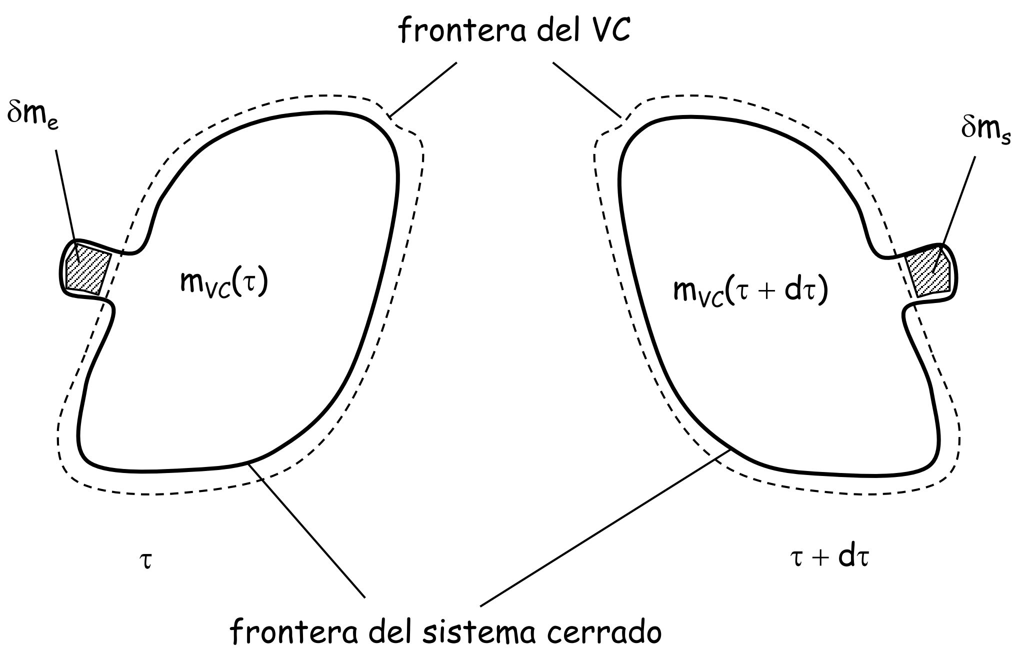
Tema 4.- PRIMER PRINCIPIO EN SISTEMAS ABIERTOS

4.1. INTRODUCCIÓN

- Los sistemas abiertos son los que realmente tiene interés en Ingeniería
- Todos los equipos industriales (compresores, turbinas, motores, …) se modelan como sistemas abiertos
- Los ciclos también se pueden descomponer en suma de sistemas abiertos
- En los sistemas abiertos suelen conducir a ecuaciones diferenciales del tiempo, y para simplificar se hacen 2 hipótesis:
    - régimen permanente: se han alcanzado condiciones estacionarias y el proceso transcurre indefinidamente. Entonces el tiempo no importa. Constituye el 90% de los casos
    - régimen uniforme: durante los arranques y paradas, cambios de carga, etc, ocurren transitorios, que se pueden aproximar con hipótesis de régimen uniforme para poder integrar las ecuaciones

4.2. BALANCE MÁSICO



$$m(\tau) = m(\tau + \Delta\tau)$$

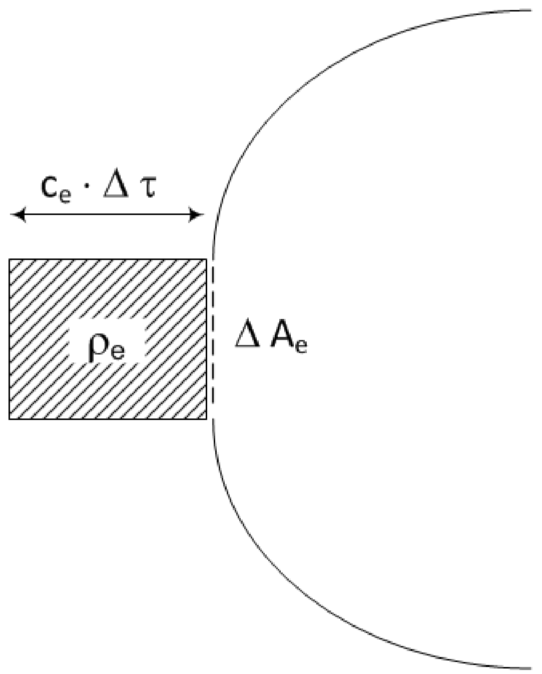
$$m_{vc}(\tau) + \delta m_e = m_{vc}(\tau + \Delta\tau) + \delta m_s$$

$$\lim_{\Delta\tau \to 0}\left[\frac{\delta m_e - \delta m_s}{\Delta\tau}\right] = \lim_{\Delta\tau \to 0}\left[\frac{m_{vc}(\tau + \Delta\tau) - m_{vc}(\tau)}{\Delta\tau}\right]$$

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = \frac{dm_{vc}}{d\tau}$$

4.2. BALANCE MÁSICO

$$\Delta m_e = (c_e \cdot \Delta\tau) \cdot \Delta A_e \cdot \rho_e$$



$$\frac{\Delta m_e}{\Delta\tau} = \dot{m}_e = \iint_{A_e} \frac{(c_e \cdot \Delta\tau) \cdot \Delta A_e \cdot \rho_e}{\Delta\tau} = c_{n,e} \cdot A_e \cdot \rho_e$$

Velocidad media

4.2. BALANCE MÁSICO

- Los sistemas abiertos se caracterizan por el intercambio de masa

Forma diferencial:

$$\frac{dm_{vc}(\tau)}{d\tau} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s \qquad \text{[kg/s]}$$

Gasto másico y variables locales:

$$\dot{m}_x = \iint_{A_x} \frac{c_{nx}}{v_x} dA = \frac{c_x A_x}{v_x} \qquad \text{[kg/s]}$$

Caudal:

$$\dot{V}_x = \iint_{A_x} c_{nx} dA = c_x A_x \qquad \text{[m}^3\text{/s]}$$

Forma integral:

$$\frac{d}{d\tau}\left(\iiint_{vc} \frac{dV}{v} \right) = \sum_e \iint_{A_e} \frac{c_{ne}}{v_e} dA - \sum_s \iint_{A_s} \frac{c_{ns}}{v_s} dA \qquad \text{[kg/s]}$$

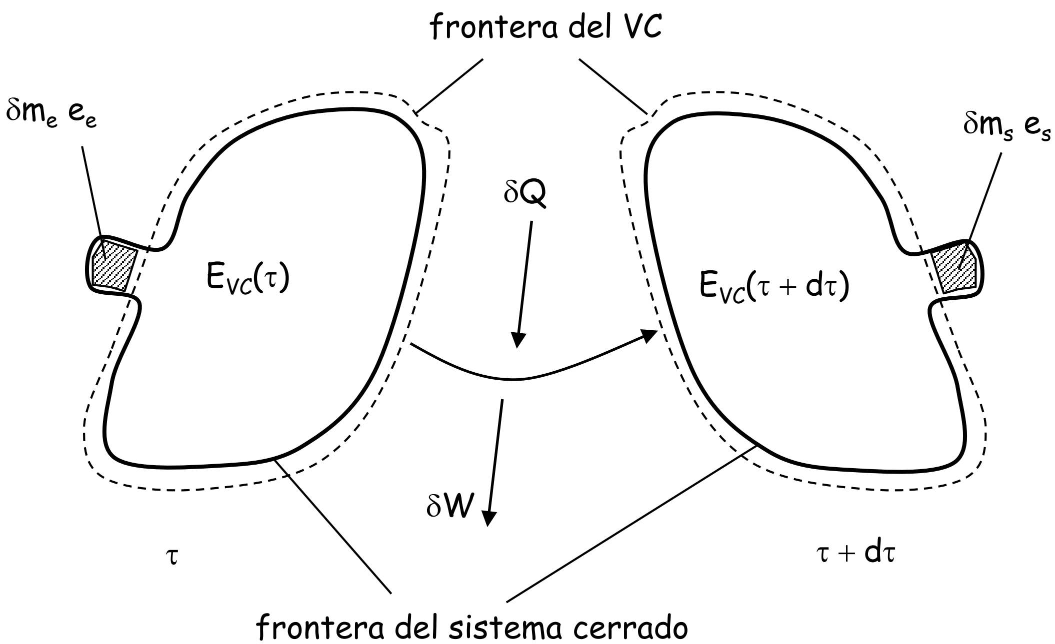
4.2. BALANCE MÁSICO

Ejemplo: Un compresor volumétrico desplaza 300 cm^3 en una vuelta de cigüeñal. Determinar el caudal de aire (R = 0,287 kJ/kg-K) que aspira del ambiente cuando gira a 2800 rpm.

Si el aire ambiente se encuentra a 30ºC y una presión de 95 kPa determinar el gasto másico de aire.

Si se quiere que la velocidad en la entrada no supere los 25 m/s, determinar el diámetro de dicha sección.

4.3. BALANCE ENERGÉTICO



$$E(\tau)+\delta Q=E(\tau+\Delta\tau)+\delta W$$

$$E_{vc}(\tau)+\delta m_e\cdot\left(u_e+\frac{c_e^2}{2}+g\cdot z_e\right)+\delta Q=E_{vc}(\tau+\Delta\tau)+\delta m_s\cdot\left(u_s+\frac{c_s^2}{2}+g\cdot z_s\right)+\delta W$$

$$\dot{Q}-\dot{W}+\dot{m}_e\cdot\left(u_e+\frac{c_e^2}{2}+g\cdot z_e\right)-\dot{m}_s\cdot\left(u_s+\frac{c_s^2}{2}+g\cdot z_s\right)=\frac{dE_{vc}}{d\tau}$$

4.3. BALANCE ENERGÉTICO

$$\delta W_{fe} = -\underbrace{p_e \cdot \Delta A_e \cdot \vec{i}}_{\vec{F}_e} * \underbrace{\delta x \cdot \vec{i}}_{\delta \vec{x}} =$$

$$= -p_e \cdot v_e \cdot \delta m_e$$

$$\delta W_{fs} = -\underbrace{p_s \cdot \Delta A_s \cdot \left(-\vec{i}\right)}_{\vec{F}_e} * \underbrace{\delta x \cdot \vec{i}}_{\delta \vec{x}} =$$

$$= p_s \cdot v_s \cdot \delta m_s$$

4.3. BALANCE ENERGÉTICO

Trabajo de flujo

$$\delta W = \delta W_{vc} - p_e \cdot v_e \cdot \delta m_e + p_s \cdot v_s \cdot \delta m_s$$

Trabajo del PP (W_{12})

Trabajo del volumen de control o técnico: ejes, pistones, resistencias, …

$$E_{vc}(\tau) + \delta m_e \cdot \left(u_e + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e \right) + \delta Q = E_{vc}(\tau + \Delta\tau) + \delta m_s \cdot \left(u_s + \frac{c_s^2}{2} + g \cdot z_s \right) + \delta W$$

$$E_{vc}(\tau) + \delta m_e \cdot \left(\underbrace{u_e + p_e \cdot v_e}_{h_e} + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e \right) + \delta Q =$$

$$= E_{vc}(\tau + \Delta\tau) + \delta m_s \cdot \left(\underbrace{u_s + p_s \cdot v_s}_{h_s} + \frac{c_s^2}{2} + g \cdot z_s \right) + \delta W_{vc}$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_{vc} + \dot{m}_e \cdot \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e \right) - \dot{m}_s \cdot \left(h_s + \frac{c_s^2}{2} + g \cdot z_s \right) = \frac{dE_{vc}}{d\tau}$$

4.3. BALANCE ENERGÉTICO

Forma diferencial: $$\frac{dE_{vc}(\tau)}{d\tau} = \dot{Q} - \dot{W}_{vc} + \sum_e \dot{m}_e \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + g\, z_e \right) - \sum_s \dot{m}_s \left(h_s + \frac{c_s^2}{2} + g\, z_s \right) \quad \text{[kW]}$$

Energía contenida en el interior del volumen de control

Calor y trabajo que atraviesa la frontera (¡ojo al trabajo de flujo!)

Medido en la frontera por donde entra y sale la masa (contiene el trabajo de flujo)

Surge una nueva forma de intercambio de energía: el trabajo de flujo

$$w_{fe} = -p_e v_e \quad ; \quad w_{fs} = p_s v_s \qquad \text{[kJ/kg]}$$

Forma integral:

$$\frac{d}{d\tau}\left(\iiint_{vc} \frac{e}{v} dV \right) = \dot{Q} - \dot{W}_{vc} + \sum_e \iint_{A_e} \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + g\, z_e \right) \frac{c_{ne}}{v_e} dA - \sum_s \iint_{A_s} \left(h_s + \frac{c_s^2}{2} + g\, z_s \right) \frac{c_{ns}}{v_s} dA \qquad \text{[kW]}$$

4.4. SISTEMAS EN RÉGIMEN PERMANENTE

4.4.1. Formulación

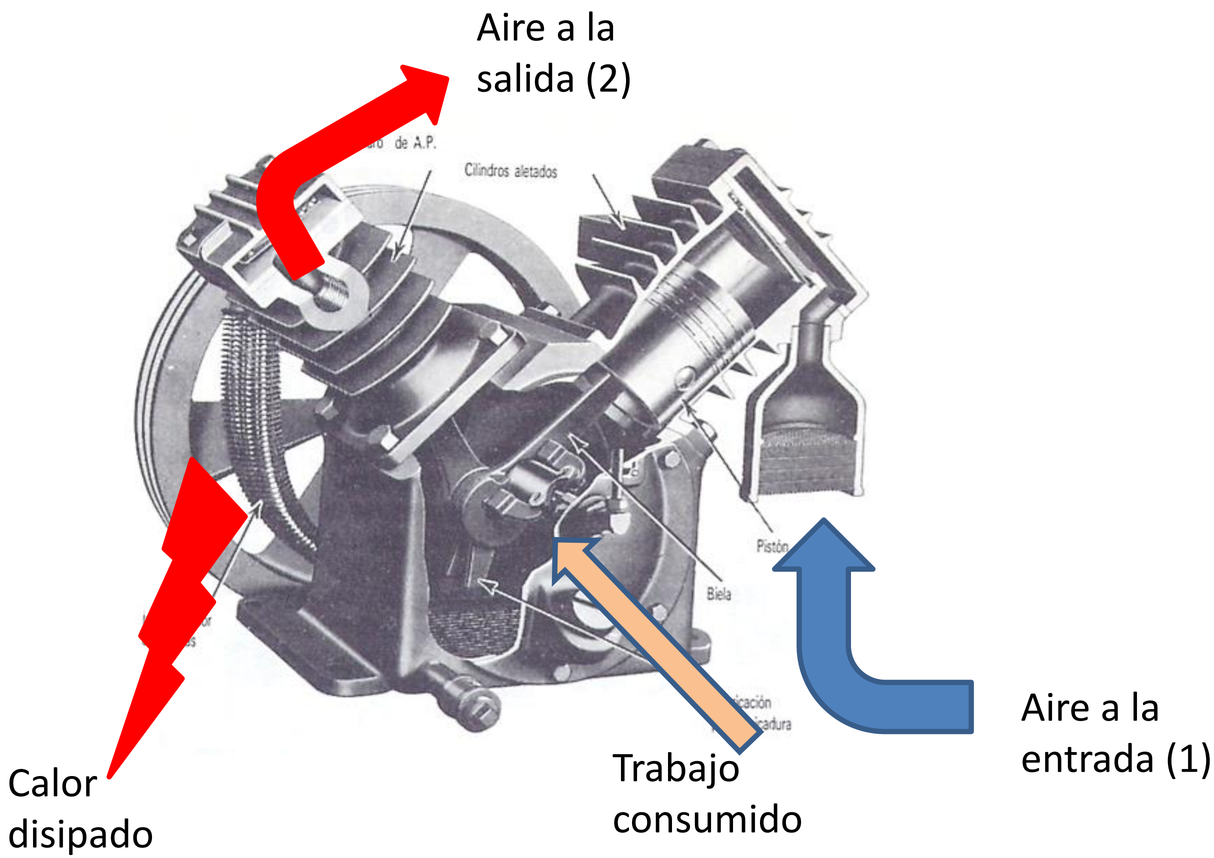
- Sistema en estado estacionario:
    - Ninguna propiedad cambia con el tiempo en el INTERIOR del volumen de control
    - Propiedades en la SUPERFICIE de control no cambian con el tiempo (sí con la posición)
    - Transferencias de calor y trabajo no varían con el tiempo

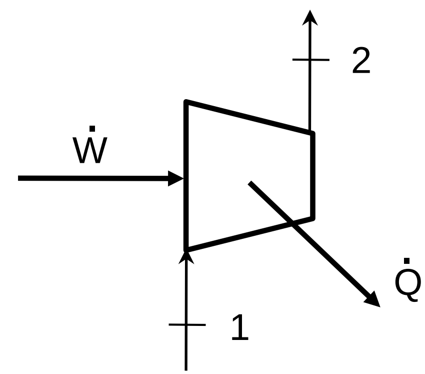
$$\sum_e \dot{m}_e = \sum_s \dot{m}_s$$

$$\dot{Q} + \sum_e \dot{m}_e \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + g\, z_e \right) = \dot{W}_{vc} + \sum_s \dot{m}_s \left(h_s + \frac{c_s^2}{2} + g\, z_s \right)$$

- Dos opciones:
    - criterio clásico de signos (como en un problema vectorial)
    - lo que entra = lo que sale, con todo positivo (fuerzas a derecha = fuerzas a la izquierda)

Ejemplo: Un compresor alternativo de 2 etapas con interrefrigeración aspira aire (γ = 1,4; C_p = 1,005 kJ/kg-K) del ambiente (1: 95 kPa y 35ºC) 18 g/s , impulsándolos a 12 barg y 136ºC (2). La potencia consumida es de 6 kW. Determinar el calor disipado.





[Imagen adaptada de: Faires, Simmang, Termodinámica, UTEHA, México D.F., 1991

4.4.2. Dispositivos con una sola entrada y una sola salida

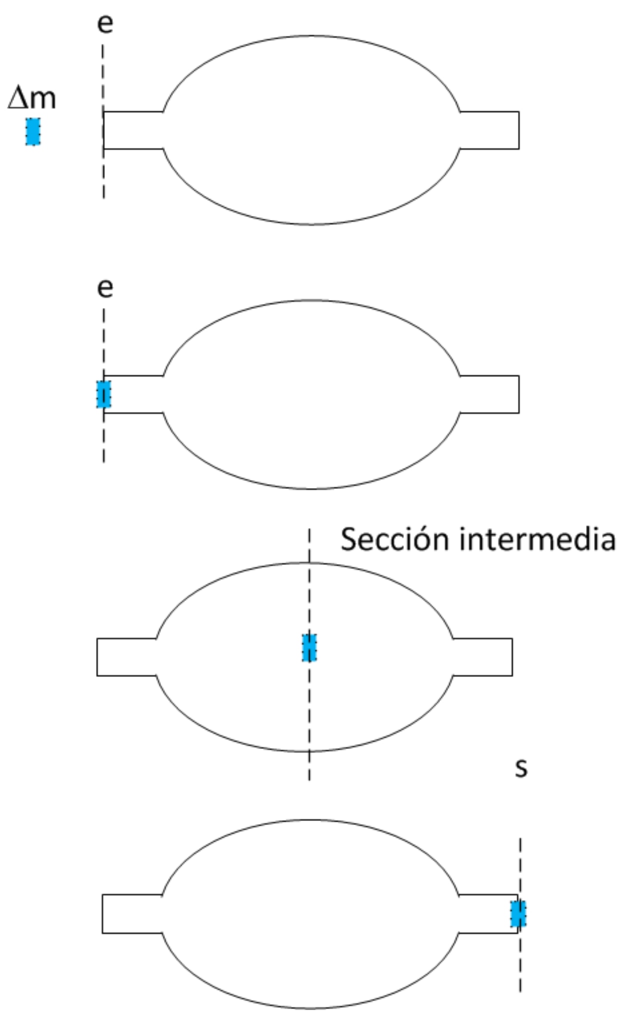
$$\sum_e \dot{m}_e = \sum_s \dot{m}_s \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

$$\dot{Q} + \sum_e \dot{m}_e \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + g\,z_e \right) = \dot{W}_{vc} + \sum_s \dot{m}_s \left(h_s + \frac{c_s^2}{2} + g\,z_s \right) \quad \Rightarrow \quad q - w = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p$$

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \quad ; \quad w = \frac{\dot{W}_{vc}}{\dot{m}}$$ [kW/kg s^{-1}] = [kJ/kg]

- w: No representa TODO el trabajo, sólo el que “se ve”; el trabajo de flujo se incluye en la entalpía
- h, e_c, e_p Se refieren a los flujos de masa intercambiados, NO al interior del volumen de control

4.4.3. Procesos cuasiestáticos con una sola entrada y una sola salida



- Se aplica la ecuación de conservación de la energía mecánica al sistema cerrado Δm que evoluciona desde el estado que presenta en "e" hasta el estado que presenta en "s"

- El trabajo del sistema cerrado (W_{12}) se ha de descomponer en el del volumen de control y el de flujo

- La evolución espacial en el volumen de control se corresponde con la evolución temporal en el sistema cerrado

$$\Delta m \cdot \int_e^s p \cdot dv = W_{es} - W_d + \Delta m \cdot \left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + \Delta m \cdot g \cdot (z_s - z_e)$$

$$\int_e^s p \cdot dv = \underbrace{w_{vc} + p_s \cdot v_s - p_e \cdot v_e}_{w_{es}} - w_d + \left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + g \cdot (z_s - z_e)$$

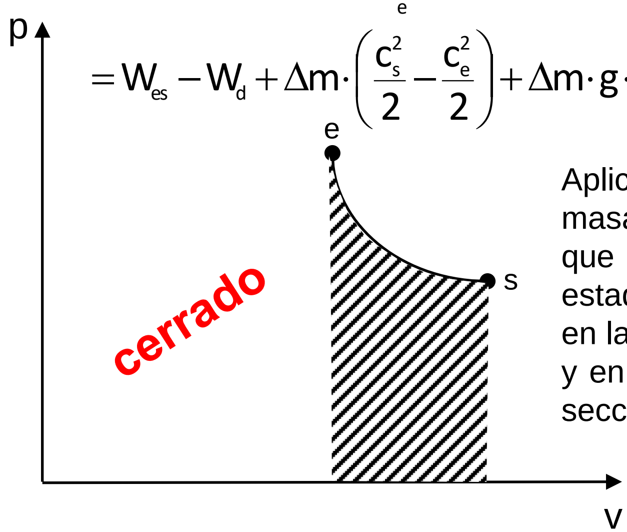
$$\int_e^s p \cdot dv = w_{vc} + \int_e^s d(p \cdot v) - w_d + \Delta e_c + \Delta e_p$$

$$-vdp = \delta w - \delta w_d + de_c + de_p$$

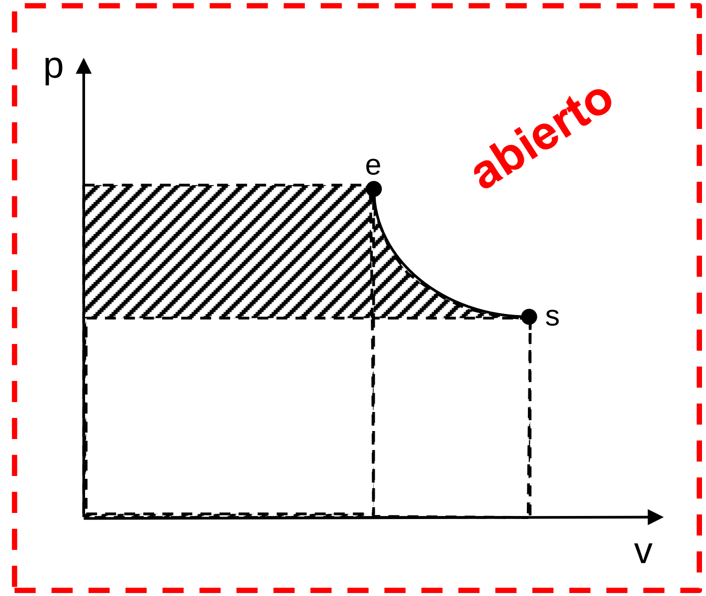
4.4.3. Procesos cuasiestáticos con una sola entrada y una sola salida

$$\Delta m\cdot\int_e^s p\cdot dv =$$

$$= W_{es} - W_d + \Delta m\cdot\left(\frac{c_s^2}{2}-\frac{c_e^2}{2}\right)+\Delta m\cdot g\cdot\left(z_s - z_e\right)$$

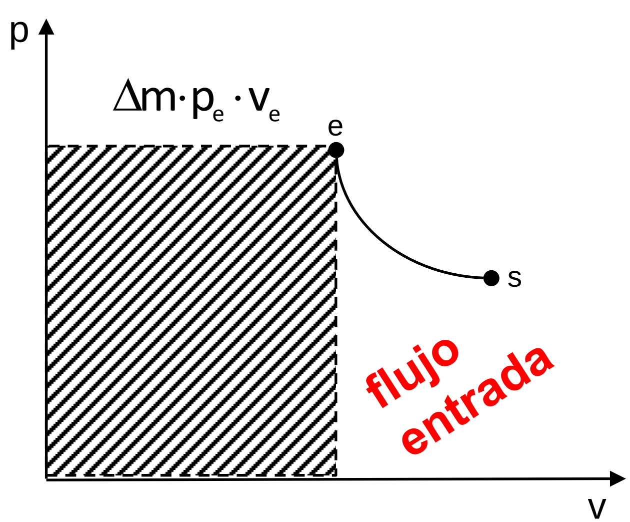


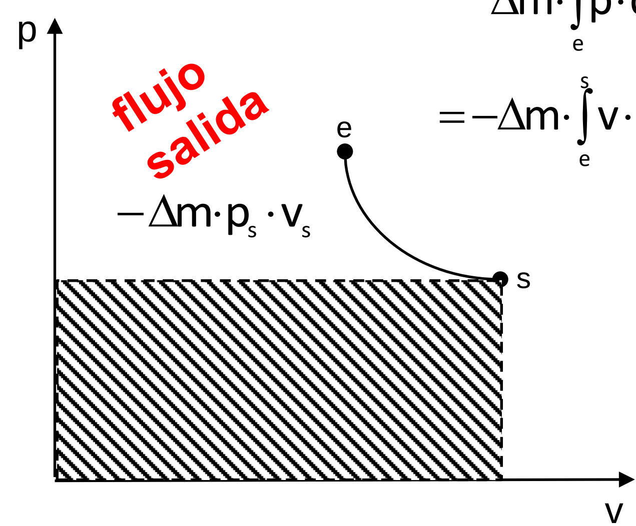
Aplicado a una masa elemental que en el estado (1) está en la sección (e) y en el (2) en la sección (s)



$$\Delta m\cdot\int_e^s p\cdot dv - \Delta m\cdot p_s\cdot v_s + \Delta m\cdot p_e\cdot v_e =$$

$$= -\Delta m\cdot\int_e^s v\cdot dp = W_{vc} - W_d + \Delta m\cdot\left(\Delta e_c + \Delta e_p\right)$$





El signo negativo se introduce porque la presión se reduce y el área neta ha de ser positiva

4.4.3. Procesos cuasiestáticos con una sola entrada y una sola salida

Conservación de la energía mecánica:

$$-v\,dp = \delta w - \delta w_d + de_c + de_p$$

Primer Principio para procesos cuasiestáticos, rp, 1e y 1s

$$\delta q + v\,dp - \delta w_d = dh$$

$$w_d \leq 0$$

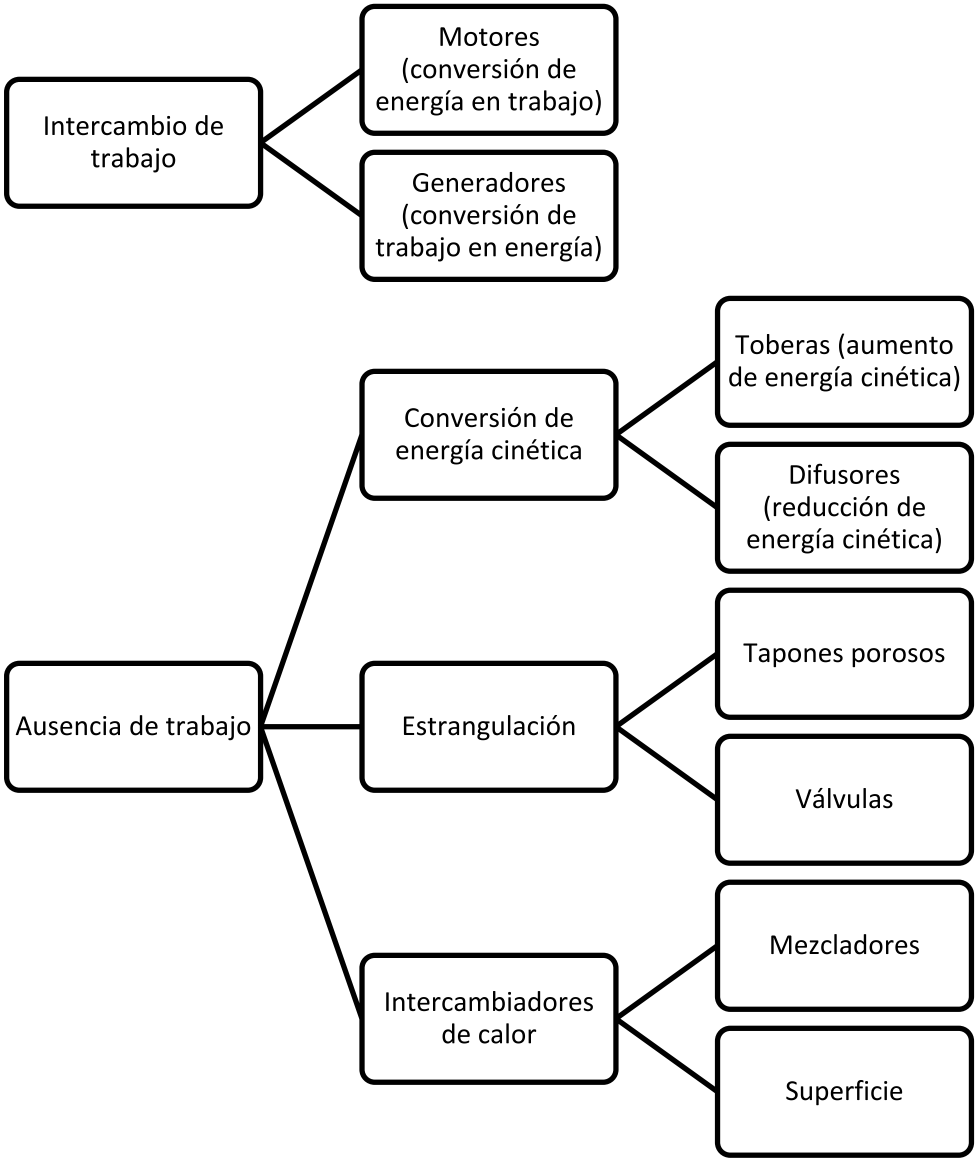
Evaluación del "trabajo de expansión":

$$-\int_e^s v\,dp = \frac{n}{1-n}\left(p_s v_s - p_e v_e\right)$$

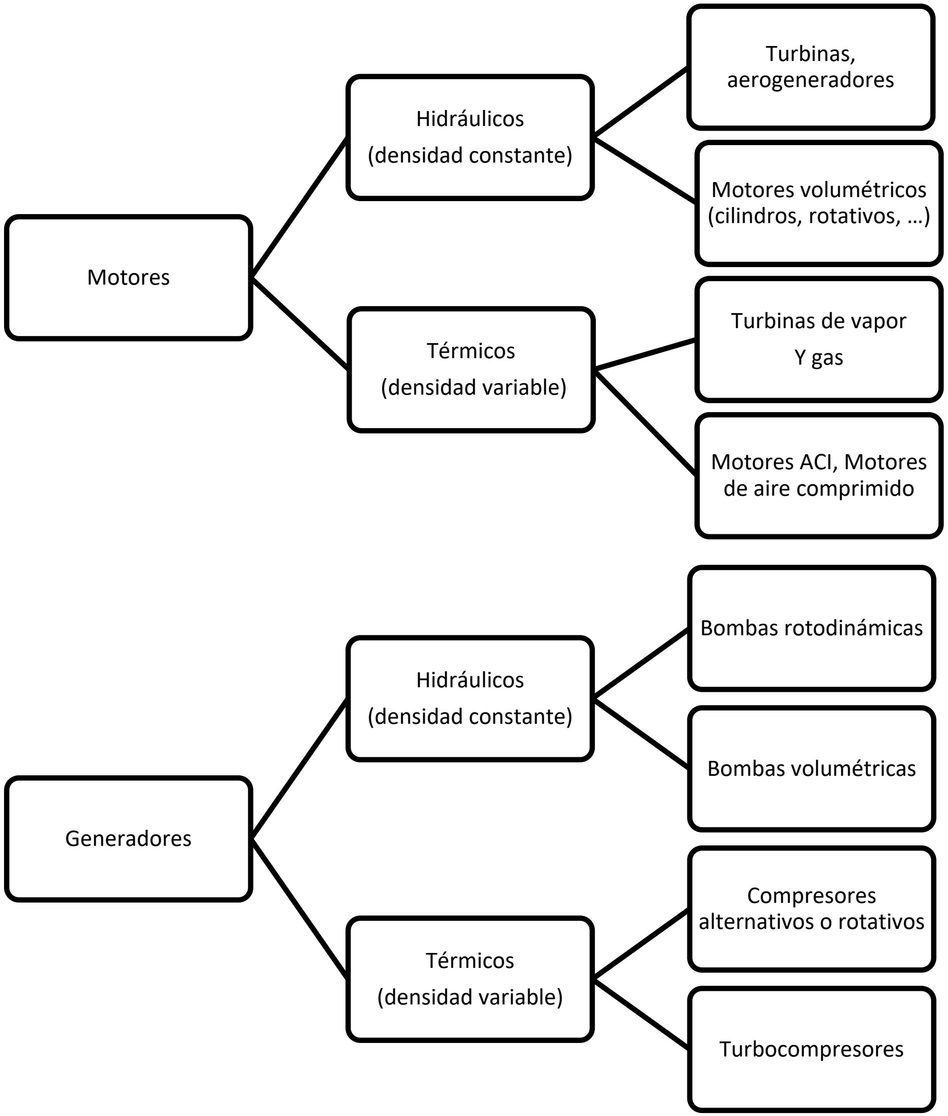
Ejemplo: Un compresor refrigerado aspira 3000 litros/min de aire (R = 0,287 kJ/kg-K; C_p = 1,005 kJ/kg-K) a 35ºC y 97 kPa a través de una sección de 50 mm de diámetro. El proceso de compresión, considerado internamente reversible, se puede modelar por una politrópica de exponente 1,25. La presión de salida es de 8 bar, teniendo el conducto de salida una sección de 35 mm de diámetro.

Determinar el trabajo consumido y el calor disipado, realizando una representación gráfica del trabajo de expansión.

4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

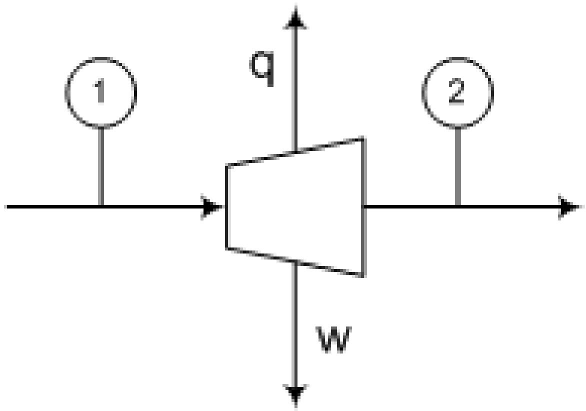


4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente



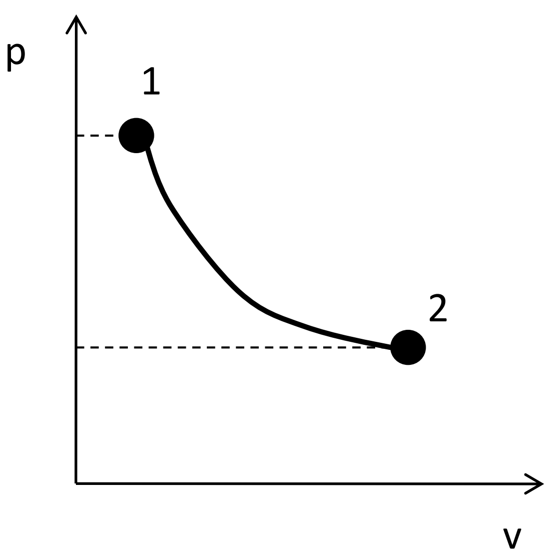
4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

Motores



q : puede entrar, salir o ser nulo
w: necesariamente sale
e_c: se desprecia si no se conocen secciones
e_p: se desprecia si no se conocen cotas

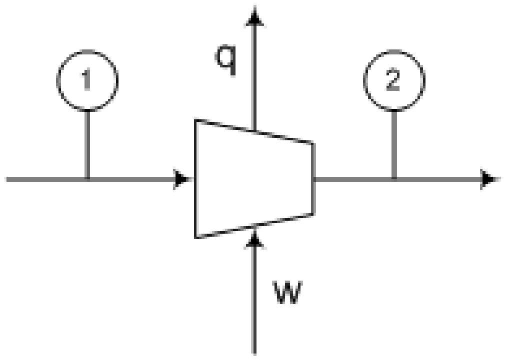
$$h_1 = h_2 + q + w$$



$$-\int_1^2 v\,dp = w > 0 \quad \Rightarrow \quad p_2 < p_1$$

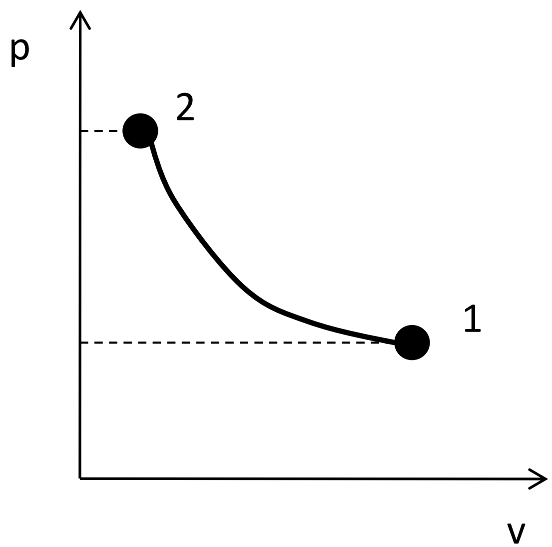
4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

Generadores



q : puede entrar, salir o ser nulo
w: necesariamente entra
e_c: se desprecia si no se conocen secciones
e_p: se desprecia si no se conocen cotas

$$h_1 + w = h_2 + q$$



$$-\int_1^2 v\,dp = w < 0 \quad \Rightarrow \quad p_2 > p_1$$

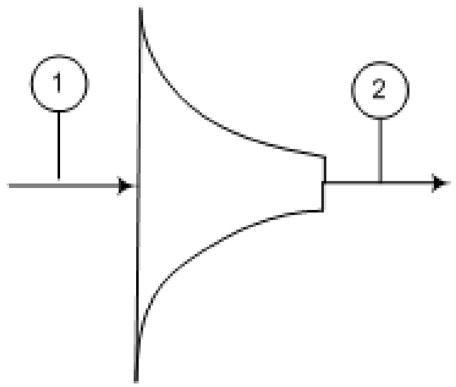
Ejemplo: Se desea comprimir 1 kg/s de un fluido desde 1 bar y 20ºC hasta 5 bar. Determinar la potencia necesaria para ello en los siguientes casos (ambos internamente reversibles):

a) Agua como fluido incompresible (ρ = 1000 kg/m^3; c = 4,18 kJ/kg)
b) Aire como gas perfecto (R = 287 J/kg-K; γ = 1,4). En este caso la compresión es isoterma.

Representar en un mismo gráfico p-v el proceso e interpretar el resultado.

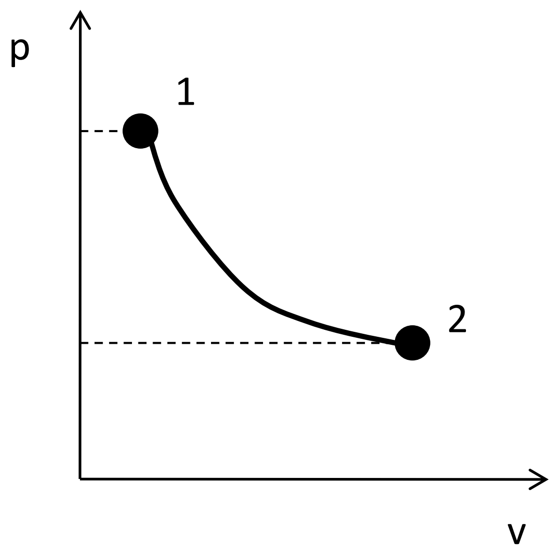
4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

Toberas



q : normalmente despreciable
w: nulo
e_c: necesariamente aumenta
e_p: suele despreciarse

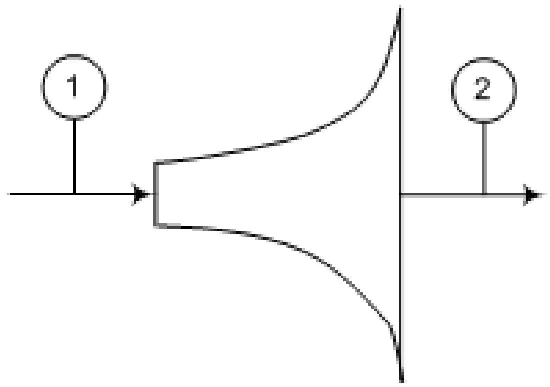
$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}$$



$$-\int_1^2 v\,dp = \Delta e_c > 0 \quad \Rightarrow \quad p_2 < p_1$$

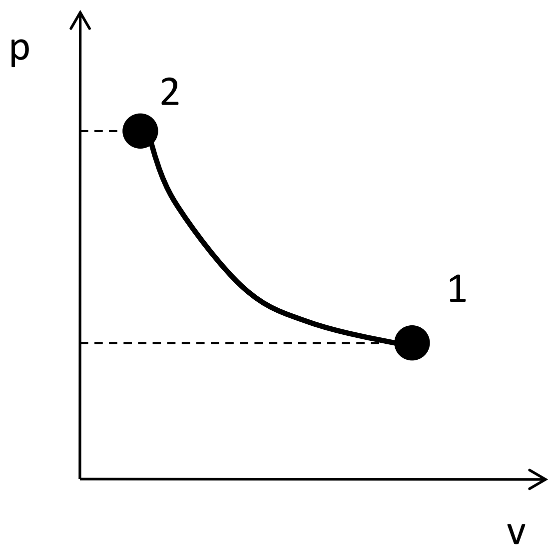
4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

Difusores



q : normalmente despreciable
w: nulo
e_c: necesariamente disminuye
e_p: suele despreciarse

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2}$$



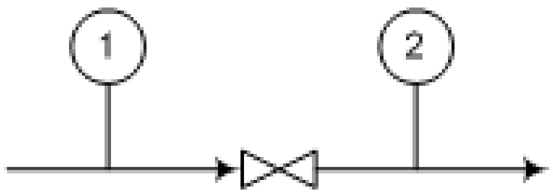
$$-\int_1^2 v\,dp = \Delta e_c < 0 \quad \Rightarrow \quad p_2 > p_1$$

Ejemplo: A una tobera llegan 30 m^3/h de agua ($c = 4{,}18$ kJ/kg-K; $\rho = 1000$ kg/m^3) a 3 bar y 20ºC con una velocidad despreciable. En la sección de salida la presión de salida es de 1 bar y la velocidad de 17 m/s. El proceso es cuasiestático, pero con irreversibilidades interiores. Determinar:

a) Temperatura de salida
b) Potencia disipada en irreversibilidades internas

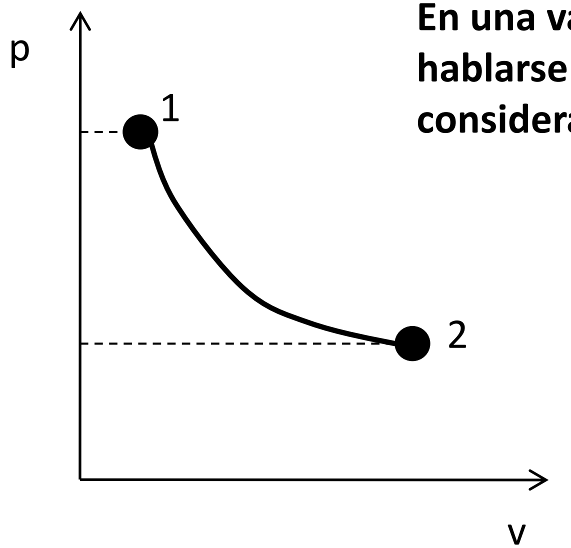
4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

Válvulas y tapones porosos



q : normalmente despreciable
w: nulo
e_c: normalmente despreciable
e_p: suele despreciarse

$$h_1 = h_2$$

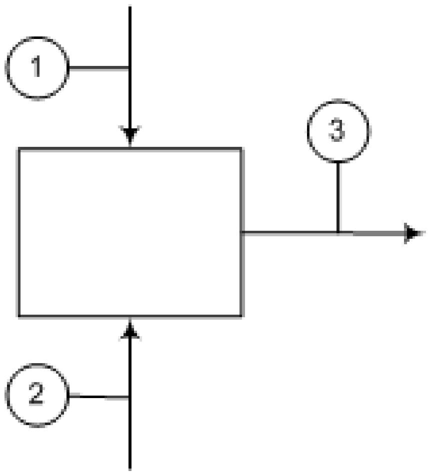


En una válvula el proceso es NO estático, y por tanto no puede hablarse de trabajo de expansión; en un tapón poroso puede considerarse cuasiestático pero con irreversibilidades internas.

$$-\int_1^2 v\,dp = -w_d > 0 \quad \Rightarrow \quad p_2 < p_1$$

4.4.4. Dispositivos que operan en régimen permanente

Intercambiadores de calor (mezcladores)

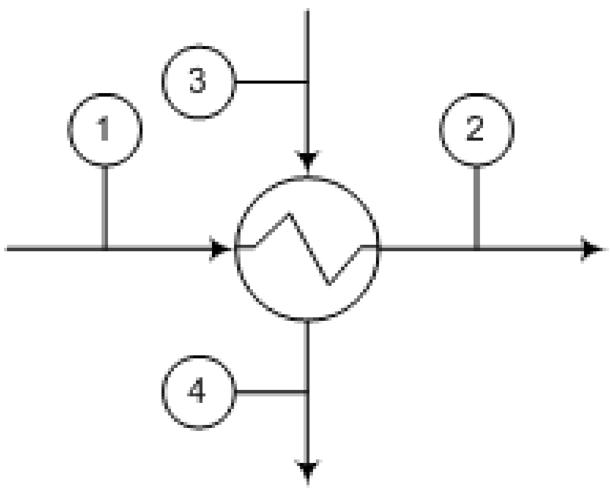


q : normalmente despreciable (el intercambiado con el exterior)
w: nulo
e_c: normalmente despreciable
e_p: suele despreciarse

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

Intercambiadores de calor
(de superficie)



q : normalmente despreciable (el intercambiado con el exterior)
w: nulo
e_c: normalmente despreciable
e_p: suele despreciarse

Volumen de control total:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_1 h_2 + \dot{m}_3 h_4$$

Volumen de control de una corriente (supuesta la 1-2 como la caliente):

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 \left(h_1 - h_2\right) = \dot{m}_3 \left(h_4 - h_3\right)$$