.41528	1394.4	-3.7556



Interpolando $f(T_2) = 0$ para

$$T_2 = 21.397^\circ\text{C}$$

Como no tenemos más puntos de tabla no podemos obtener mayor precisión.

$$v_{B2} = 1.41528 + \frac{1.44048 - 1.41528}{25 - 20} (21.397 - 20) \\ = 1.42232 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{A2} = \frac{0.287 \times (273.15 + 21.397)}{100} = 0.84535 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$V_{A2} = 0.04 \times v_{A2} = 0.033814 \text{ m}^3$$

$$V_{B2} = 0.05 \times v_{B2} = 0.071116 \text{ m}^3$$

$$\Delta x_\beta = (V_{A2} + V_{B2} - V_{A1} - V_{B1}) / \left(\frac{\pi \times 0.25^2}{4} \right) = 1.333 \text{ m}$$

Es decir α se desplaza Δx_α , $\beta \rightarrow$

$$\Delta x_\alpha = \frac{(V_{A2} - V_{A1})}{\frac{\pi \times 0.25^2}{4}} = -0.0154 \text{ m}$$