TR-1
Sist electrónicos, señales y respuesta en frecuencia
(material complementario)

Luis Cucala García

comillas.edu

Convocatoria ordinaria

Teoría: se realiza una evaluación continua basada en las siguientes pruebas:

- Examen intercuatrimestral **(EI)**.
- Examen final de la convocatoria ordinaria **(EF1)**.

En la **convocatoria ordinaria**, la nota de teoría se obtendrá como sigue:

- Si $EF1 \geq 4$ entonces:
  - $T = 0{,}3 \times EI + 0{,}7 \times EF1$
- Si $EF1 < 4$ entonces:
  - $T = \mathrm{Min}(\ 0{,}3 \times EI + 0{,}7 \times EF1\ ;\ EF1\ )$

Convocatoria extraordinaria

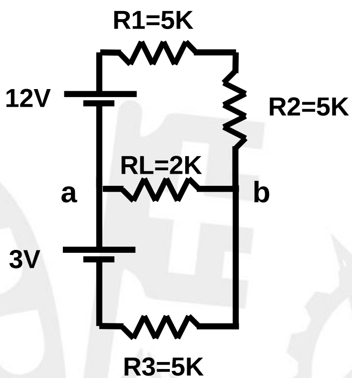
En la convocatoria extraordinaria (a la que el alumno solamente puede presentarse si tiene el laboratorio [illegible] como sigue:

- Si $EF2 \geq 4$ entonces:
  - $T = 0{,}2 \times EI + 0{,}8 \times EF2$
- Si $EF2 < 4$ entonces:
  - $T = \mathrm{Min}(\ 0{,}2 \times EI + 0{,}8 \times EF2;\ EF2\ )$

La calificación final se obtiene igual que en la convocatoria ordinaria:

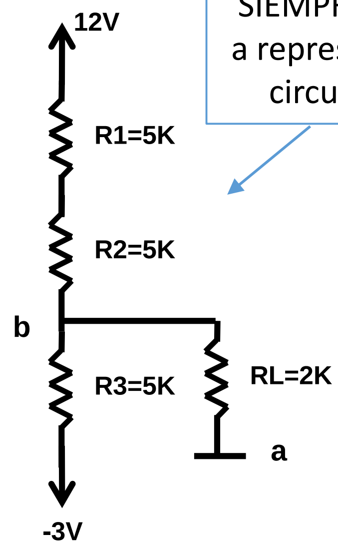
Calificación final: $0{,}65 \times T + 0{,}35 \times L$, con nota mínima de 5 tanto en teoría (T) como en laboratorio (L).

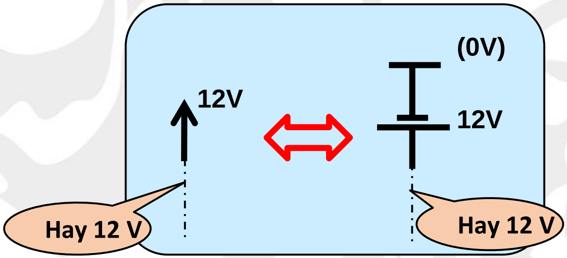
Representación gráfica de circuitos en electrónica

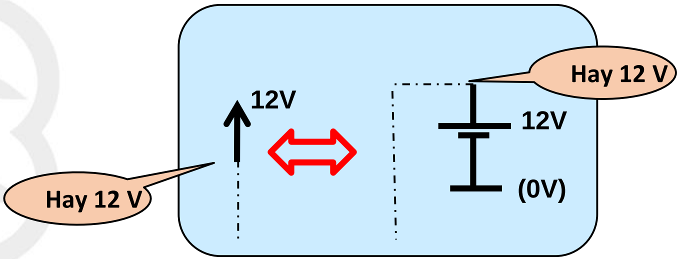


Tomando la referencia del circuito en el pto a

SIEMPRE vamos a representar los circuitos así

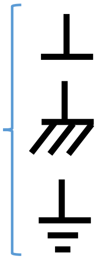




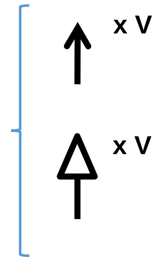


Representación gráfica de circuitos en electrónica

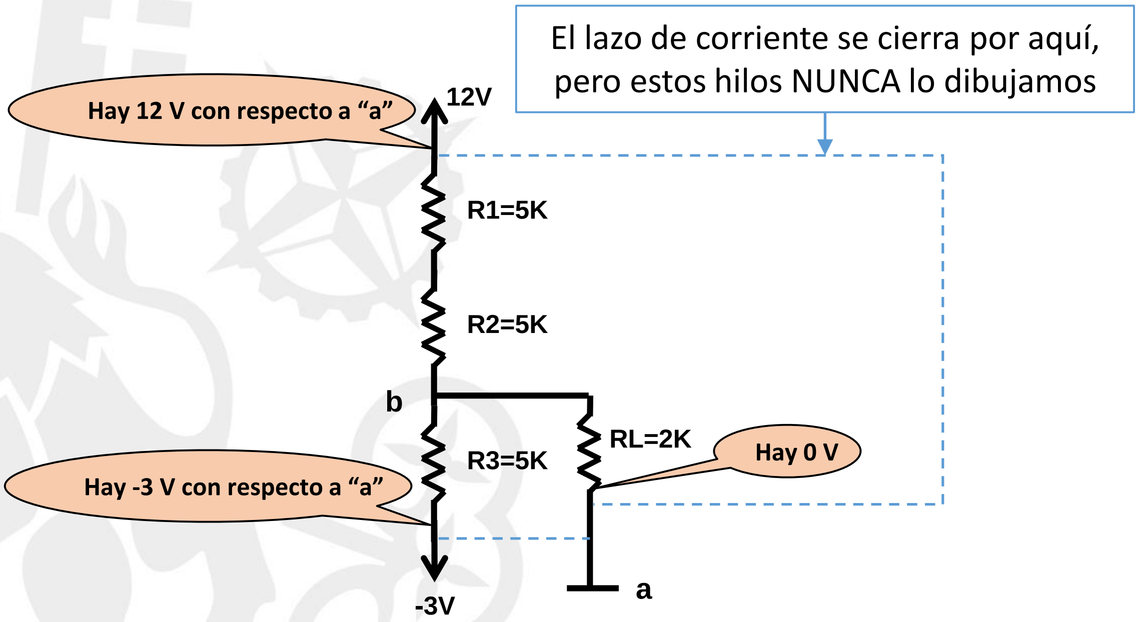
Símbolos para el punto de referencia del circuito, masa, 0 V (todo es lo mismo)



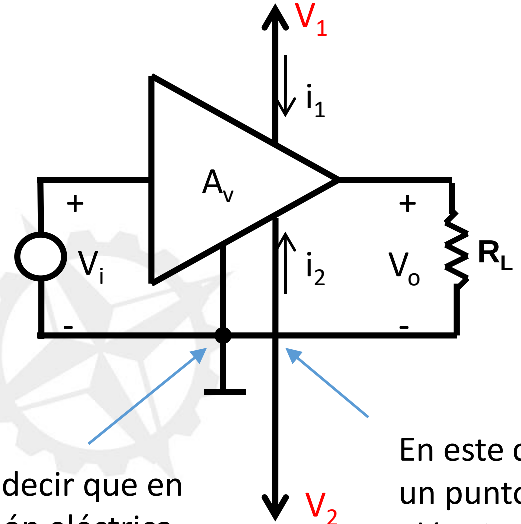
Símbolos para una fuente de tensión ideal



x puede ser un valor de tensión + o -



Representación gráfica de circuitos en electrónica

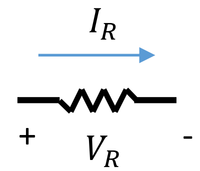


Este punto grueso quiere decir que en este cruce hay una conexión eléctrica entre hilos

En este cruce no representamos un punto, luego no hay conexión eléctrica entre hilos

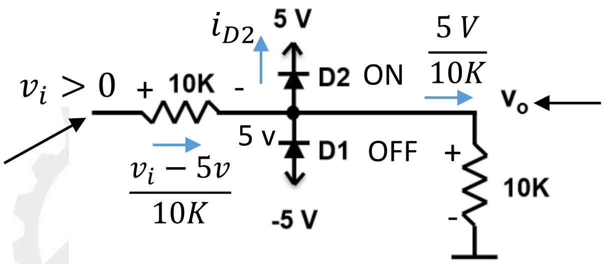
Representación gráfica de circuitos en electrónica

la corriente pasa en el sentido en que cae la tensión



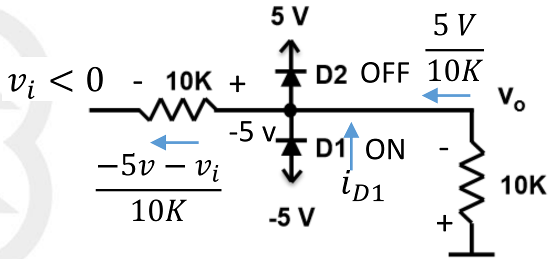
esta V_R es una DIFERENCIA de tensión (potencial), no es una tensión respecto a masa

Si indicamos una tensión de entrada V_i así, queremos decir que equivale a que en este punto ponemos un generador de tensión V_i

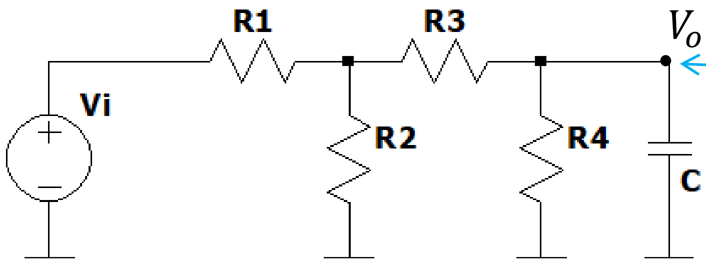


Si indicamos una tensión cualquiera (p.e. V_o) así, queremos decir que es una tensión respecto a masa (respecto a 0 V) que tenemos que calcular

Puedo dibujar los sentidos de corriente como quiera, siempre que sea coherente con que la corriente pasa en el sentido en que cae la tensión



Representación gráfica de circuitos en electrónica



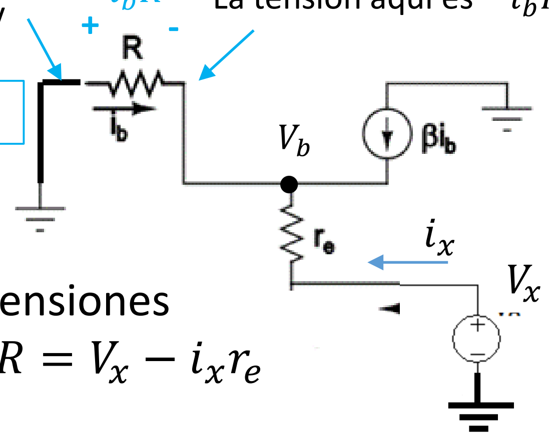
Esto quiere decir que hay que calcular la tensión V_o en este punto (la tensión entre ese punto y masa)

La tensión CAE cuando pasa por una resistencia

$i_b R$

La tensión aquí es 0 V

La tensión aquí es $-i_b R$



No vamos a resolver nunca los circuitos por lazos

Los resolveremos así:

1º suma de corrientes:

$$i_b + \beta i_b + i_x = 0$$

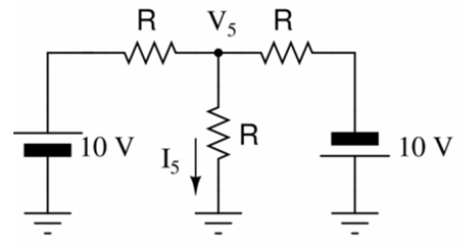
$$(\beta + 1) i_b + i_x = 0$$

2º suma de tensiones

$$V_b = 0 - i_b R = V_x - i_x r_e$$

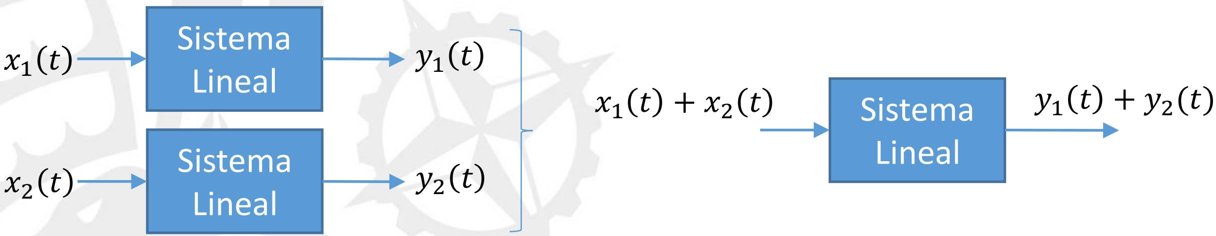
Representación gráfica de circuitos en electrónica

No vamos a resolver nunca los circuitos por lazos

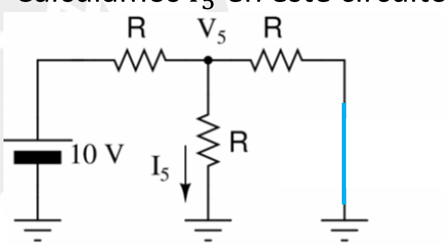


Un circuito así lo resolvemos aplicando la propiedad de superposición de los sistema lineales

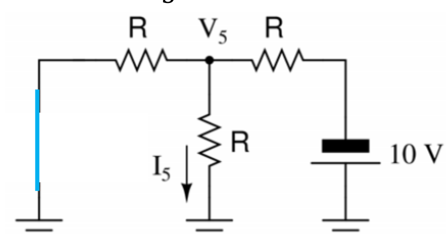
- Principio de superposición
  - Si $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ y $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$
  - Se cumple que $x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$



Calculamos I_5 en este circuito

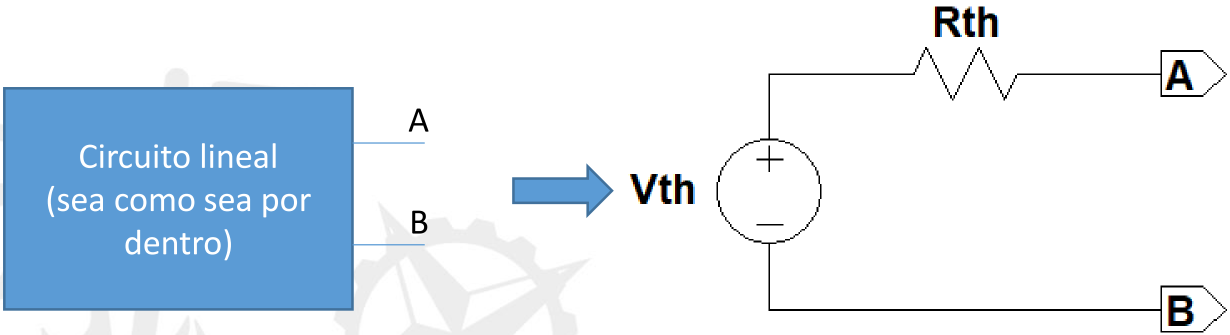


Calculamos I_5 en este otro circuito



Y la I_5 del circuito completo es la suma de los resultados previos

Equivalente de Thevenin

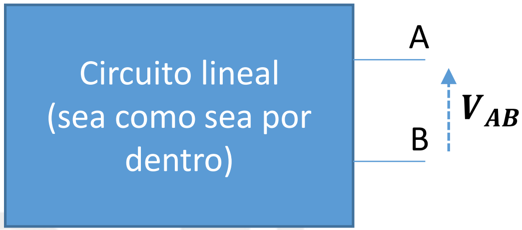


- El equivalente de Thevenin nos permite sustituir un circuito lineal por una fuente de tensión real (fuente de tensión ideal en serie con su resistencia)
- El comportamiento del circuito lineal, observado desde los puntos A y B, es idéntico al de su equivalente de Thevenin entre esos dos puntos

Equivalente de Thevenin

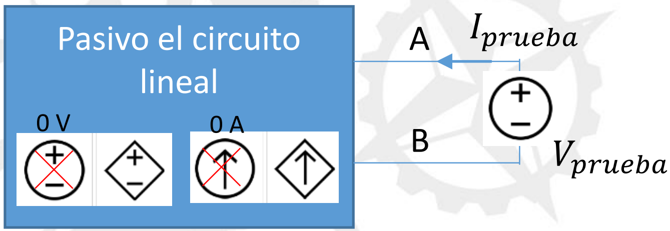
- Estamos buscando una fuente de tensión equivalente a nuestro circuito
- $\boldsymbol{V_{th}}$ se calcula manteniendo las fuentes existentes de tensión y corriente, y calculando la tensión entre los puntos deseados (a esta pareja de puntos también se le llama “puerto”)
- $\boldsymbol{Z_{th}}$ se calcula así (ojo, el resultado será en general una impedancia compleja, solo si no hay L’s o C’s será una $\boldsymbol{R_{th}}$):
  - Cortocircuitando las fuentes de tensión independientes (V = 0) y dejando en abiertos las fuentes de corriente independientes (I=0). Esto es lo que se conoce como **pasivar los generadores independientes**.
  - OJO. Los generadores dependientes no se pasivan
  - Se aplica una tensión de prueba entre los puntos deseados y se calcula la corriente de prueba que pasa entre esos puntos
  - $Z_{th} = {}^{V_{prueba}}/_{I_{prueba}}$
  - Muchas veces Zth se puede obtener por simple inspección de la impedancia que hay entre los puntos

Cálculo del equivalente de Thevenin



1º. Dejo la unión entre los puntos A y B "en abierto" (sin conectar nada)
2º. Calculo la tensión entre A y B

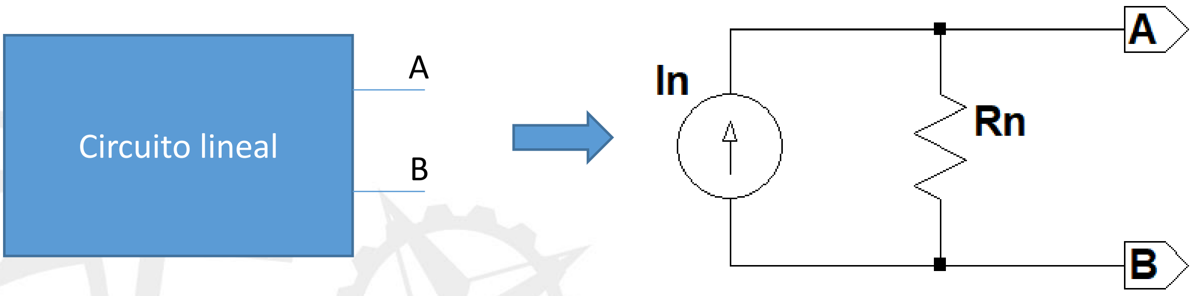
$$V_{AB} = V_{th}$$



1º. Pasivo las fuentes independientes
2º. Pongo una tensión de prueba entre A y B
3º. Calculo la corriente que pasa

$$R_{th} = V_{prueba} / I_{prueba}$$

Equivalente de Norton

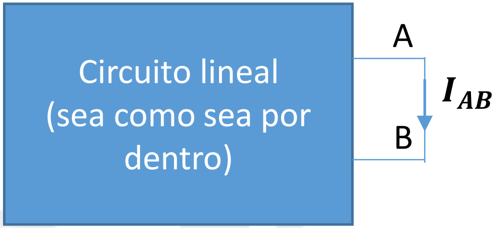


- El equivalente de Norton nos permite sustituir un circuito lineal por una fuente de corriente real (fuente de corriente ideal en paralelo con su resistencia)
- El comportamiento del circuito lineal, observado desde los puntos A y B, es idéntico al de su equivalente de Norton entre esos dos puntos
- Comentario: a veces se representa la admitancia en paralelo con la fuente de corriente, y a veces la impedancia. Da igual, siempre y cuando seamos coherentes al hacer los cálculo

Equivalente de Norton

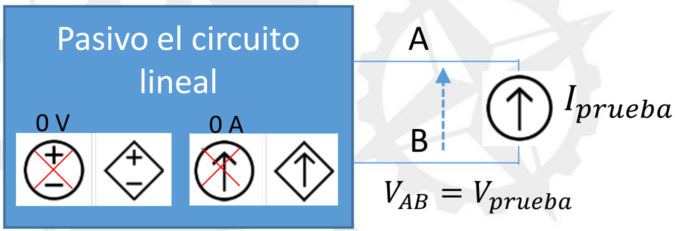
- En este caso, buscamos una fuente de corriente equivalente a nuestro circuito
- **Ith** se calcula manteniendo las fuentes de tensión y corriente, y calculando la corriente entre los puntos deseados (cortocircuitándolos)
- **Zth** se calcula así:
  - Cortocircuitando las fuentes de tensión independientes (V = 0) y dejando en abierto las fuentes de corriente independientes (I=0). Como antes, pasivamos las fuentes independientes.
  - Se aplica una corriente de prueba entre los puntos deseados y se calcula la tensión entre esos puntos
  - $Z_{th} = {}^{V_{prueba}}/_{I_{prueba}}$(y si queremos la admitancia, el inverso)
  - Muchas veces Zth se puede obtener por simple inspección de la impedancia que hay entre los puntos

Cálculo del equivalente de Norton



1º. Dejo la unión entre los puntos A y B "en corto" (en cortocircuito)
2º. Calculo la corriente entre A y B

$$I_{AB} = I_n$$

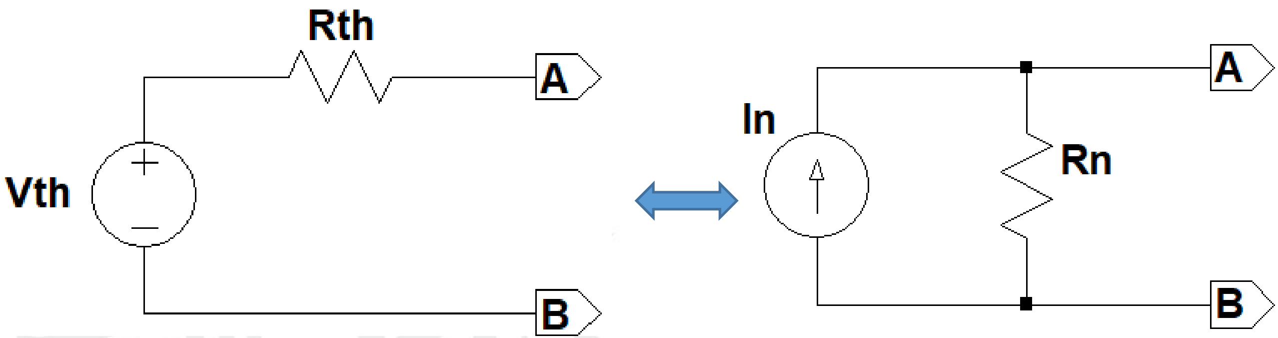


$$V_{AB} = V_{prueba}$$

1º. Pasivo las fuentes independientes
2º. Pongo una corriente de prueba entre A y B
3º. Calculo la tensión entre A y B

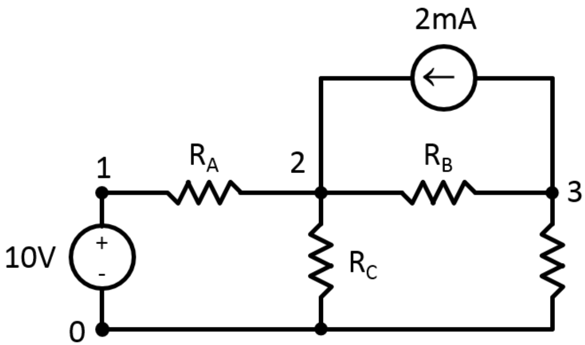
$$R_n = {V_{prueba}}/{I_{prueba}}$$

Equivalencia entre Thevenin y Norton



- A veces interesa tener el equivalente de Norton, pero es más fácil calcular Thevenin (o al revés)
- $V_{th} / Z_{th} = I_n$
- $Z_{th} = Z_n$ (o trabajando con admitancias, $Z_{th} = 1/Y_n$, donde Y_n es la admitancia)

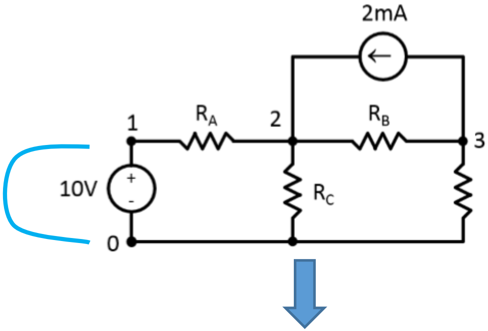
Ejemplos

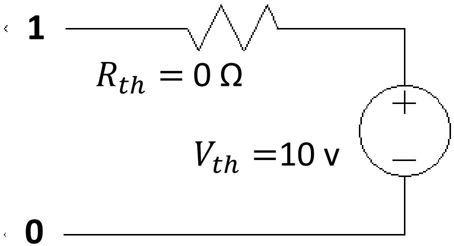


$$R_{1-0} = 0$$
$$R_{2-0} = R_A \parallel R_C \parallel (R_B + R_L)$$
$$R_{3-0} = R_L \parallel (R_B + R_A \parallel R_C)$$
$$R_{2-3} = R_B \parallel (R_L + R_A \parallel R_C)$$

Thevenin. Muchas veces es más fácil de lo que parece…

- Por ejemplo, Thevenin entre los puertos 1-0
  - 1º Calculo **Vth**, calculando la V entre 1 y 0
    - fácil, 10 voltios… lo dice el generador de tensión
  - 2º Calculo **Zth**, pasivo el generador de tensión (cortocircuitado, queda a 0 v) y el de corriente (en abierto, queda a 0 A)
    - Fácil, si he cortocircuitado el generador de tensión entre los punto 1 y 0, la resistencia es cero entre esos dos puntos (están unidos por un hilo con resistencia nula)



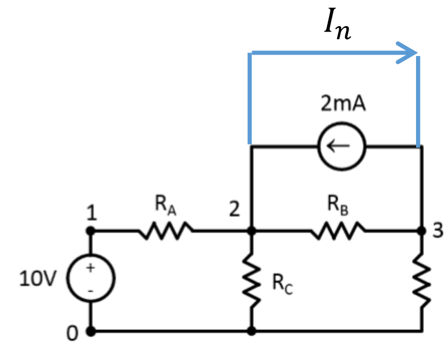


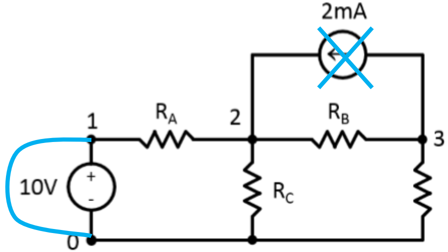
Thevenin. O puede tener un poco de truco…

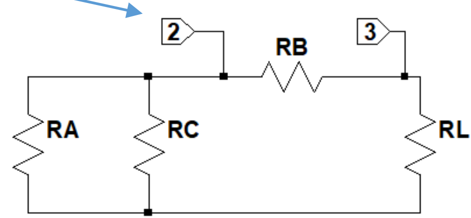
- Entre los puertos 2-3
  - Calculo Norton (hay una fuente de corriente entre 2 y 3 que lo está pidiendo a gritos)
  - 1º Calculo $\boldsymbol{I_n}$, calculando la I entre 2 y 3 (cortocircuitando 2 y 3)

por superposición , 2 mA + efecto de los 10 V

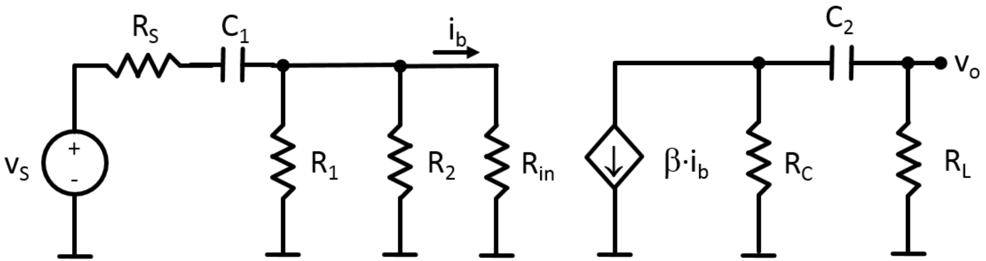
  - 2º Calculo $\boldsymbol{R_n}$, pasivo el generador de tensión (queda a 0 v) y el de corriente (queda a 0 A)
    - En estas condiciones, lo que se ve mirando entre 2 y 3 es esto:
    - Y por simple inspección se ve que $R_n = ((R_A \parallel R_C) + R_L) \parallel R_B$
  - Y si me empeño, puedo pasar de Norton a Thevenin, con $V_{th} = I_n R_n$ y $R_{th} = R_n$







Ejemplos

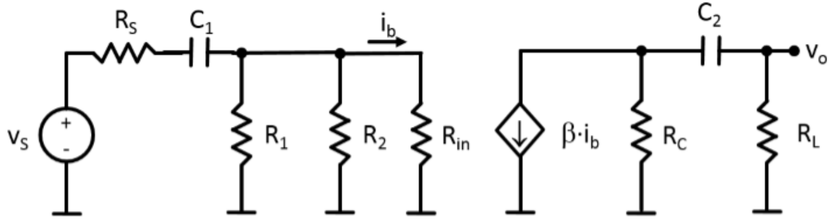


$$R_{C_1} = R_s + (R_1 \parallel R_2 \parallel R_{in})$$

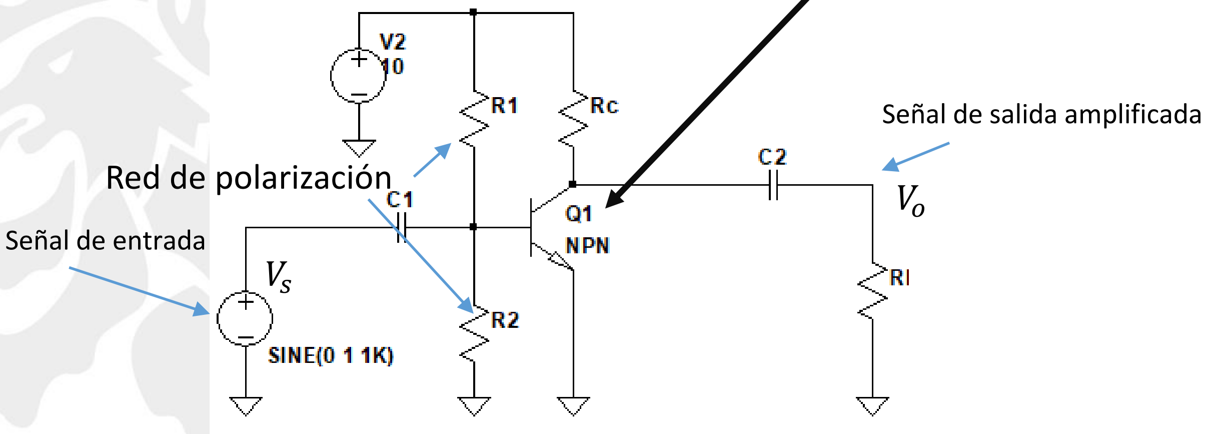
$$R_{C_2} = R_C + R_L$$

Resistencias vistas por C_1 y C_2, respectivamente

Thevenin aplicado a casos reales. El transistor bipolar (lo veréis más adelante)



- El esquema anterior es el “modelo de pequeña señal” de un amplificador en emisor común mediante **transistor bipolar**, con un esquema como el siguiente:



Thevenin aplicado a casos reales. El transistor bipolar y sus impedancias más interesantes

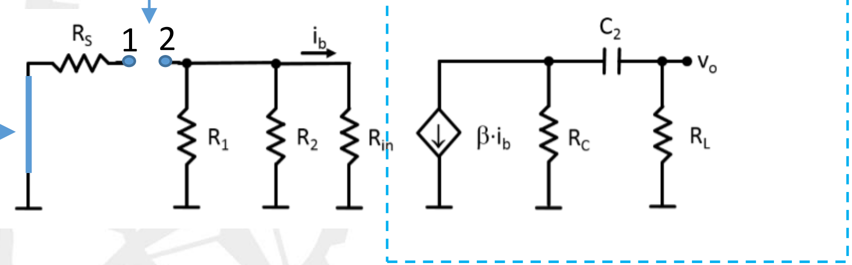
IMPEDANCIA VISTA EN BORNES DE C_1

$$\boldsymbol{R_{C1} = R_S + R_1 \parallel R_2 \parallel R_{in}}$$

Z_{C1}

Esta parte no influye en Z_{C1}

cortocircuito V_S



La resistencia R_{C1} no se ve influida por lo que haya en la segunda sección del circuito (al aplicar una tensión de prueba entre 1 y 2, la corriente que fluye no depende de lo que haya a partir de la fuente de corriente, en la parte recuadrada)

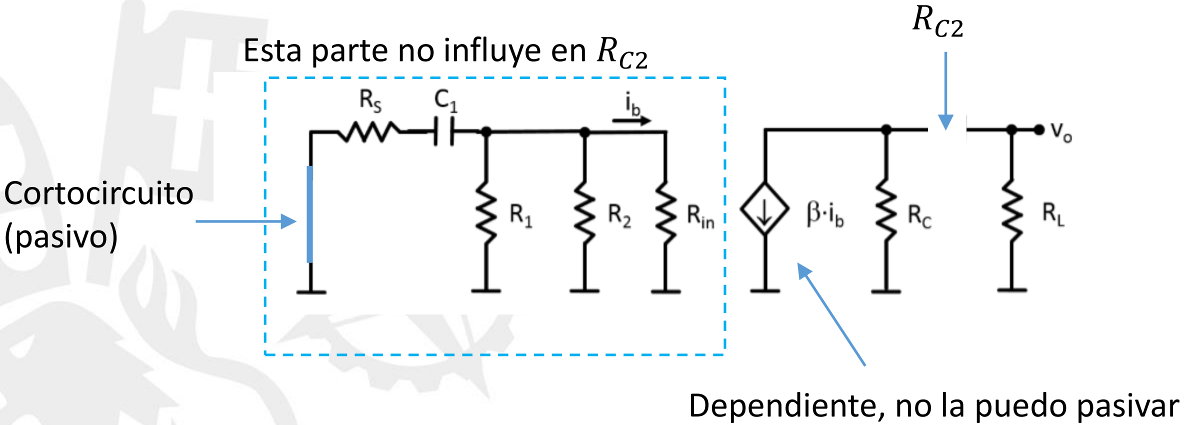
NOTA IMPORTANTE: ¿CUAL ES LA UTILIDAD DE CALCULAR $\boldsymbol{R_{C1}}$?

- Cuando calculemos R_{C1}, que la llamaremos resistencia equivalente, y multiplicándola por el valor de C_1, obtendremos lo que se **llama frecuencia de corte del circuito**
- $\omega_0 = 1/R_{eq}C_1 = 1/(\boldsymbol{R_S + R_1 \parallel R_2 \parallel R_{in}})\,\boldsymbol{C_1}$

Thevenin aplicado a casos reales. El transistor bipolar y sus impedancias más interesantes

IMPEDANCIA VISTA EN BORNES DE C_2

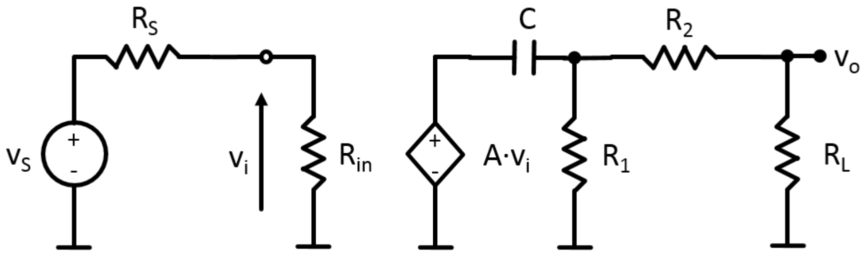
$$\boldsymbol{R_{C2} = R_C + R_L}$$



Como i_b es 0, la corriente en la fuente dependiente es 0, y la primera sección del circuito no influye en la segunda

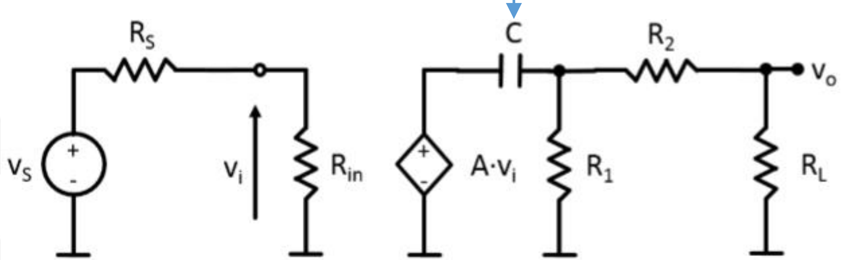
- $\omega_0 = 1/R_{eq}C_2 = 1/(\boldsymbol{R_C} + \boldsymbol{R_L})\ \boldsymbol{C_2}$

Ejemplos



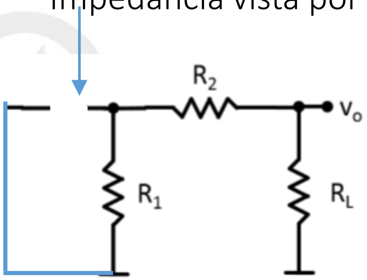
$$R_C = R_1 \parallel (R_2 + R_L)$$ Resistencia vista por C.

Otro ejemplo de Thevenin



Se cortocircuita la fuente de señal V_s, de modo que V_i es 0por tanto la tensión de la fuente dependiente de tensión es cero, y el circuito queda así:

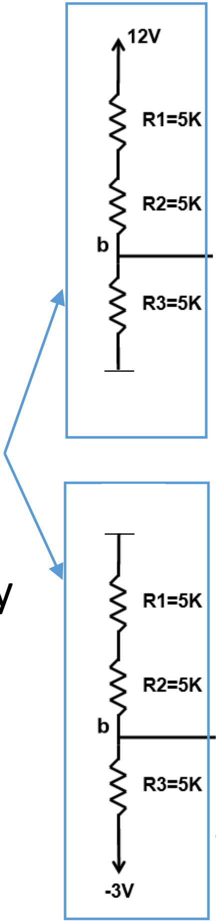
Impedancia vista por C $= R_1 \parallel (R_2 + R_L)$



Para que lo entendáis mejor; sería
$\mathbf{0\ \mathit{Ohm}}\ en\ serie\ con\ R_1 \parallel (R_2 + R_L)$

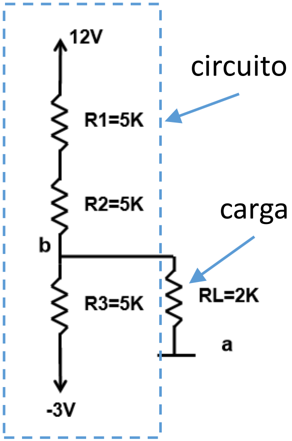
Problema 1. Repaso del teorema de superposición

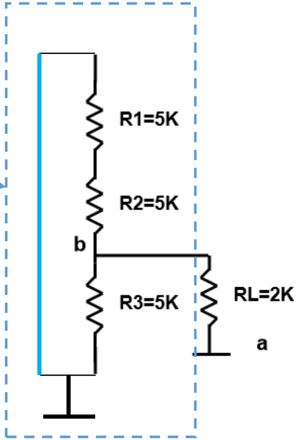
- **Teorema de superposición**, como calcular la tensión cuando hay varios generadores:
  - Ponemos todas las tensiones a 0 v, salvo una, y calculamos la tensión en el punto deseado
  - Repetimos estos para todas las fuentes de tensión
  - La tensión en el punto deseado es la suma de las tensiones calculadas en los puntos anteriores
- Primer paso, pongo a 0 v la fuente de -3 V y calculo la tensión en b → 12 . (5/15) = 4 V
- Segundo paso, pongo a 0 v la fuente de 12 V y calculo la tensión en b → – 3 . (10/15) = -2 V
- La tensión en el punto b es → 4 – 2 = 2 V



Problema 1. Otro ejemplo sencillo de Thevenin (solo tiene truco R_L)

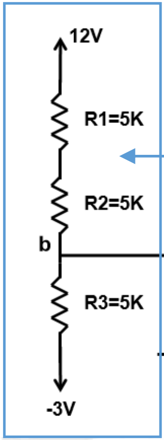
- Comentario: aunque no está dicho de forma explicita en este ejemplo, R_L no forma parte del circuito del cual queremos sacar su equivalente de Thevenin, el circuito es lo que está dentro de la caja azul, el subíndice L de R_L denota que es la carga ("Load") del circuito
- V_{th} = 12 . (5/15) – 3 . (10/15) = 2 v (**teorema de superposición**)
- R_{th} = 10K ‖ 5K = 3K3 (al pasivar, las fuentes de tensión de 12 v y -3 v quedan a 0, 10K y 5K quedan en paralelo)
- I_{RL} = 2 v / (3K3 + 2K) = 0.375 mA (**OJO**: NO es 2 v / 2K…)



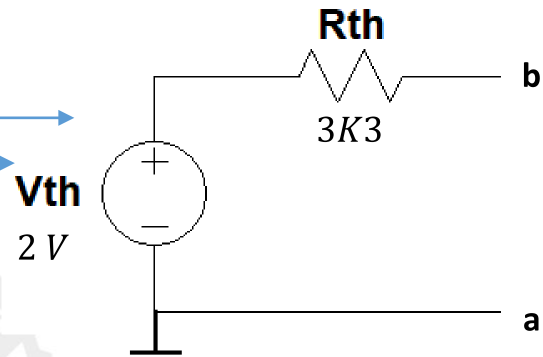


Problema 1. Ejemplo de Thevenin

- I_{RL} = 2 v / (3K3 + 2K) = 0.375 mA (**OJO**: NO es 2 v / 2K…)



esto equivale a



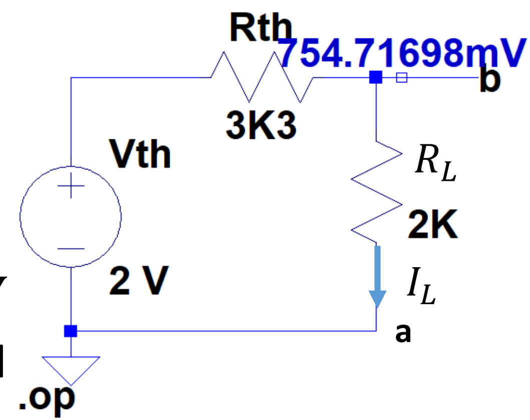
- Luego la corriente por R_L es

I_{RL} = 2 v / (3K3 + 2K) = 0.375 mA

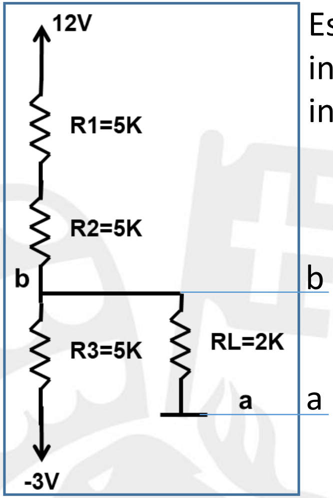
y la tensión en el punto b es

$$V_b = V_{Th}\frac{R_L}{R_L+R_{Th}} = 2\frac{2K}{2K+3K3} \approx 0{,}75\ V$$

(**OJO**, como podéis ver la tensión en el punto b no es 2 V)



Problema 1. Otra forma de hacerlo (no recomendable)



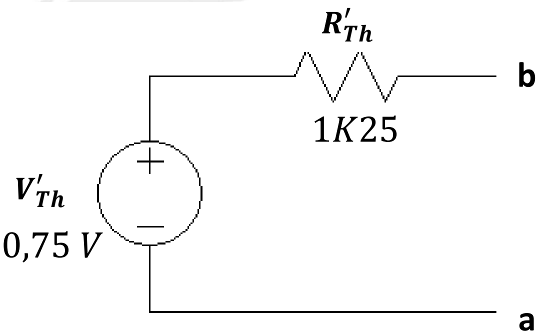
Este es el enunciado, como es algo ambiguo da lugar a pensar que se incluya R_L en el equivalente de Thevenin, así que vamos a calcularlo incluyéndola

Calcular la corriente por R_L utilizando el Th eq. en b (es decir entre b y la referencia, en este caso a)

(este es el resultado anterior)

(resp: $Vth = 2V$ $\quad Rth = 3{,}33k\Omega$ $\quad I_{RL} = 0{,}375mA$)

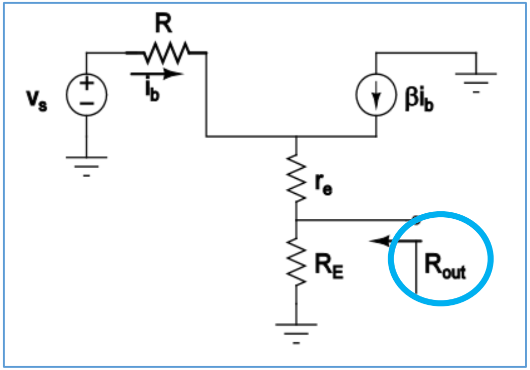
- $V'_{Th} = 12\left(\frac{5K\|2K}{(5K\|2K)+(5K+5K)}\right) - 3\left(\frac{(5K+5K)\|2K}{((5K+5K)\|2K)+5K}\right) \approx 0{,}75V$
- $R'_{Th} = (5K + 5K) \parallel 5K \parallel 2K = 1K25$ (pasivando las fuentes de 12 v y -3 v, 5K+5K, 5K y 2K quedan en paralelo)



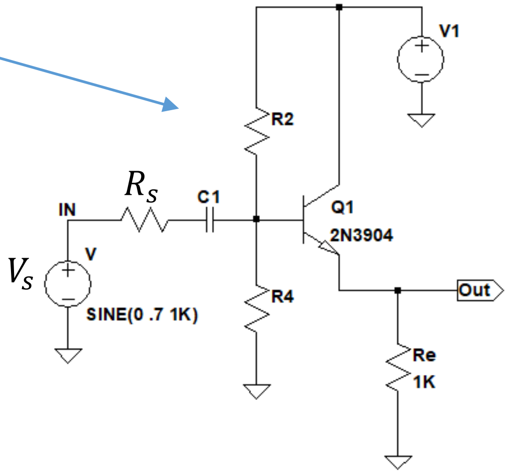
La diferencia es que ahora la R_L queda incluida en el equivalente de Thevenin, de modo que la salida entre a y b queda en "abierto", y la tension $V_b = V'_{Th} = 0{,}75\ V$, igual que antes

Problema 2. De nuevo Thevenin aplicado a un transistor (buffer de tensión)

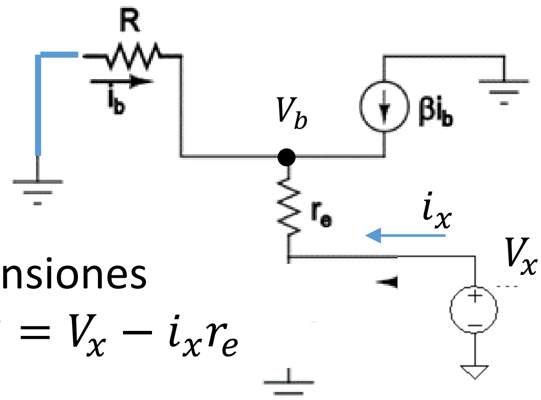
- Este esquema es el "modelo de pequeña señal" de un "buffer" de tensión (seguidor de emisor) mediante transistor bipolar, con un esquema así:



- El buffer no da ganancia de tensión, pero permite que una fuente de señal con R_s alta (como un sensor barato) se conecte a una carga, sin que esta última "cargue" al sensor



Problema 2. De nuevo Thevenin aplicado a un transistor (buffer de tensión)



- El cálculo de R_{out} tiene truco para hacerlo más fácil: se calcula primero la resistencia de salida (R_{th}) sin R_E, y luego se pone R_E en paralelo

1º suma de corrientes:

$$i_b + \beta i_b + i_x = 0$$

$$(\beta + 1)i_b + i_x = 0$$

2º suma de tensiones

$$V_b = 0 - i_b\, R = V_x - i_x r_e$$

Ahora lo dejamos todo en función de i_x. Del paso 1º tenemos $i_b = -\frac{i_x}{\beta+1}$ luego:

$$\frac{i_x}{\beta+1} R + i_x r_e = V_x \quad \text{luego } R_{Th} = \frac{V_x}{i_x} = \frac{R}{\beta+1} + r_e$$

y la resistencia de salida es $R_{out} = (\frac{R}{\beta+1} + r_e) \parallel R_E$

- Como se puede ver, el buffer permite dividir el valor observado de la resistencia serie R de la fuente de señal, de modo que desde R_E "se ve" un valor de R / (β+1)

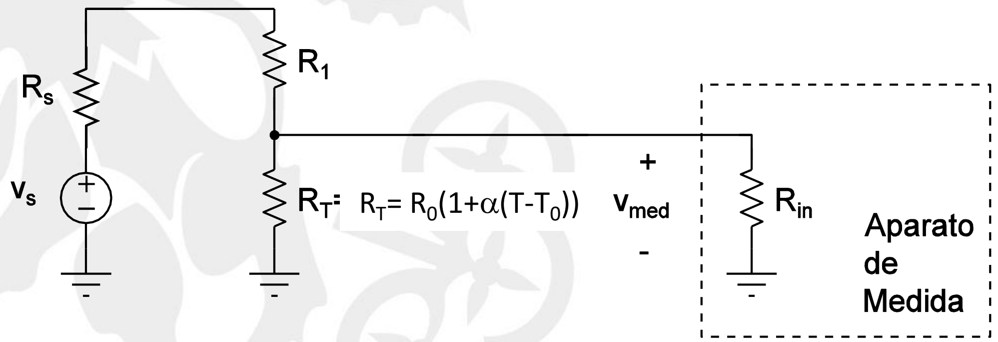
Problema 3

El circuito de la figura representa el circuito de acondicionamiento de un sensor resistivo de temperatura (R_T), que permite medir el valor de la resistencia R_T utilizando un divisor resistivo.

Para ello se parte de una fuente independiente de tensión, con tensión en vacío V_s y resistencia interna R_s, y de un aparato de medida de la tensión V_{med} que presenta una resistencia de entrada R_{in}.

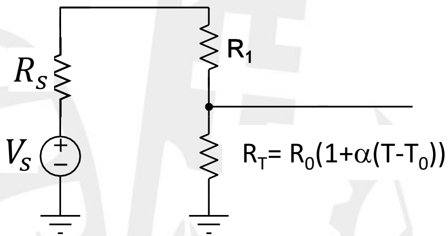
Se pide:

1) Determinar el dipolo de Thévenin del circuito que se conecta al aparato de medida.
2) ¿Es V_{th} lineal con T? Si no, ¿Cómo escoger R_1 para que V_{th} sea **lineal** con T?
3) Si el sistema de medida es lineal se puede escribir $\Delta V_{th} = S \cdot \Delta T$, siendo S la **sensibilidad**. ¿Cuál sería la sensibilidad en el caso anterior?
4) Hallar la expresión de la tensión medida V_{med}. ¿Como debe ser R_{in} para que el sistema completo siga siendo lineal?



Problema 3

1) Determinar el dipolo de Thévenin del circuito que se conecta al aparato de medida.
2) ¿Es V_{th} lineal con T? Si no, ¿Cómo escoger R_1 para que V_{th} sea **lineal** con T?
3) Si el sistema de medida es lineal se puede escribir $\Delta V_{th} = S \cdot \Delta T$, siendo S la **sensibilidad**. ¿Cuál sería la sensibilidad en el caso anterior?
4) Hallar la expresión de la tensión medida V_{med}. ¿Como debe ser R_{in} para que el sistema completo siga siendo lineal?

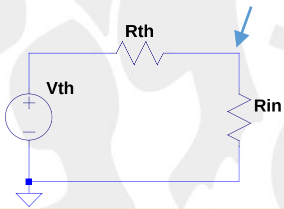


$$\left\{ \begin{array}{l} V_{th} = V_s \dfrac{R_T}{R_s+R_1+R_T} \quad (V_{Th} \text{ no es lineal con T}) \\ R_{Th} = (R_s + R_1) \parallel R_T \end{array} \right.$$

V_T es lineal con T si $(R_s + R_1) \gg R_T \rightarrow V_{Th} \simeq V_s \dfrac{R_T}{R_s+R_1} = V_s \dfrac{R_0(1+\alpha(T-T_0))}{R_s+R_1}$

la sensibilidad será $\rightarrow S = \dfrac{V_s R_0 \alpha}{R_s+R_1} \; [V/{}^{\text{o}}K]$ (lo que multiplica a T)

y la tensión medida $\rightarrow V_{med} = V_{Th} \dfrac{R_{in}}{R_{in}+R_{Th}}$ si $R_{in} \gg R_{TH} \rightarrow V_{med} \simeq V_{Th}$ lineal con T



Problema 3. Comentario sobre los conceptos de Linealidad y Sensibilidad

LINEALIDAD: La relación entre la señal de salida S_{out} y la de entrada S_{in} debe ser una recta: $\boldsymbol{S_{out} = S.S_{in} + k}$

SENSIBILIDAD: La sensibilidad es la pendiente $\boldsymbol{S}$ de la recta. La Sensibilidad indica cuanto varía la señal de salida cuando varía la de entrada.

$V_{th} = V_s \frac{R_T}{R_S+R_1+R_T} = V_s \frac{R_0(1+\alpha(T-T_0))}{R_S+R_1+R_0(1+\alpha(T-T_0))}$ no es una recta, V_{Th} no es lineal con T

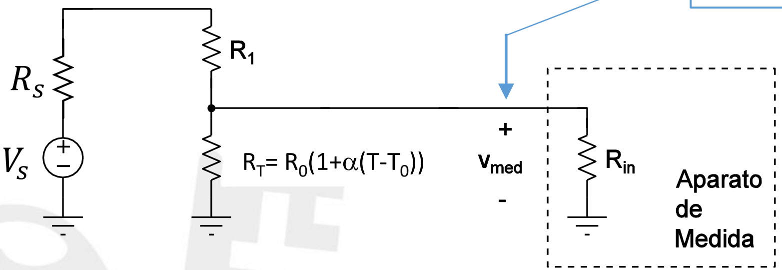
V_T es lineal con T si $(R_s + R_1) \gg R_T$ → $V_{Th} \simeq V_s \frac{R_T}{R_S+R_1} = V_s \frac{R_0(1+\alpha(T-T_0))}{R_S+R_1}$

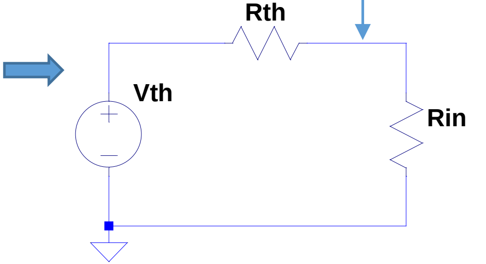
La **SENSIBILIDAD** tiene **dimensiones** → $S\ [\frac{dimensiones\ \ de\ la\ señal\ de\ salida}{dimensiones\ de\ la\ señal\ de\ entrada}]$

En nuestro ejemplo, $S = \frac{V_S R_0 \alpha}{R_S+R_1}\ \ [{}^{\boldsymbol{V}}/{}_{º\boldsymbol{K}}]$

Problema 3. CONCEPTO DE "CARGAR" AL GENERADOR DE SEÑAL

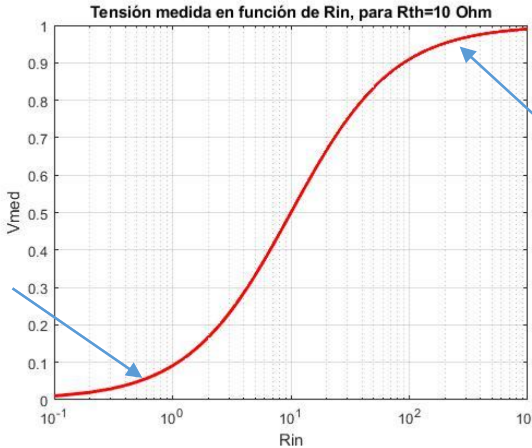
$$V_{med} = V_{Th} \frac{R_{in}}{R_{in}+R_{Th}}$$





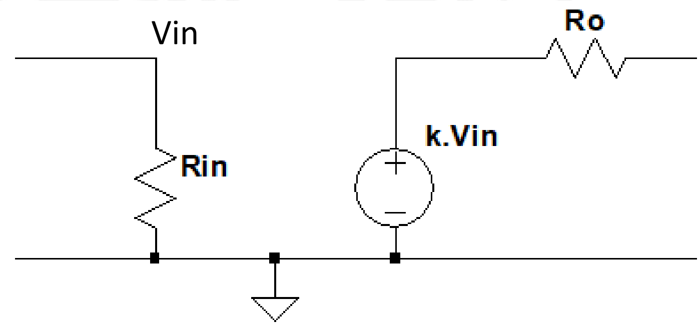
La tensión medida varía con la resistencia de entrada del aparato de medida. Se dice que esta resistencia de entrada "carga" al generador de señal.

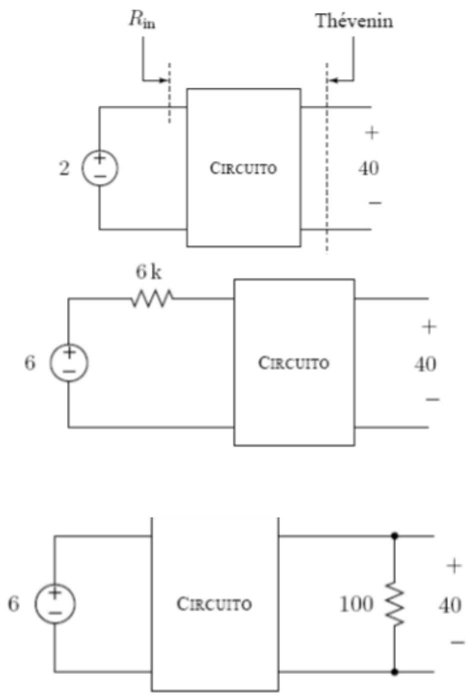
- Si R_{in} es de un valor alto, se dice que carga poco al generador de señal, $V_{med} \simeq V_{Th}$
- Si R_{in} es de un valor bajo, carga mucho al generador de señal, y $V_{med} < V_{Th}$



Problema 4. Obtención del modelo equivalente de un cuadripolo mediante ensayos

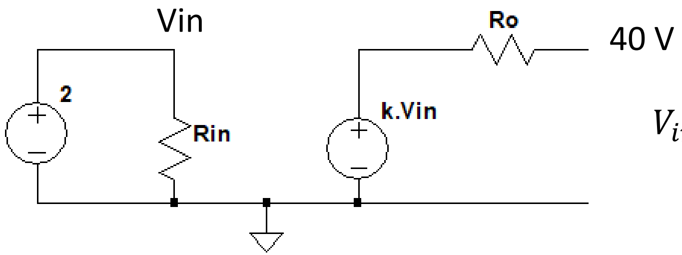
- Un cuadripolo es una red con un puerto de entrada y otro de salida, y podemos obtener su modelo equivalente (Thevenin) para cada puerto mediante ensayos (experimentos)
- El truco es considerar que el modelo equivalente del circuito tendrá esta pinta:



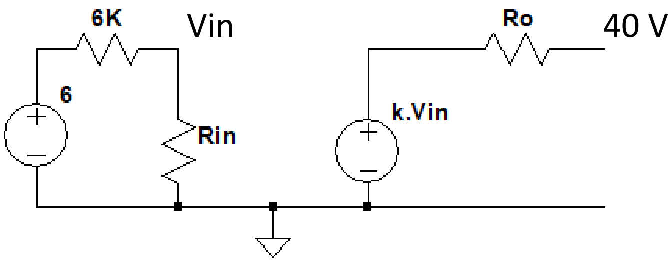


NOTA: Este problema se entenderá mejor después del Tema 2 (amplificadores)

Problema 4. Obtención del modelo equivalente de un cuadripolo mediante ensayos

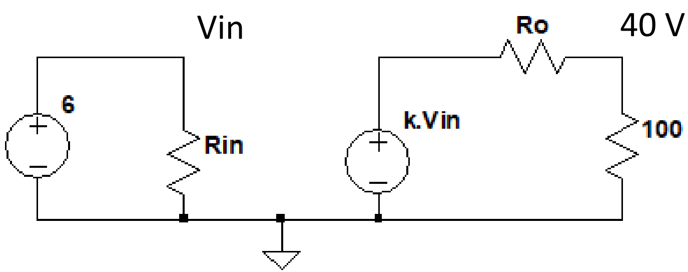


$$V_{in} = 2\,V \quad k\,V_{in} = 40\,V\ luego\ k = 20$$



$$V_{in} = 6\,\frac{R_{in}}{R_{in}+6K} \quad y \quad kV_{in} = 40$$

$$luego\ 20\,.\,6\,.\,\frac{R_{in}}{R_{in}+6K} = 40\ y\ R_{in} = 3K$$



$$V_{in} = 6\,V \ \ y \ \ V_o = kV_{in}\,\frac{100}{100+R_o} = 40$$

luego $R_o = 200\ Ohm$

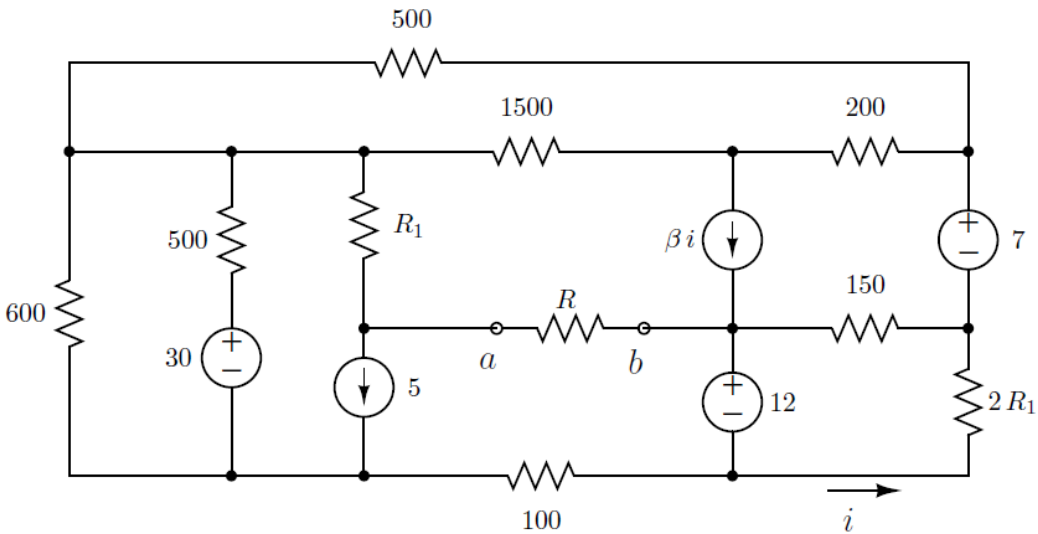
Problema 5

El circuito de la figura es lineal. Las unidades de los diversos componentes están en unidades SI (voltios, ohmios, amperios). La resistencia R_1 es grande y el parámetro $\beta > 0$.

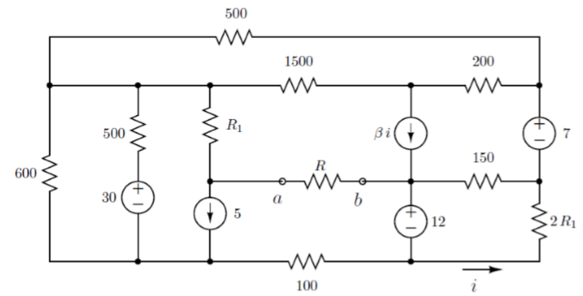
Se realizan las medidas siguientes:

1. Si $R = 100\,\Omega$, la tensión $v_a - v_b = 6\,V$
2. Si $R = 200\,\Omega$, la tensión $v_a - v_b = 8\,V$

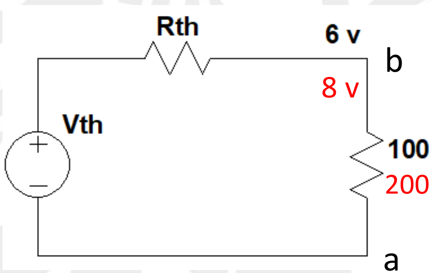
Determine el **circuito equivalente de Thévenin** entre los puntos a y b (sin incluir la resistencia R)



Problema 5. Fácil a pesar de las apariencias



- El que lo intente **aplicando** Kirchoff, a lo bestia, lo lleva crudo en un examen….
- En este caso, sustituimos el circuito entero (sin R) por un equivalente de Thevenin genérico y aplicamos los datos que nos dan (si R=100 V_{ab} = 6, y si R=200 V_{ab} = 8)



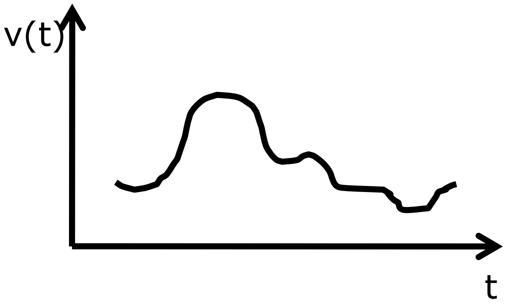
$$6\,V = V_{th}\,\frac{100}{100 + R_{th}}$$

$$8\,V = V_{th}\,\frac{200}{200+R_{th}}$$

- Y haciendo cuatro cuentas, obtenemos que $R_{th} = 100\,\Omega$ y $V_{th} = 12\,v$

Teorema de Fourier. Espectro en frecuencia

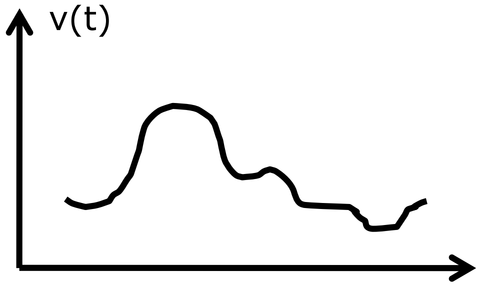
- Hemos visto que una señal es el valor de una variable que evoluciona en el tiempo.

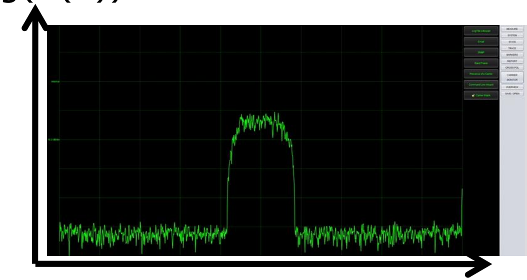


- Aunque utilizaremos fundamentalmente señales eléctricas, hay otros muchos tipos.

- 2 formas alternativas y equivalentes para caracterizar una señal:
  - en el dominio del tiempo (figura anterior)
  - en el dominio de la frecuencia.

Teorema de Fourier. Espectro en frecuencia





Dominio del tiempo

Dominio de la frecuencia

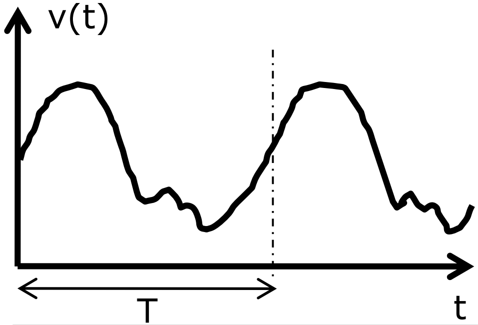
Señales periódica: serie de Fourier
Señales no periódicas: transformada de Fourier

En el dominio de la frecuencia las señales se representan como una suma o integral de senoidales de distinta frecuencia, amplitud y fase.

https://www.sedsystems.ca/products/decimator-spectrum-analyzer/

Teorema de Fourier

- Una señal periódica real se puede representar como una suma infinita de señales senoidales cuyas frecuencias son múltiplos de la frecuencia de la señal original (que se conoce como frecuencia fundamental)



señal periódica: $v(t+T)=v(t)$

$T\equiv$ periodo, s

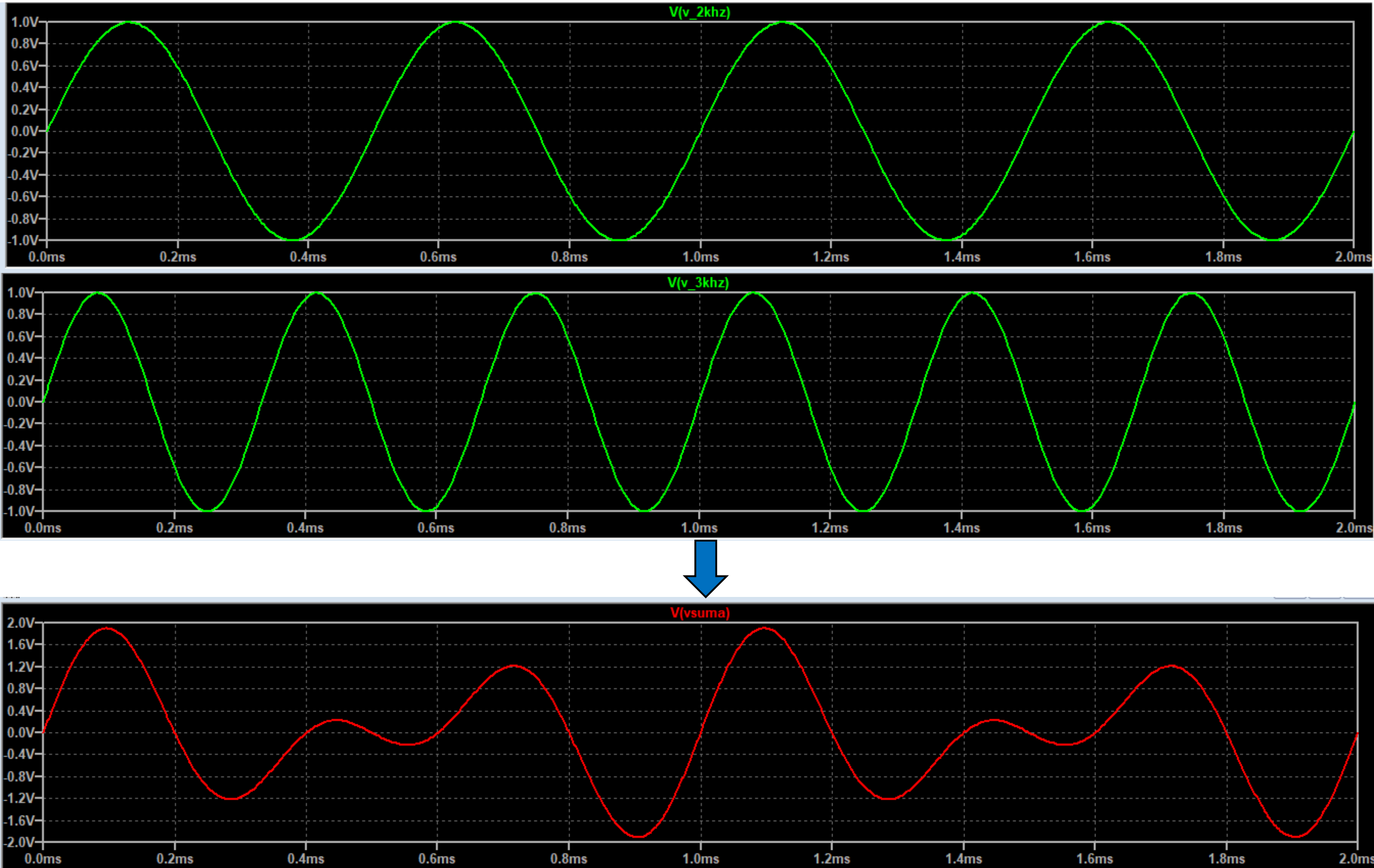
$f=\dfrac{1}{T}$ frecuencia (fundamental), Hz

$\omega_o=\dfrac{2\pi}{T}$ pulsación, rad.s^{-1}

$$v(t)=A_o+\sum_{n=1}^{\infty}A_n sen\left(n\omega_o t+\Phi_n\right) \text{ con } \begin{cases} A_o=\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T v(t)dt \equiv \text{valor medio} \\ A_n \equiv \text{componentes del espectro} \\ A_n sen\left(n\omega_o t+\Phi_n\right)\equiv \text{armónico de orden } n \end{cases}$$

De Jules Boilly - "Portraits et Histoire des Hommes Utiles, Collection de Cinquante Portraits," Societe Montyon et Franklin, 1839-1840. (http://web.mit.edu/2.51/www/fourier.jpg)., Dominio público, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=33502

Ejemplo de señal periódica como suma de otras



Espectro de una señal. Serie de Fourier de señales periódicas continuas reales

- Las ecuaciones de análisis y síntesis también pueden tener estas formas:

ecuación de síntesis →

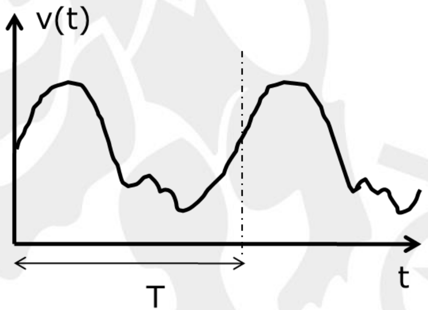
$$v(t) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} a_n sen(n\omega_o t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(n\omega_o t)$$

ecuación de análisis →

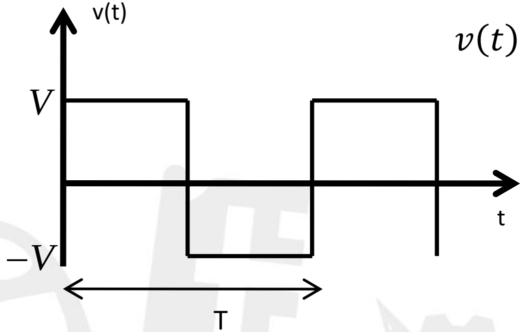
$$\text{con} \begin{cases} A_o = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T v(t)dt \equiv \text{valor medio} \equiv < v(t) > \\ a_n = \dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T v(t) sen(n\omega_o t)dt \\ b_n = \dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T v(t)\cos(n\omega_o t)dt \end{cases}$$

$$v(t) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_o t - \psi_n)$$

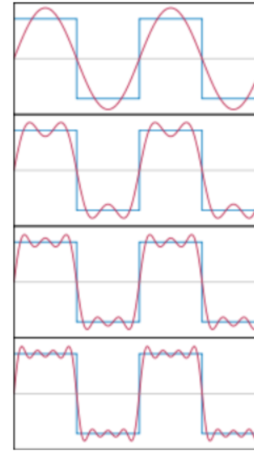
$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{y} \quad \psi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$$



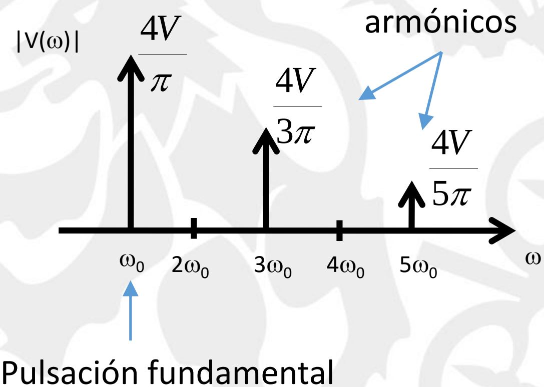
Ejemplo. Onda cuadrada



$$v(t) = \sum_{n=1 (n\ impar)}^{\infty} \frac{2V_{pp}}{n\pi} sen(n\omega_0 t)$$

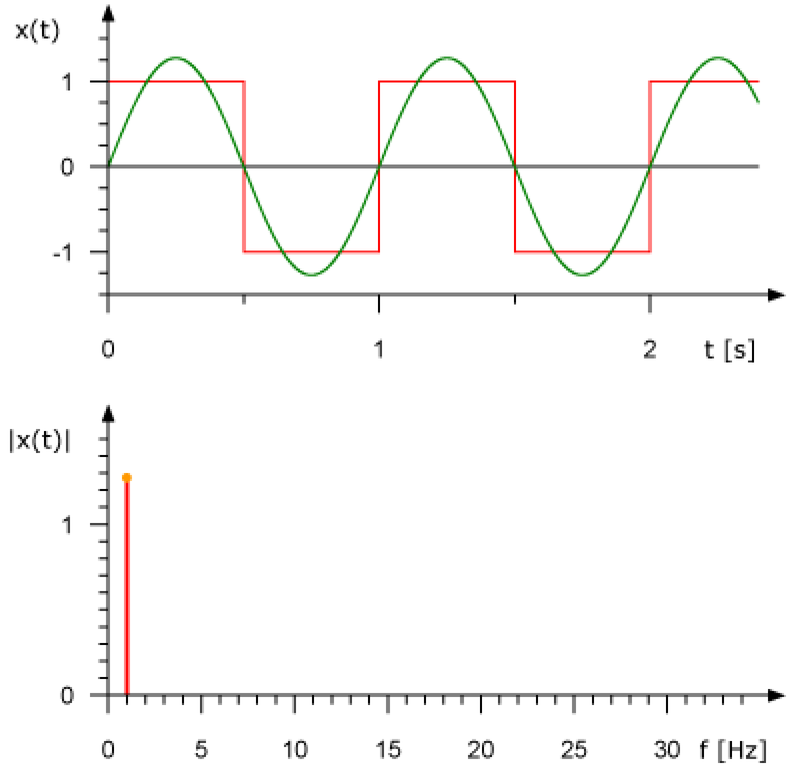


$$v(t) = \frac{4V}{\pi} sen(\omega_0 t) + \frac{4V}{3\pi} sen(3\omega_0 t) + \frac{4V}{5\pi} sen(5\omega_0 t) + \ldots + \frac{4V}{n\pi} sen(n\omega_0 t)$$



- La amplitud de los armónicos suele decrecer con ω
- Cuantos más armónicos tomemos, mejor representaremos la señal
- El espectro refleja la rapidez de las variaciones de la señal
- Si hay un término en 0 Hz quiere decir que la señal tiene un valor medio diferente de 0

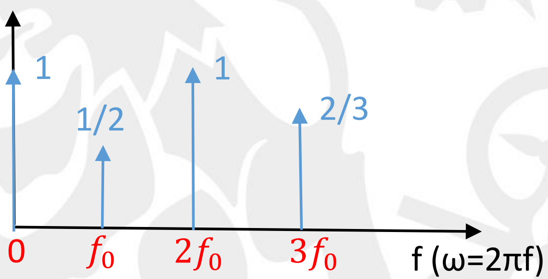
Ejemplo. Onda cuadrada

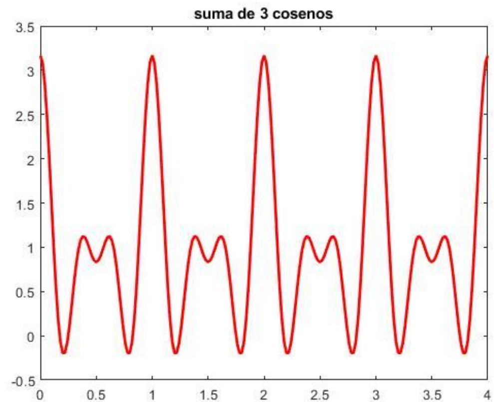


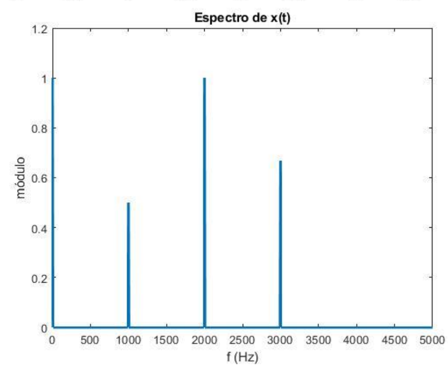
upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/af/Fourier_synthesis_square_wave_animated.gif

Ejemplo de serie de Fourier de señales periódicas continuas reales

- Por ejemplo, veamos una señal periódica suma de varias componentes, con esta pinta: $x(t) = 1 + \frac{1}{2}\cos 2\pi f_0 t + \cos 2\pi(2f_0)t + \frac{2}{3}\cos 2\pi(3f_0)t$
  - Sus coeficientes de Fourier son:
    - $a_i = 0$
    - $A_0 = \mathbf{1}$ (valor medio)
    - $b_1 = \boldsymbol{c_1} = {}^{1}/_{2}$
    - $b_2 = \boldsymbol{c_2} = \mathbf{1}$
    - $b_3 = \boldsymbol{c_3} = {}^{2}/_{3}$
  - Y su espectro es así:



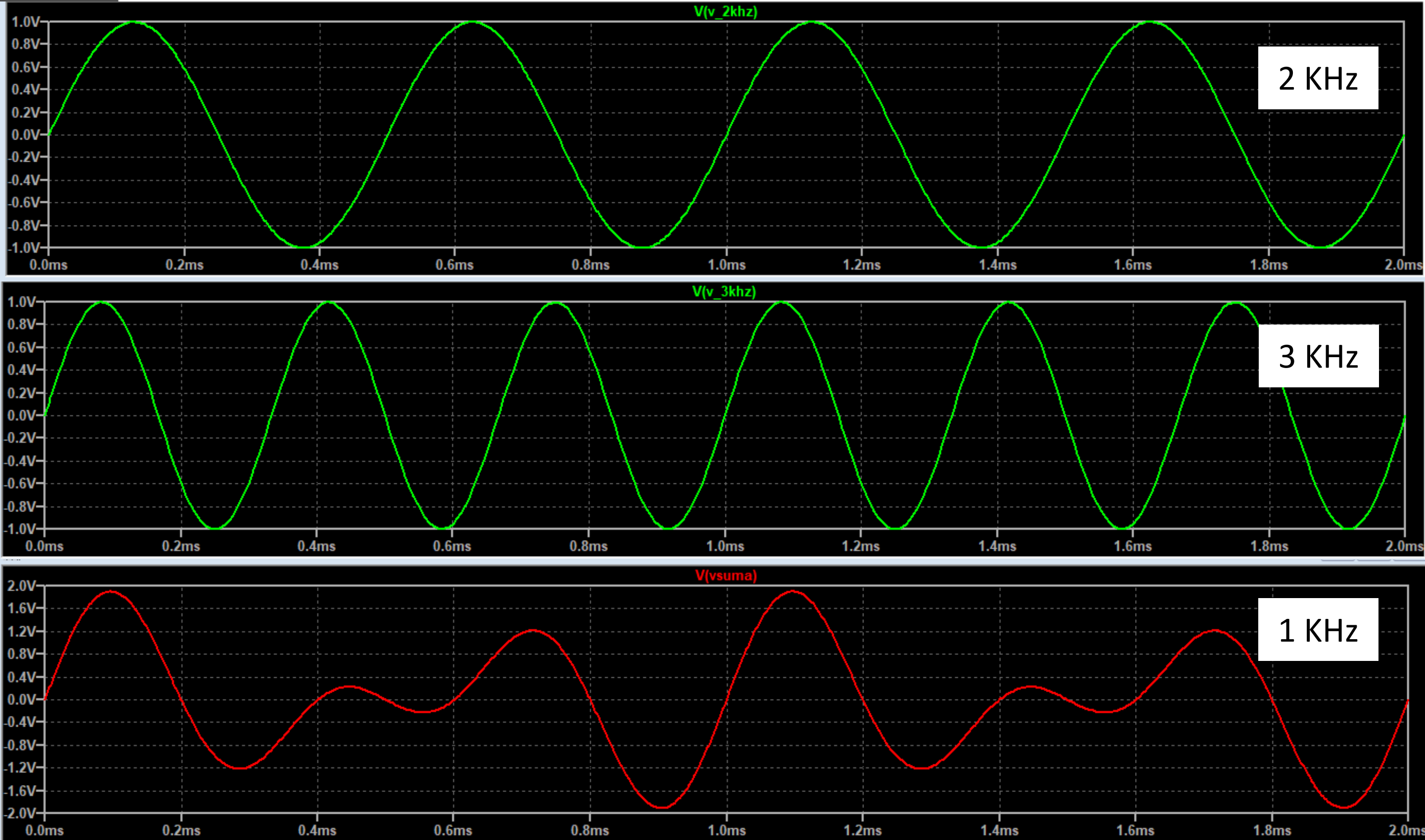




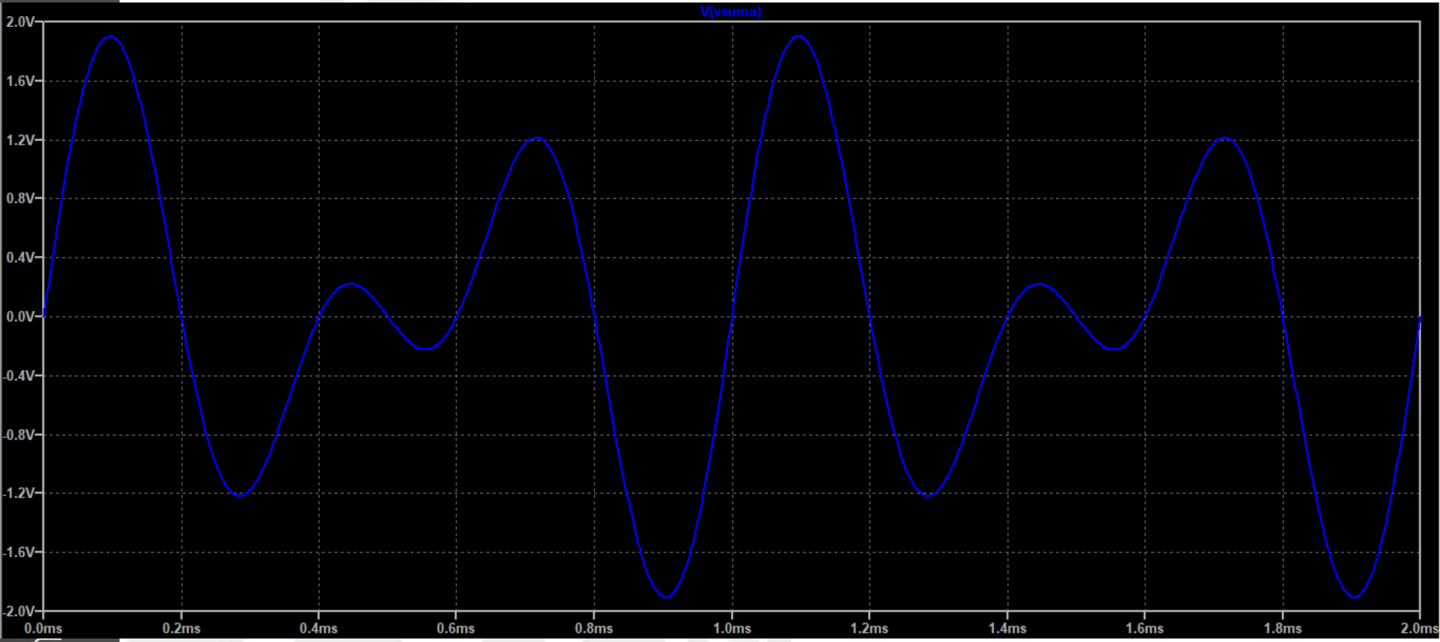
Una aclaración importante. Espectro de una señal periódica

- **La suma de 2 señales periódicas es necesariamente otra señal periódica**
- El **periodo fundamental de la señal suma será el mínimo común múltiplo de los periodos** de cada una de estas señales que sumamos (y **su frecuencia fundamental será el máximo común divisor** de estas)
- Veamos un ejemplo sencillo:
  - Sumamos una señal V_1(t) con f = 2 KHz (T = 0,5 ms) y otra señal $V_2(t)$ con f = 3 KHz (T = 0,33 ms)
  - El periodo de la señal suma será T = 1 ms (mínimo común múltiplo de 0,5 ms y 0,33)
  - Y la frecuencia de la señal suma será 1 KHz (1/1ms).
  - Se puede comprobar que 1 KHz es también el máximo común divisor de las frecuencias de las señales que sumamos (1 KHz es el máximo común divisor de 2 KHz y 3 KHz)

Una aclaración importante.
Espectro de una señal periódica



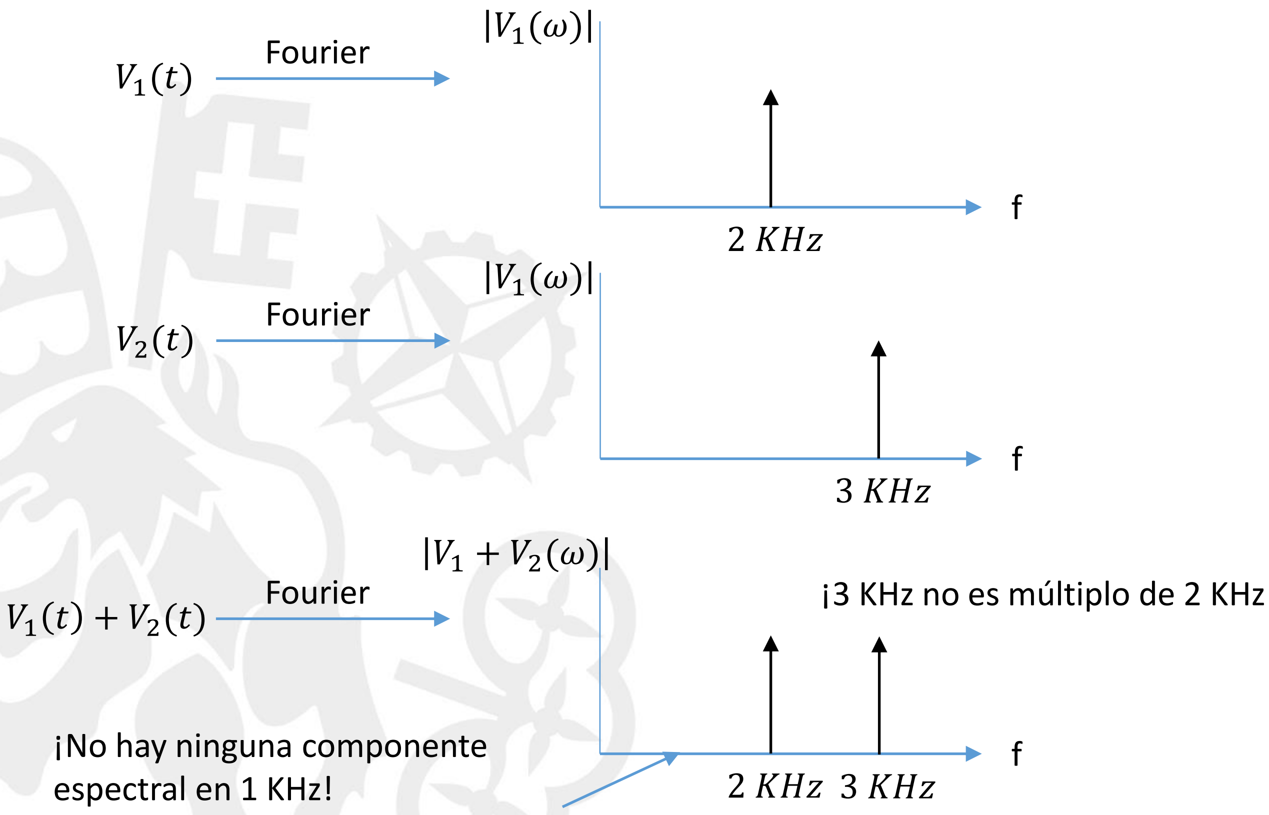
Una aclaración importante. Espectro de una señal periódica



com

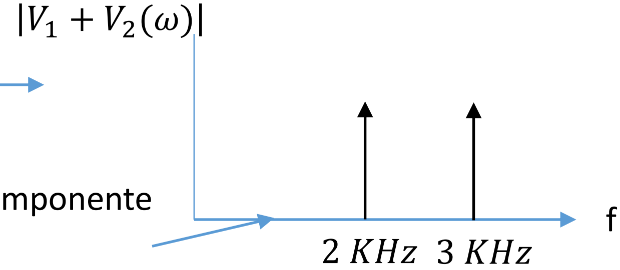
Aclaración importante. Espectro de una señal periódica

- Una vez convencidos de que la suma de 2 señales periódicas es necesariamente otra señal periódica, veamos su espectro



Espectro de una señal periódica. Conclusiones

$V_1(t) + V_2(t) \xrightarrow{\text{Fourier}}$



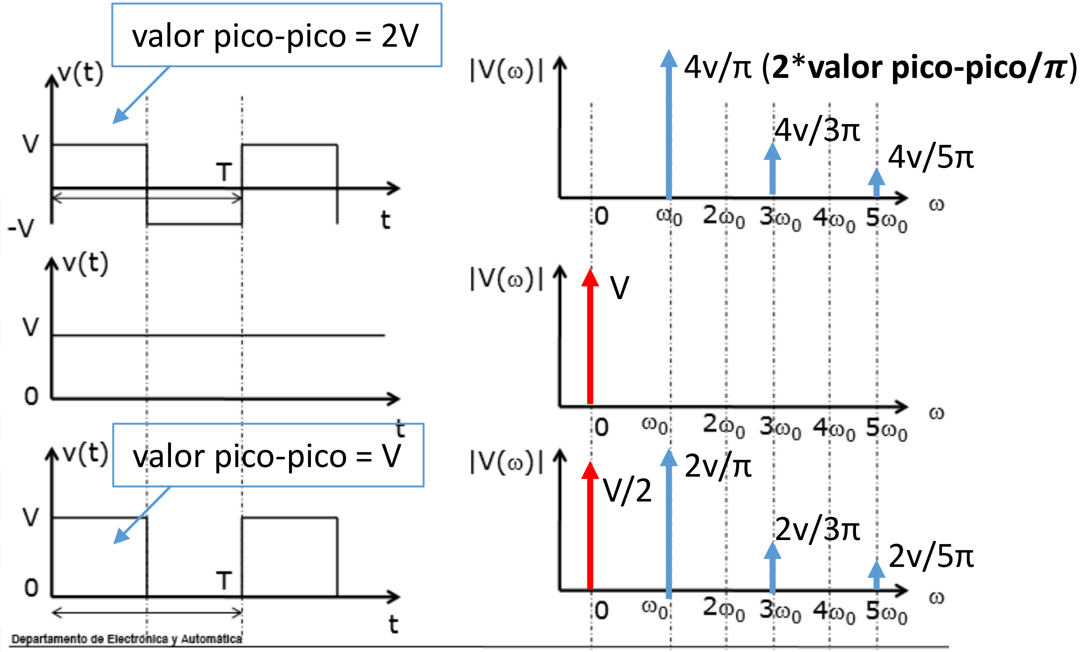
¡Pero no hay ninguna componente espectral en 1 KHz!

- **Una señal es periódica si su espectro consiste en un conjunto discreto de componentes espectrales**
- La **frecuencia fundamental es el máximo común diviso**r (m.c.d.)de las frecuencias de las componentes espectrales presentes
- Este máximo común divisor puede estar presente en el espectro (p.e. el espectro de una señal cuadrada)
- Pero este máximo común divisor puede que no esté en el espectro que veis, y sin embargo la señal SÍ es periódica
- La explicación matemática está aquí. $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega_0}$ siendo ω_0 el m.c.d. explicado. Si integro entre 0 y T para n=1, las $a_1\ y\ b_1\ son\ 0$

$$\text{con} \begin{cases} A_o = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T v(t)dt \equiv \text{valor medio} \equiv < v(t) > \\ a_n = \dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T v(t) sen(n\omega_o t)dt \\ b_n = \dfrac{2}{T}\displaystyle\int_0^T v(t) cos(n\omega_o t)dt \end{cases}$$

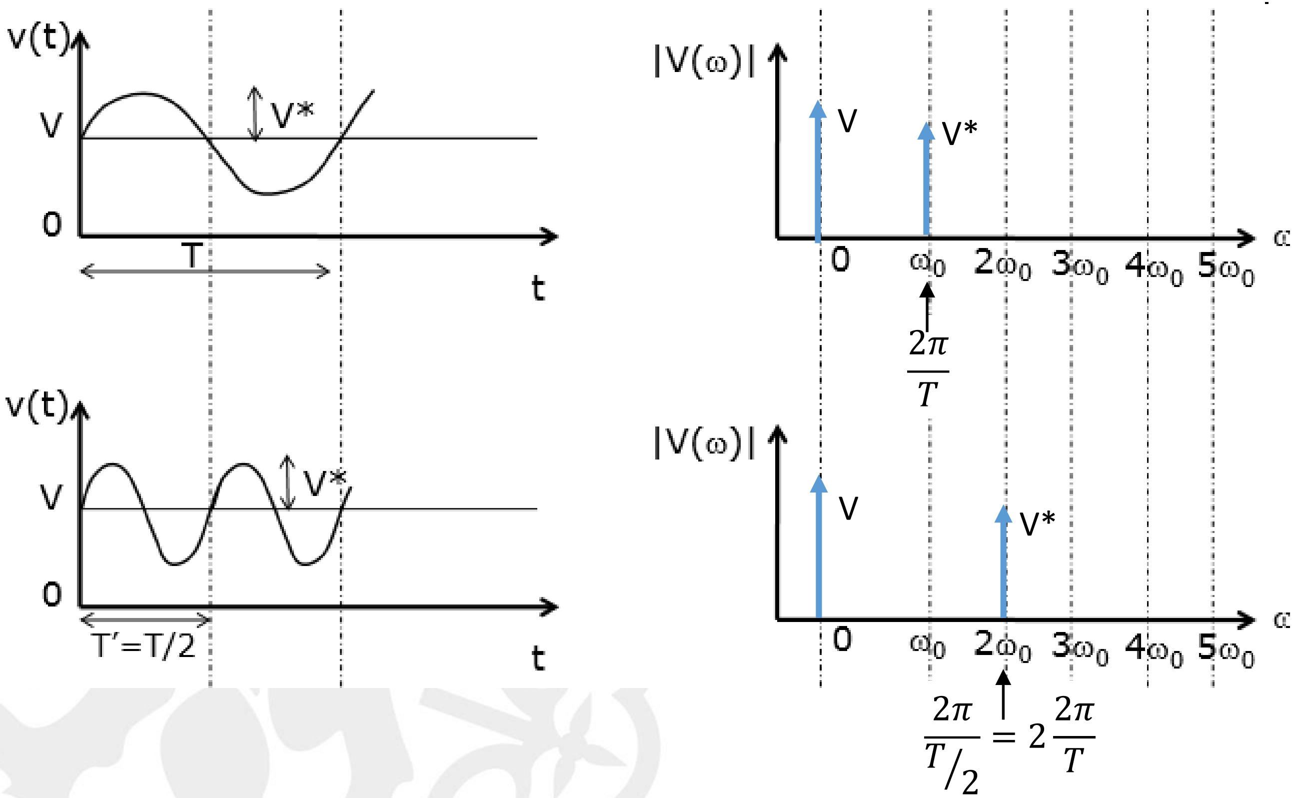
Ejemplo de espectros y como se suman (problema 6)

LA SERIE DE FOURIER ES UNA OPERACIÓN LINEAL



La 3ª señal es la mitad de la suma de las dos previas, de modo que su espectro es la mitad de la suma de los espectros

Otro ejemplo de espectros (problema 6)



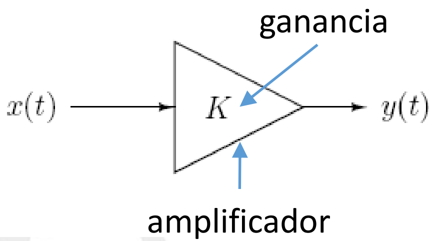
Problema 7

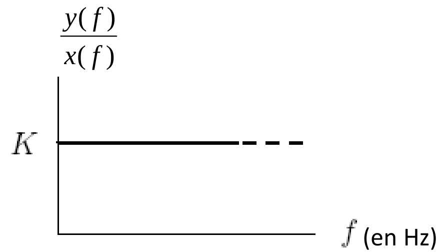
Un **amplificador** es un sistema cuya respuesta en frecuencia es constante para todas las frecuencias. La figura muestra la respuesta en frecuencia de un **amplificador ideal** y el símbolo usado para representarlo. El parámetro K se denomina **ganancia** del amplificador.

1. Determine el espectro de la señal $y(t)$ si el espectro de la señal $x(t)$ es el indicado, y K=10.

2. Dibuje $y(t)$ en función del tiempo.

Esto es un amplificador ideal con ganancia K





$$x(t) = 2 + \sum_{k=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{16}{\pi k} \cos(k2\pi t - \pi/2) \quad \text{(en V)}$$

Potencia de una señal

- La potencia (media) de una señal periódica cualquiera V(t) es:

$$\boldsymbol{Potencia = \frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt}$$

- Se define el **valor eficaz** V_{ef} de una señal v(t), o **valor cuadrático medio** V_{rms} (Root Mean Square), como el valor de una señal continua equivalente que tendría la misma potencia que nuestra señal, de modo que

$$\boldsymbol{Potencia = (V_{rms})^2 = (V_{ef})^2 \rightarrow V_{ef} = V_{rms} = \sqrt{{}^1/_T \int_0^T v^2(t)dt}}$$

- Si V(t) es periódica, se puede representar mediante Fourier:
  - $V(t) = A_0 + A_1\, sen\,(\omega t + \varphi) + A_2\, sen\,(2\omega t + \varphi) + \ldots$

Nota: $\frac{1}{T}\int_0^T A^2 sen^2(\omega t)dt = \frac{A^2}{2} = (\frac{A}{\sqrt{2}})^2$

  - Su potencia será $P = {A_0}^2 + (A_1/\sqrt{2})^2 + (A_2/\sqrt{2})^2 + \ldots.$
  - $\boldsymbol{{A_0}^2}$ es la **potencia de la componente continua** de la señal
  - Los términos $\boldsymbol{(A_i/\sqrt{2})^2}$ representan la **potencia de cada armónico**
  - Los términos $\boldsymbol{A_i/\sqrt{2}}$ representan el **valor eficaz de cada armónico**

Potencia de una señal

- Por lo tanto, la tensión eficaz de una señal periódica es

$$V_{ef} = \sqrt{P} = \sqrt{{A_0}^2 + (A_1/\sqrt{2})^2 + (A_2/\sqrt{2})^2 + \dots}$$

- Y si la señal consiste en un único tono $A_1 sen(\omega t)$, entonces:

$$V_{ef} = {}^{A_1}/_{\sqrt{2}} \qquad P = V_{Ef}^2 = {}^{A_1^2}/_{2}$$

(ojo, A_1 es el valor de pico, no el pico a pico, no os lieis en los problemas)

Comentario importante: **todo lo anterior es para una señal periódica cualquiera**, no necesariamente eléctrica
A continuación calcularemos la **potencia eléctrica disipada en una carga**

Potencia **eléctrica**

- La potencia **instantánea** de una señal eléctrica sobre una carga se define como $\boldsymbol{P(t) = v(t).i(t)}$ y en general es función del tiempo
  - Por ejemplo, potencia instantánea disipada por una tensión $V.sen(\omega t)$ sobre una resistencia R es $P(t) = v(t).{}^{v(t)}/_{R} = {}^{v(t)^2}/_{R}$ y tendrá una pinta como esta, pasa a tener un periodo T/2

¡fijaros en el término $\frac{1}{R}$ que antes no teníamos!

- La potencia eléctrica **media** se define como

$$P_{med} = {}^{1}/_{T} \int_0^T v(t).i(t)dt$$

- Por ejemplo, la **potencia eléctrica media entregada a una resistencia** es

$$\boldsymbol{P_{med}} = {}^{1}/_{T} \int_0^T v(t).i(t)dt = {}^{1}/_{\boldsymbol{R}.T} \int_0^T v^2(t)dt = \boldsymbol{\frac{{V_{ef}}^2}{R}}$$

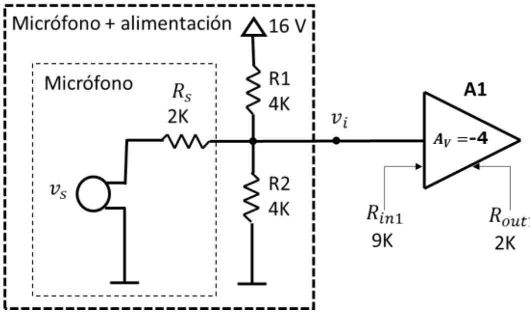
$$\boldsymbol{P_{med} = {I_{ef}}^2 .R}$$

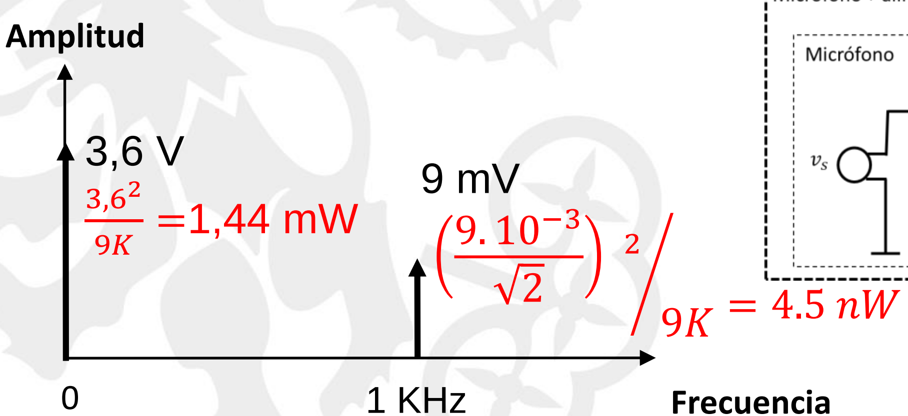
- **Si la señal eléctrica es continua**, V, entonces $\boldsymbol{P_{med} = \frac{V^2}{R} = I^2 .R}$ (pues $V_{rms} = \sqrt{{}^{1}/_{T} \int_0^T V^2 dt} = V$, y de igual forma $I_{ef} = I$)

Potencia eléctrica

- Si v(t) (ahora son voltios) es periódica, se puede representar mediante Fourier:
  - $v(t) = A_0 + A_1\, sen\,(\omega t + \varphi) + A_2\, sen\,(2\omega t + \varphi) + \ldots$
  - Su potencia **eléctrica** será $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A_0}^2/\boldsymbol{R} + (\boldsymbol{A_1}/\sqrt{\mathbf{2}})^2/\boldsymbol{R} + \left(\frac{\boldsymbol{A_2}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\right)^2/\boldsymbol{R} + \ldots.$
  - $\boldsymbol{A_0}^2/\boldsymbol{R}$ es la potencia **eléctrica** de la componente continua de la señal
  - Y los términos $(\boldsymbol{A_i}/\sqrt{\mathbf{2}})^2/\boldsymbol{R}$ representan la potencia **eléctrica** de cada armónico

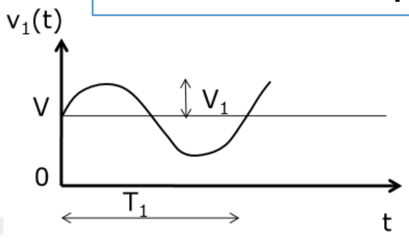
¡fijaros en los términos $\frac{1}{R}$ que antes no teníamos!

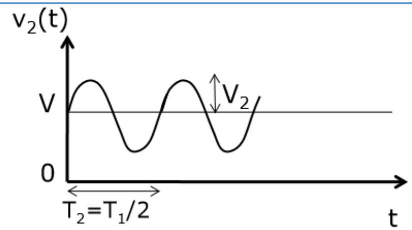




Potencia de una señal. Problema 13

No nos han dicho que sea potencia eléctrica, no hay una carga R





- Valor eficaz y medio de $\boldsymbol{v_1(t)}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v_2(t)}$

$$\textit{vamos a hacerlo de la forma fácil}, \text{sin integrales, mediante Fourier}$$

Como $v_1(t) = \mathrm{V} + V_1 \mathrm{sen}\ (\omega t) \rightarrow V_{1\,ef} = \sqrt{V^2 + {V_1}^2/2}$ de igual forma $V_{2\,ef} = \sqrt{V^2 + {V_2}^2/2}$

Como podréis ver, el periodo de la señal no importa

$$V_{med} = {}^{1}/_{T} \int_0^T v(t)dT$$

En cuanto al valor medio… es trivial $V_{1\,med} = V_{2\,med} = V$

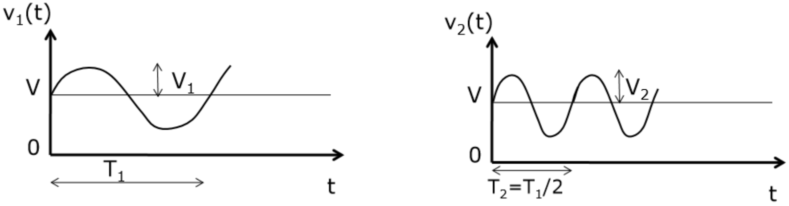
- Y ahora valor eficaz y medio de $\boldsymbol{v_1(t)} + \boldsymbol{v_2(t)}$

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) = 2\mathrm{V} + V_1 \mathrm{sen}\ (\omega t) + V_2\ sen\ (2\omega t) \rightarrow V_{ef} = \sqrt{4V^2 + \frac{{V_1}^2}{2} + \frac{{V_2}^2}{2}}$$

Como podréis ver, la señal suma tiene un valor de continua de 2V, y dos componentes espectrales, una a la frecuencia 1/T con amplitud V_1, y la otra a la frecuencia 2/T con amplitud V_2

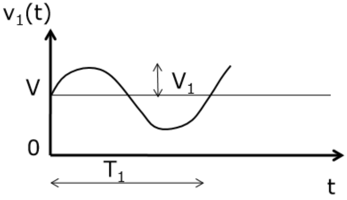
En cuanto al valor medio… es trivial de nuevo $V_{med} = 2V$

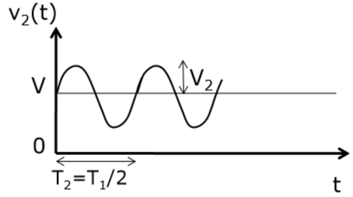
Comentarios al problema 13



- Se puede hacer casi sin operar: el truco es descomponer la señal suma en sus componentes básicos, que muchas veces se ven a simple vista
  - La señal suma consiste en una parte DC y dos tonos (senos) con una determinada amplitud
- La potencia total es entonces la suma de la potencia de la componente DC y las potencias de los senos. $P_{tot} = (2V)^2 + \frac{{V_1}^2}{2} + \frac{{V_2}^2}{2}$
- El valor eficaz es la raíz de la potencia total (no hagáis la suma de valores eficaces… es la raíz de la suma de los cuadrados de los valores eficaces). $V_{ef} = \sqrt{P_{tot}} = \sqrt{4V^2 + \frac{{V_1}^2}{2} + \frac{{V_2}^2}{2}}$
- Y el valor medio es el de la parte DC (continua), 2V

Comentarios al problema 13





- OJO, esto no es correcto $P_{tot} = P_1 + P_2$
  - **En general $\boldsymbol{P_{tot} \neq P_1 + P_2}$**
- $P_1 = V^2 + \ V_1{}^2/2$
- $P_2 = V^2 + \ V_2{}^2/2$

$$P_1 + P_2 = 2V^2 + \frac{V_1{}^2}{2} + \frac{V_2{}^2}{2}$$

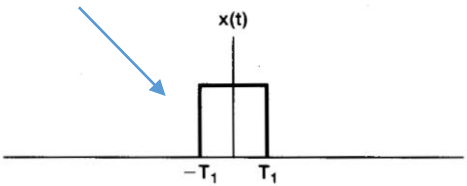
- $\boldsymbol{P_{tot}} = 4V^2 + \frac{V_1{}^2}{2} + \frac{V_2{}^2}{2}$
- **Procedimiento general:**
  - Sumamos las señales en el tiempo, obtenemos el valor medio total y la amplitud de cada uno se los senos
  - La potencia es la suma del valor medio al cuadrado, más los valores eficaces al cuadrado de los senos

Transformada de Fourier de señales aperiódicas continuas

- Si la señal a analizar no es periódica, su espectro será continuo, no tendrá una serie de coeficientes discretos como con las periódicas. Usaremos la Transformada de Fourier.
- En general, las señales NO son periódicas. Por ejemplo, veamos un pulso y su Transformada de Fourier

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

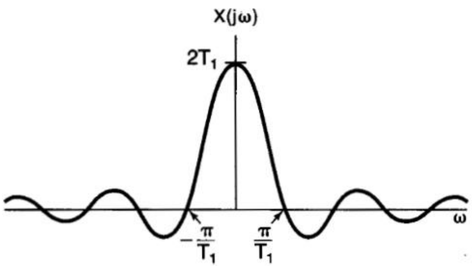
Transformada inversa de Fourier



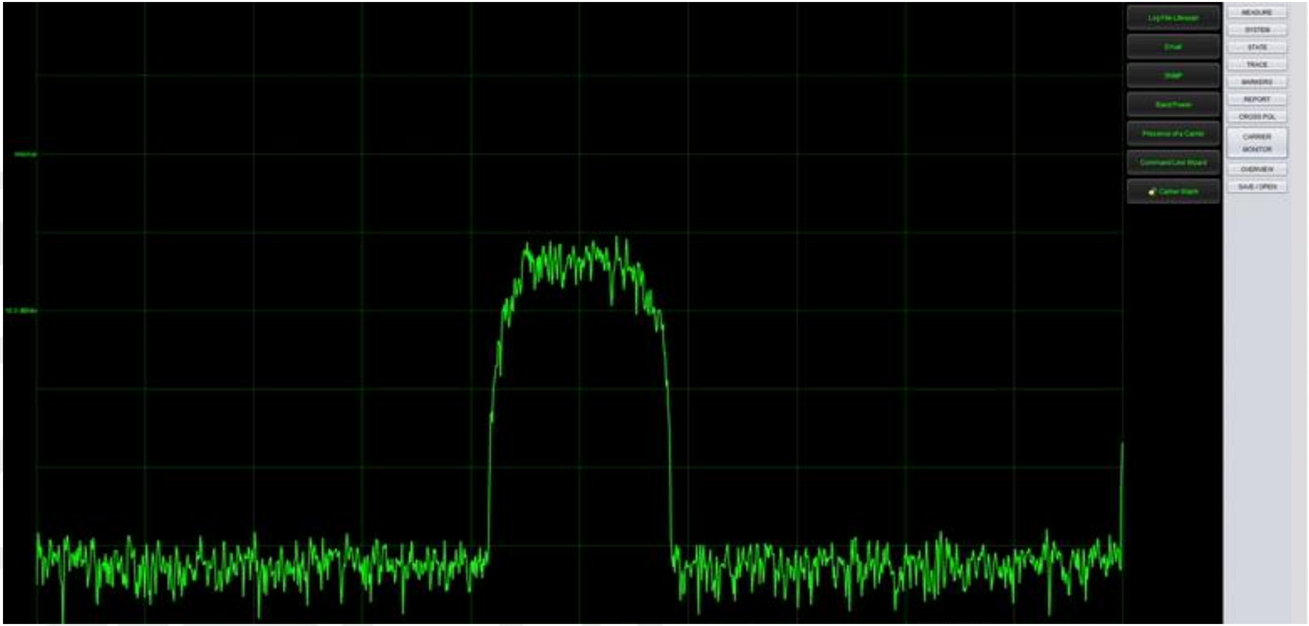
(a)

Transformada de Fourier

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt.$$



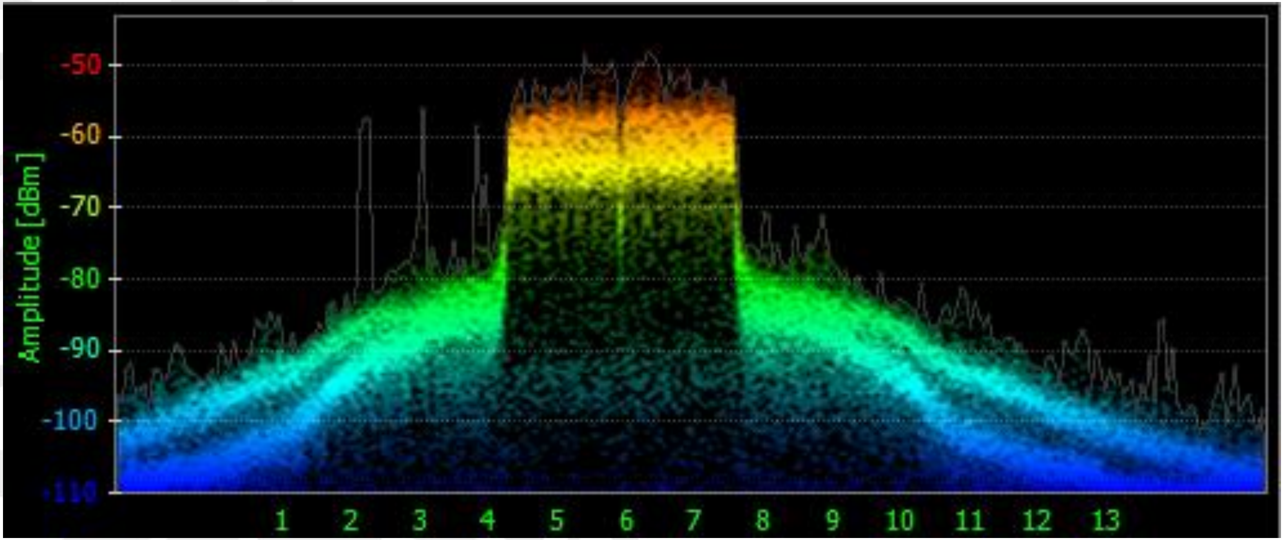
Transformada de Fourier



https://www.sedsystems.ca/products/decimator-spectrum-analyzer/

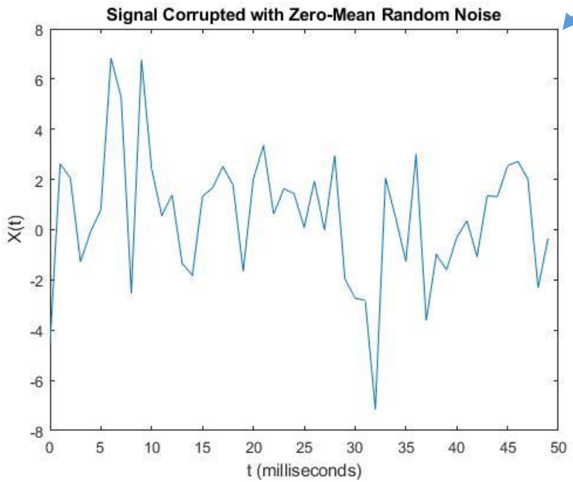
Un espectro típico de una señal no periódica

Y este el espectro de una señal Wi-Fi (11n 20 MHz)

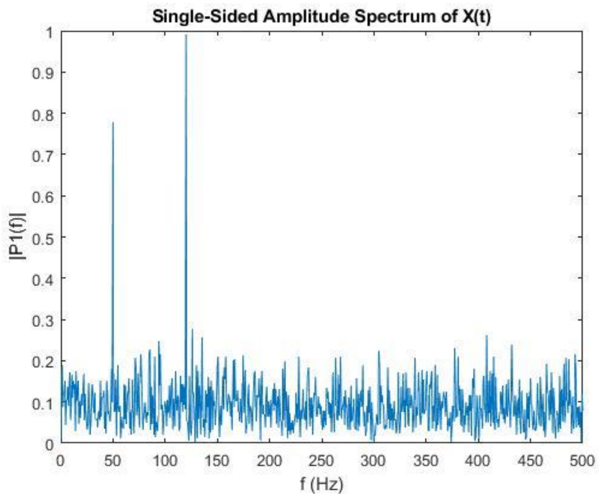


Utilidad de trabajar en el dominio de la frecuencia

En esta señal es difícil apreciar en que consiste, pues está corrompida por el ruido



Sin embargo, en el dominio de la frecuencia es fácil ver que consiste en dos frecuencias (50 y 120 Hz) con algo de ruido añadido



Analizador de espectros

- Son unos aparatos maravillosos que nos permiten medir el espectro de una señal en el laboratorio, son fundamentales en electrónica de radiofrecuencia
- En las prácticas de Laboratorio, podéis ver el espectro de una señal pulsando en el osciloscopio el botón “Math” y seleccionando “FFT” (Fast Fourier Transform, es una forma eficiente de hacer la transformada de Fourier digitalmente)

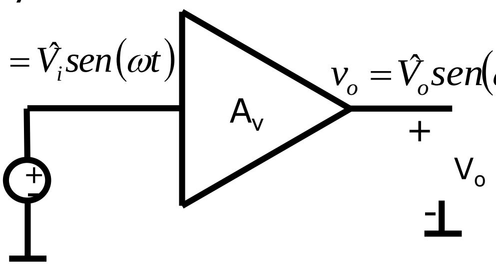
Respuesta en frecuencia (RF)

- En general la ganancia de un sistema (por ej. Amplificador) puede no ser constante para cualquier señal de entrada. Dos ejemplos:
  - Distorsión no lineal: A depende de la amplitud de la señal de entrada
  - **Distorsión lineal**: A depende de la frecuencia de la señal de entrada

- La respuesta en frecuencia (RF) se ocupa de estudiar la dependencia de la ganancia de un sistema con la frecuencia de la señal de entrada.

- En circuitos lineales (y estables): la respuesta (salida) en régimen permanente de un circuito lineal a una excitación (entrada) senoidal es una senoidal de igual frecuencia pero en general distinta amplitud y fase.

$$v_i = \hat{V}_i sen(\omega t) \qquad v_o = \hat{V}_o sen(\omega t + \Phi)$$



Se define el complejo:

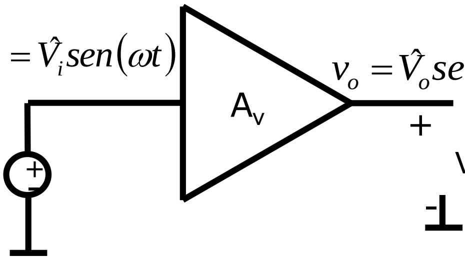
$$T(j\omega) = \begin{cases} |T(j\omega)| = \dfrac{\hat{V}_o}{\hat{V}_i} \text{ (respuesta en amplitud)} \\ \arg(T(j\omega)) = \Phi \text{ (respuesta en fase)} \end{cases}$$

Respuesta en frecuencia (RF)

- Respuesta en frecuencia:

$$v_i = \hat{V}_i sen(\omega t)$$

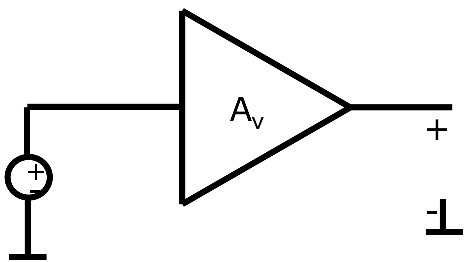
$$v_o = \hat{V}_o sen(\omega t + \Phi)$$



$$T(j\omega) = \begin{cases} |T(j\omega)| = \dfrac{\hat{V}_o}{\hat{V}_i} & \text{(respuesta en amplitud)} \\ \arg(T(j\omega)) = \Phi & \text{(respuesta en fase)} \end{cases}$$

- El sistema queda completamente caracterizado por su RF: dada una entrada cualquiera (por ejemplo periódica) y conocida la respuesta en frecuencia del sistema, su salida en régimen permanente queda perfectamente determinada:

$$v_i(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n sen(n\omega_0 t + \alpha_n)$$



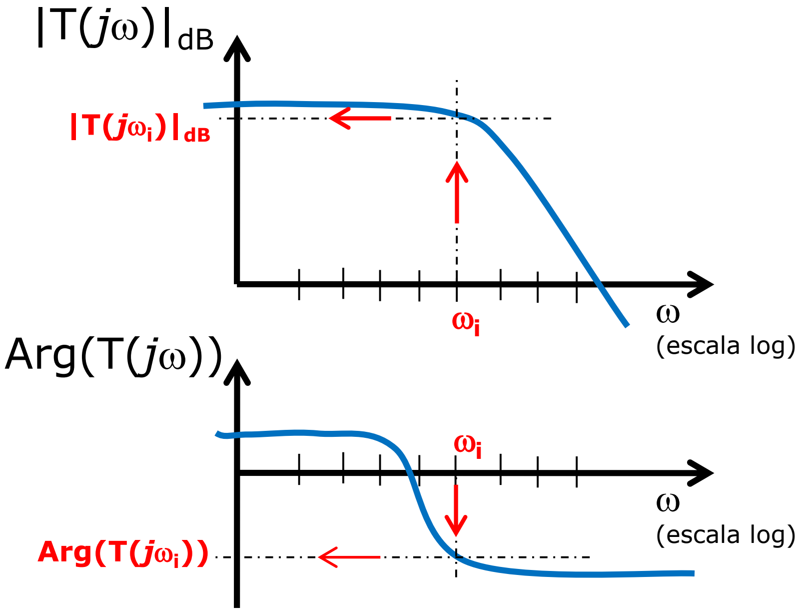
$$v_O(t) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n sen(n\omega_0 t + \beta_n)$$

$$\frac{B_n}{A_n} = |T(jn\omega_0)|$$

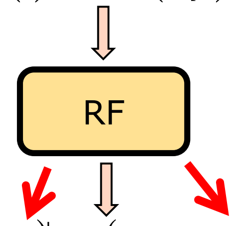
$$\Phi_n = \beta_n - \alpha_n = arg(T(jn\omega_0))$$

Representación de la RF (diagrama de Bode)

- T(jω) suele representarse mediante el conocido como diagrama de Bode:



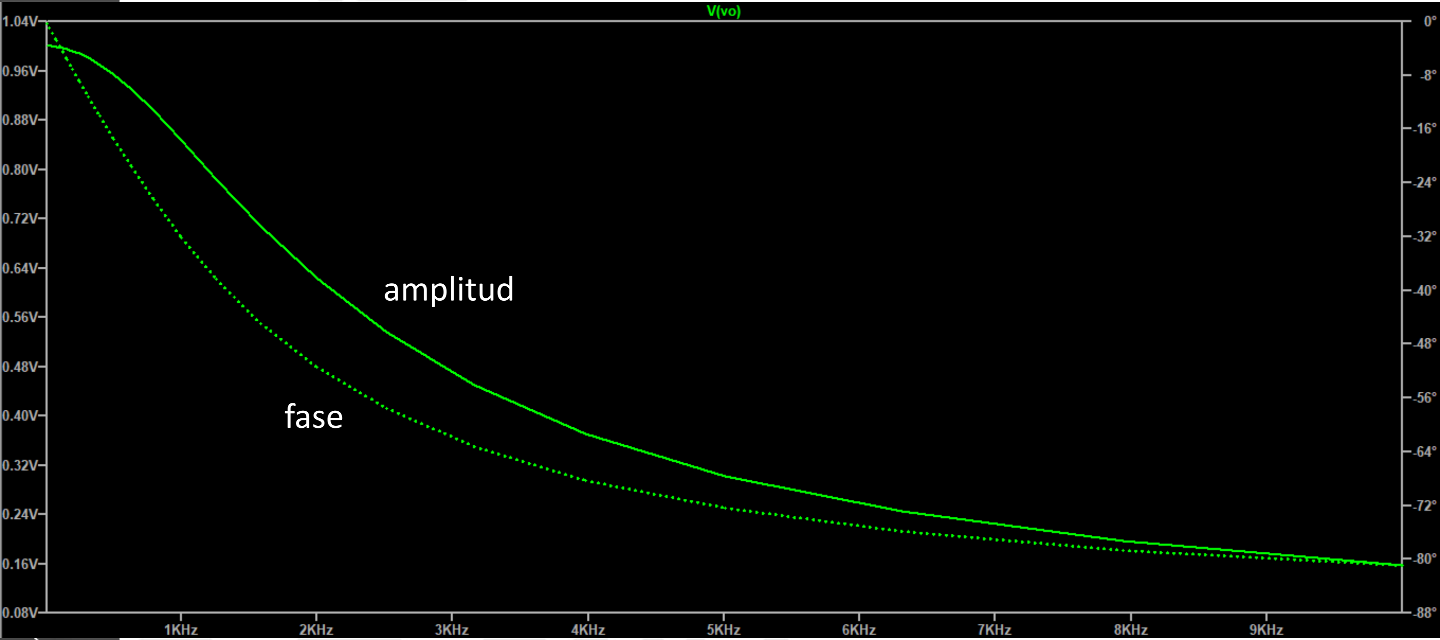
$$v_i(t) = sen(\omega_i t)$$



$$v_O(t) = |T(j\omega_i)| sen(\omega_i t + \arg(T(j\omega_i)))$$

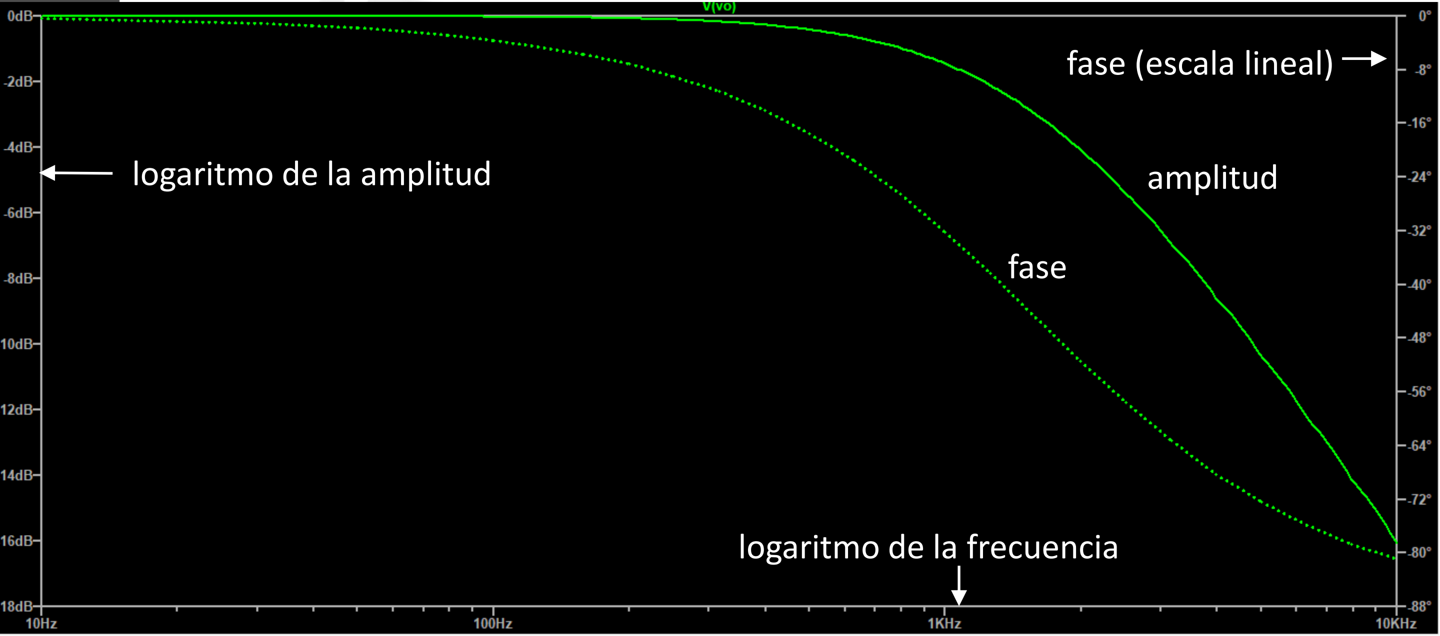
La utilidad del diagrama de Bode

- Si representamos la respuesta en frecuencia en escalas lineales, es difícil ver sus características en todo el rango de frecuencias y amplitudes



La utilidad del diagrama de Bode

- Sin embargo, en escalas logarítmicas, se puede apreciar mucho mejor la respuesta



Y un comentario sobre los decibelios, para que tengáis las ideas claras

- Una medida en decibelios siempre es una relación logarítmica, entre dos parámetros
- Si los dos parámetros tienen dimensiones de potencia, se define así:

$$10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

- Y si tienen dimensiones de voltios o amperios, se define así:

$$20 \log \frac{V_2}{V_1}$$

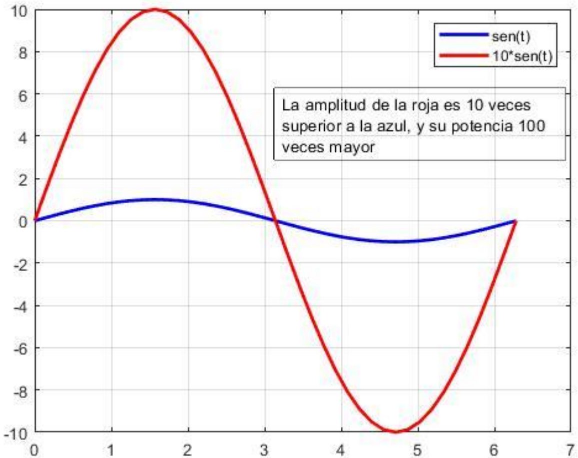
- Que no cunda el pánico, las dos definiciones dicen lo mismo:

$$10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log \frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}} = 20 \log \frac{V_2}{V_1}$$

A_v, A_i	en dB
10	20
100	40
1000	60
1	0
0,1	−20
$\sqrt{2}$	3
$1/\sqrt{2}$	−3

- Por ejemplo, si la relación entre dos señales es de 20 decibelios (20 dB), quiere decir que su relación de tensiones es $V_2 = 10\ V_1$ y que su relación de potencias es $P_2 = 100\ P_1$
- Una valor que se usa muy comúnmente es el de -3 dB: Esto quiere decir que la señal en voltios se ha dividido por $\sqrt{2}$ y en vatios se ha dividido por 2

Más comentarios sobre los decibelios, para que tengáis las ideas claras

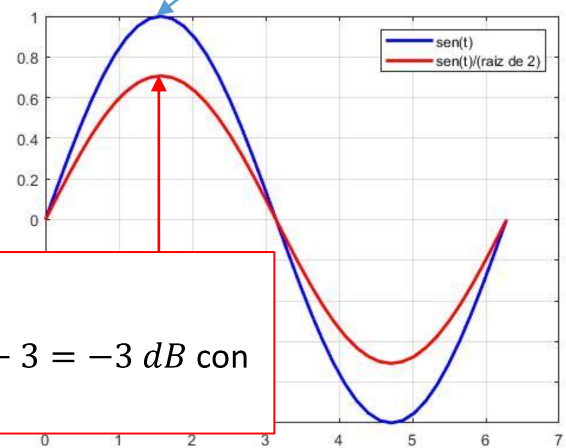


relación de amplitudes → $20\ log\frac{10}{1} = 20\ dB$

relación de potencias → $10\ log\frac{10^2}{1^2} = 20\ dB$

es lo mismo

amplitud 1



Amplitud de la señal roja $\frac{1}{\sqrt{2}}$

y en dB → $20log1 - 20\log(\sqrt{2}) = 0 - 3 = -3\ dB$ con respecto a la azul

Cálculo de la Respuesta en Frecuencia

- Se sustituyen los elementos reactivos del circuito por su impedancia compleja:

L $\rightarrow Z_L = \mathrm{sL}$ (impedancia compleja) $(Z_L = j\omega L)$ impedancia operacional

C $\rightarrow Z_C = \frac{1}{sC}$ (impedancia compleja) $(Z_C = \frac{1}{j\omega C})$ impedancia operacional

- Se resuelve el circuito y se calcula la **Función de Transferencia $\boldsymbol{T(s)}$**:

$T(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)}$ función de transferencia (fdt) entre v_o y v_i.

La RF se obtiene haciendo $s = j\omega$ $\boxed{RF = T(j\omega)}$

Nota: en un condensador:

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \xrightarrow{L\{\}} i(s) = C \cdot s \cdot v(s) \Rightarrow \frac{v(s)}{i(s)} = \frac{1}{Cs} = Z_C(s)$$

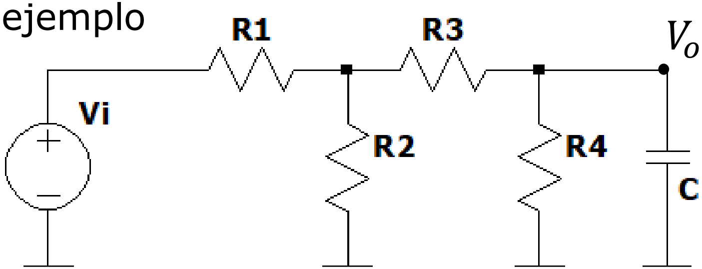
Redes de una constante de tiempo (STC, Single Time Constant)

- Son redes que pueden ser reducidas a un único elemento reactivo (L ó C) y a una resistencia (además de la excitación). Se dice también que son redes de primer orden.

- Circuitos LR: la cte de tiempo es $\tau = \dfrac{L}{R}$ $\quad \boldsymbol{\omega_0 = R/L}$
- Circuitos RC: la cte de tiempo es $\tau = RC$ $\quad \boldsymbol{\omega_0 = 1/RC}$

- En ambos casos R es la resistencia equivalente vista entre los terminales donde esté conectado el elemento reactivo.

ejemplo

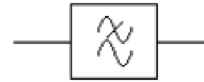


$$\tau = R_{eq}.C = \left[R_4 \parallel \left(R_3 + (R_1 \parallel R_2)\right)\right].C$$

$R_{eq} = R_{th}$ vista en bornes de C

Redes STC LP y HP

- La mayoría de las redes STC son de dos tipos:



  - **LP** (low pass, paso bajo): dejan pasar las bajas frecuencias (DC) y eliminan las altas (nota: DC es Direct Current, la continua)
  - **HP** (high pass, paso alto): eliminan las bajas frecuencias (DC) y dejan pasar las altas.

- Para ver si una red STC es LP o HP se analiza su comportamiento para f=0 y para f=∞:

$$si\ \ \omega = 0 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \dfrac{1}{Cs} = \infty & \text{C en abierto} \\ Z_L = Ls = 0 & \text{L en corto} \end{cases}$$

$$si\ \ \omega = \infty \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \dfrac{1}{Cs} = 0 & \text{C en corto} \\ Z_L = Ls = \infty & \text{L en abierto} \end{cases}$$

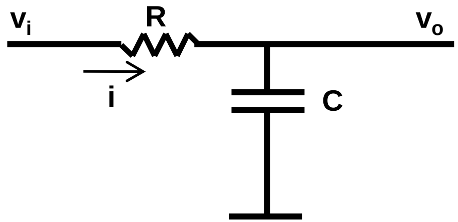
Practicaremos esto en el problema 9

Problema 8: red STC LP

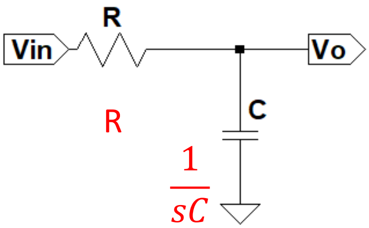
- Calcular la función de transferencia $\frac{v_o(s)}{v_i(s)}$ del siguiente circuito:

Single Time Constant

Low Pass



Problema 8. Filtro Paso Bajo



- Circuito **paso bajo** (deja pasar las bajas frecuencias, atenúa las altas

$$V_o = V_i \cdot \frac{1/sc}{R+1/sc} = V_i \cdot \frac{1}{1+sRC} = V_i \cdot \frac{1}{1+\frac{s}{\omega_0}}$$

función de transferencia → $T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1+sRC} = \frac{1}{1+\frac{s}{\omega_0}}$

Respuesta en Frecuencia → $\mathrm{RF} = T(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} = \frac{1}{1+j(\frac{\omega}{\omega_0})}$

$$\boldsymbol{frecuencia\ de\ corte\ =\ \omega_0 = {}^{1}/_{RC}}$$
$$\boldsymbol{constante\ de\ tiempo\ \tau = RC}$$

Ojo, esta ω_0 es la f de corte del filtro, usamos el mismo símbolo que para la f fundamental de una señal periódica y os podéis liar

$$|\boldsymbol{T(j\omega)}| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1}+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

$$\mathbf{arg}(\boldsymbol{T(j\omega)}) = -arc\ tg\ (\frac{\omega}{\omega_0})$$

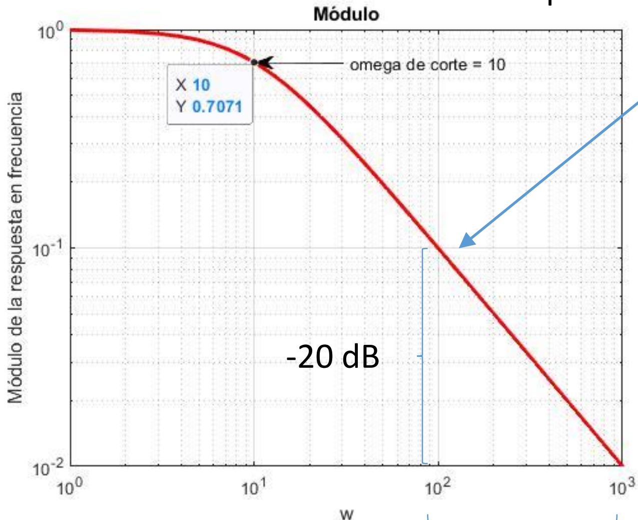
A la frecuencia de corte, se produce que

$|T(j\omega_0)| = {}^{1}/_{\sqrt{2}}$ → $20 \log|T(j\omega_0)| = -3\ dB$

arg $T(j\omega_0) = -45º$

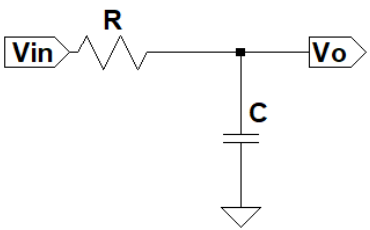
Problema 8. Paso bajo

pendiente = 20 dB/década

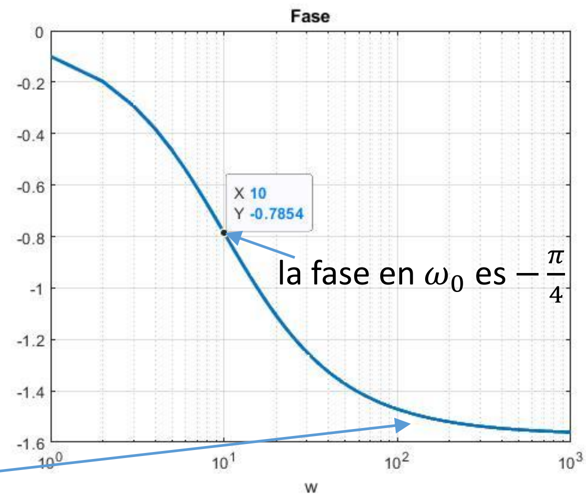


-20 dB

1 década



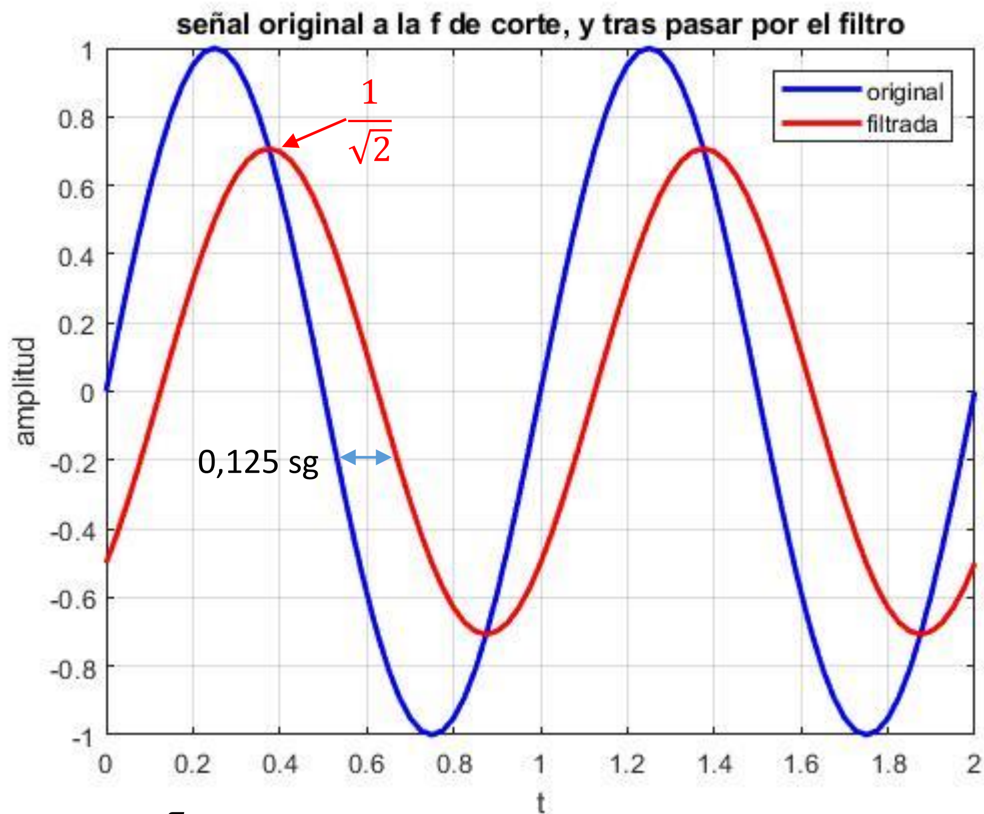
Cuando estamos por encima de la f de corte, si la frecuencia crece x10 (una década), la señal cae 20 dB



la fase en ω_0 es $-\frac{\pi}{4}$

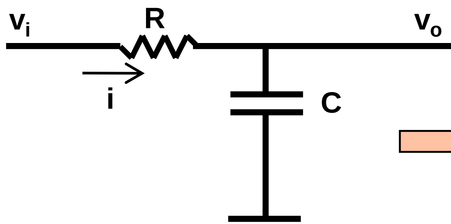
para $\omega \gg \omega_0$ la fase tiende a -90º

Problema 8. Paso bajo a la f de corte



El desfase es $-\frac{\pi}{4}$ (un octavo del periodo = 0,125 sg)

Redes STC paso bajo (LP)



$$FdT: T(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_o}} \quad \text{con } \omega_o = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

$$s = j\omega \Rightarrow T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \Rightarrow \begin{cases} |T(j\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} \\ \arg(T(j\omega)) = -\arctan\left(\dfrac{\omega}{\omega_o}\right) \end{cases}$$

v_i — circuito genérico STC LP — v_o

$$\text{En general, } \forall \text{ red STC LP}: T(s) = \frac{K}{1 + \frac{s}{\omega_o}} \quad \text{o bien con } s = j\omega \quad T(j\omega) = \frac{K}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

$$\begin{cases} \omega << \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)| \approx K \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB} = 20\log(K)\, dB = K_{dB} \\ \omega = \omega_o \Rightarrow |T(j\omega_o)| = \dfrac{K}{\sqrt{2}} \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB} = K_{dB} - 3dB \\ \omega >> \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)| \approx K\dfrac{\omega_o}{\omega} \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB} = K_{dB} - 20\log\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) dB \\ \qquad = 20\log(K\omega_o) - 20\log(\omega)\, dB \end{cases}$$

$$K \text{ es la ganancia a } \omega \to 0, \quad k = \left.\frac{v_o}{v_i}\right)_{\omega \to 0} = \left.\frac{v_o}{v_i}\right)_{s \to 0} \quad \text{o ganancia estática}$$

Redes STC paso bajo (LP)

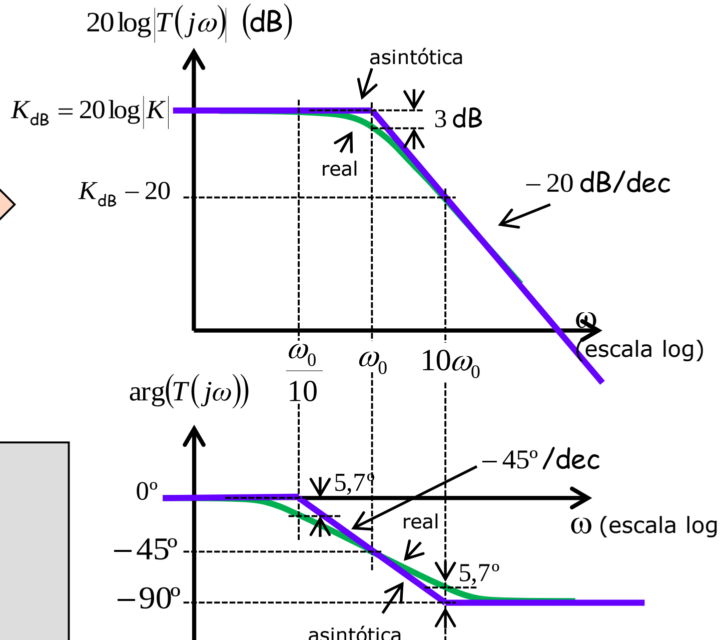
décadas entre ω_1 y ω_2

$$\omega_1 10^{dec} = \omega_2 \Rightarrow dec = \log_{10}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$$

$$T(j\omega) = \frac{K}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \Rightarrow \begin{cases} |T(j\omega)| = \dfrac{K}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} \\ arg(T(j\omega)) = -arctan\left(\dfrac{\omega}{\omega_o}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega << \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB} = 20log(K)\,dB = K_{dB} \\ \omega = \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB} = K_{dB} - 3dB \\ \omega >> \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB} = K_{dB} - 20log\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) dB \end{cases}$$

y se razona de forma similar para $arg(T(j\omega))$

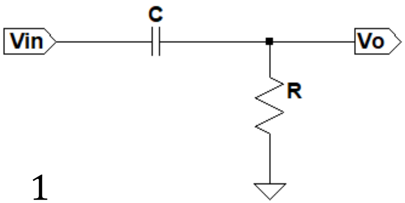


$$\arg(T(j\omega)) = -arc\ tg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

Si se aplica $v_i = \hat{V}_i sen(\omega t)$

$$\begin{cases} \omega << \omega_o \Rightarrow v_o = K\hat{V}_i sen(\omega t) \\ \omega = \omega_o \Rightarrow v_o = \dfrac{K\hat{V}_i}{\sqrt{2}} sen\left(\omega t - \dfrac{\pi}{4}\right) \\ \omega >> \omega_o \Rightarrow v_o = K\hat{V}_i \dfrac{\omega_o}{\omega} sen\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right) \\ \quad \omega = 10\omega_o \Rightarrow \hat{V}_o = \dfrac{K\hat{V}_i}{10} \qquad \omega = 100\omega_o \Rightarrow \hat{V}_o = \dfrac{K\hat{V}_i}{100} \end{cases}$$

Filtro Paso Alto (HP)



- Circuito **paso alto** (deja pasar las altas frecuencias, rechaza las bajas)

$$V_o = V_i \cdot \frac{R}{R + 1/sc} = V_i \cdot \frac{sRC}{1 + sRC} = V_i \frac{1}{1 + \frac{1}{sRC}} = V_i \frac{1}{1 + \frac{\omega_0}{s}}$$

función de transferencia → $T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1+\frac{1}{sRC}} = \frac{1}{1+\frac{\omega_0}{s}}$

frecuencia de corte → $\omega_0 = {}^1/_{RC}$

$constante\ de\ tiempo\ \tau = RC$

respuesta en frecuencia → $T(j\omega) = \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}}$

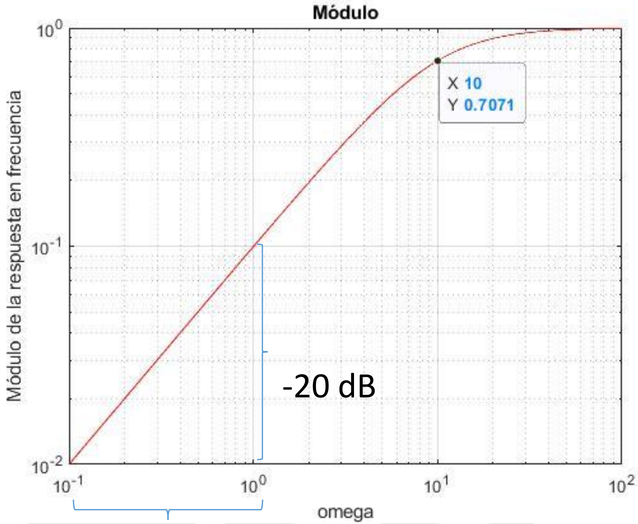
$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+{}^1/_{(\omega RC)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$\arg(T(j\omega) = arc\ tg\ ({}^1/_{\omega RC}) = arc\ tg({}^{\omega_0}/_{\omega})$$

A la frecuencia de corte se produce que $|T(j\omega)| = {}^1/_{\sqrt{2}}$

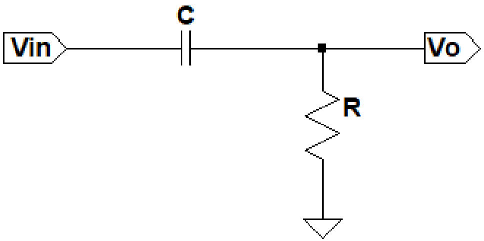
$20 \log|T(j\omega)| = -3\ dB$ y $\arg T(j\omega) = +45º$

Paso Alto

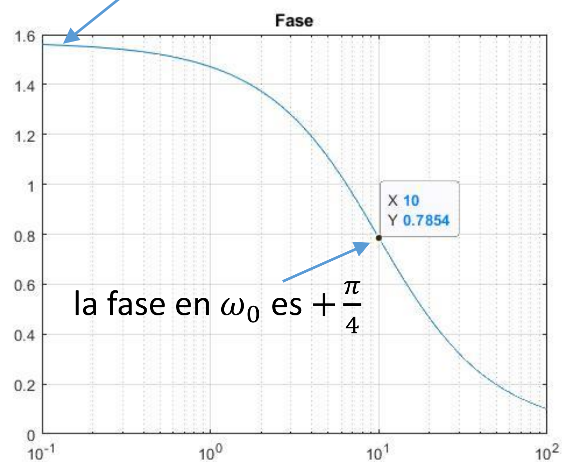


1 década

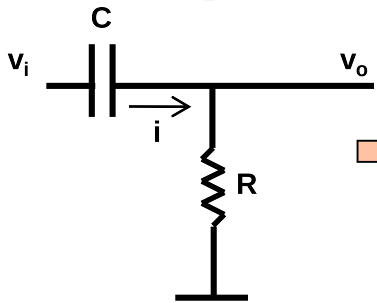
si la frecuencia decrece /10 (una década), la señal cae 20 dB



para $\omega \ll \omega_0$ la fase tiende a +90º



Redes STC paso alto (HP)



$$FdT: T(s)=\frac{v_o(s)}{v_i(s)}=\frac{R}{\frac{1}{Cs}+R}=\frac{1}{1+\frac{\omega_o}{s}} \text{ con } \omega_o=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

$$s=j\omega \Rightarrow T(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{\omega_o}{j\omega}} \Rightarrow \begin{cases} |T(j\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_o}{\omega}\right)^2}} \\ \arg(T(j\omega))=\arctan\left(\frac{\omega_o}{\omega}\right) \end{cases}$$

v_i — circuito genérico STC HP — v_o

$$\forall \text{ red STC HP}: T(s)=\frac{K}{1+\frac{\omega_o}{s}} \quad \text{o bien con } s=j\omega \quad T(j\omega)=\frac{K}{1+\frac{\omega_o}{j\omega}}$$

$$\begin{cases} \omega >> \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)| \approx K \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB}=20\log(K)\, dB = K_{dB} \\ \omega=\omega_o \Rightarrow |T(j\omega_o)|=\frac{K}{\sqrt{2}} \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB}=K_{dB}-3dB \\ \omega << \omega_o \Rightarrow |T(j\omega)| \approx K\frac{\omega}{\omega_o} \Rightarrow |T(j\omega)|_{dB}=K_{dB}+20\log\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)=20\log(\omega)+20\log\left(\frac{K}{\omega_0}\right) dB \end{cases}$$

$$K \text{ es la ganancia a } \omega\to\infty \Rightarrow k=\left.\frac{v_o}{v_i}\right)_{\omega\to\infty}=\left.\frac{v_o}{v_i}\right)_{s\to\infty}$$

Redes STC paso alto (HP)

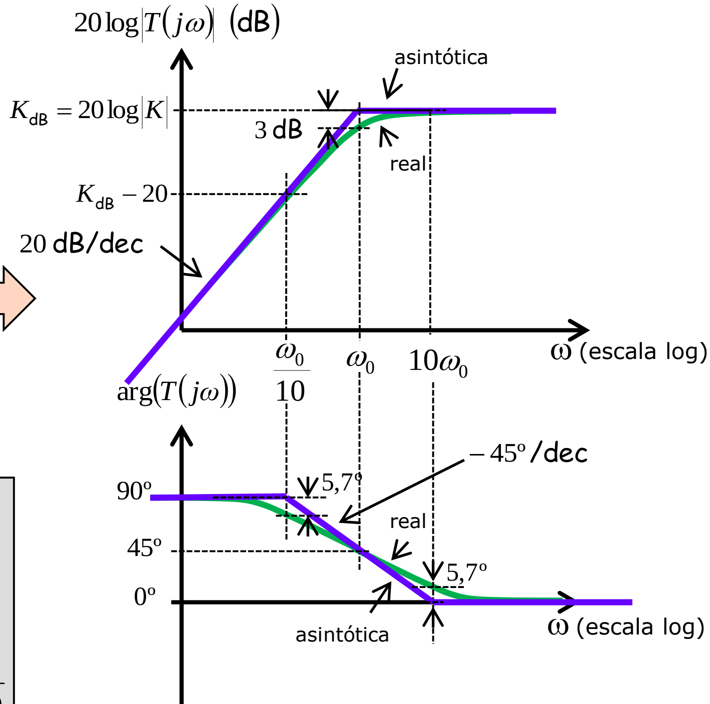
décadas entre ω_1 y ω_2

$$\omega_1 10^{dec} = \omega_2 \Rightarrow dec = \log_{10}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$$

$$T(j\omega) = \frac{K}{1+\dfrac{\omega_o}{j\omega}} \Rightarrow \begin{cases} \left|T(j\omega)\right| = \dfrac{K}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega_o}{\omega}\right)^2}} \\ \arg(T(j\omega)) = \arctan\left(\dfrac{\omega_o}{\omega}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega >> \omega_o \Rightarrow \left|T(j\omega)\right|_{dB} = 20\log(K)\, dB = K_{dB} \\ \omega = \omega_o \Rightarrow \left|T(j\omega)\right|_{dB} = K_{dB} - 3dB \\ \omega << \omega_o \Rightarrow \left|T(j\omega)\right|_{dB} = 20\log(\omega) + 20\log\left(\dfrac{K}{\omega_0}\right) dB \end{cases}$$

y se razona de forma similar para $\arg(T(j\omega))$



Si se aplica $v_i = \hat{V}_i sen(\omega t)$

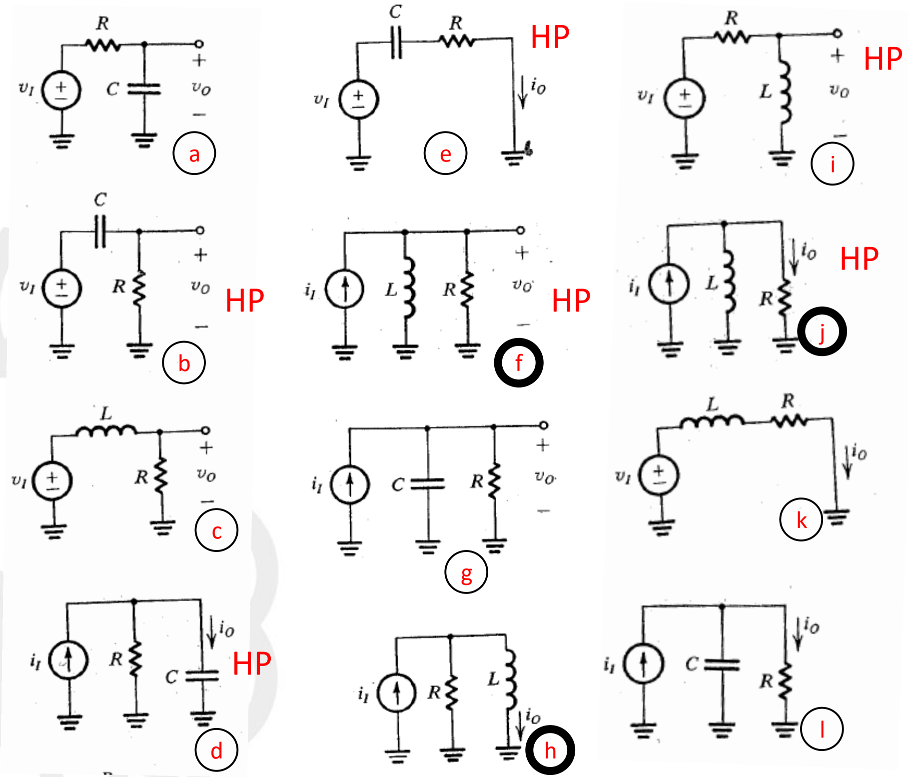
$$\begin{cases} \omega << \omega_o \Rightarrow v_o = K\hat{V}_i \dfrac{\omega}{\omega_o} sen\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) \\ \quad \omega = 0{,}1\omega_o \Rightarrow \hat{V}_o = \dfrac{K\hat{V}_i}{10}, \quad \omega = 0{,}01\omega_o \Rightarrow \hat{V}_o = \dfrac{K\hat{V}_i}{100} \\ \omega = \omega_o \Rightarrow v_o = \dfrac{K\hat{V}_i}{\sqrt{2}} sen\left(\omega t + \dfrac{\pi}{4}\right) \\ \omega >> \omega_o \Rightarrow v_o = K\hat{V}_i sen(\omega t) \end{cases}$$

Problema 9: redes LP y HP

- Determinar, para las entradas y salidas indicadas, si las siguientes redes son de tipo LP o HP.

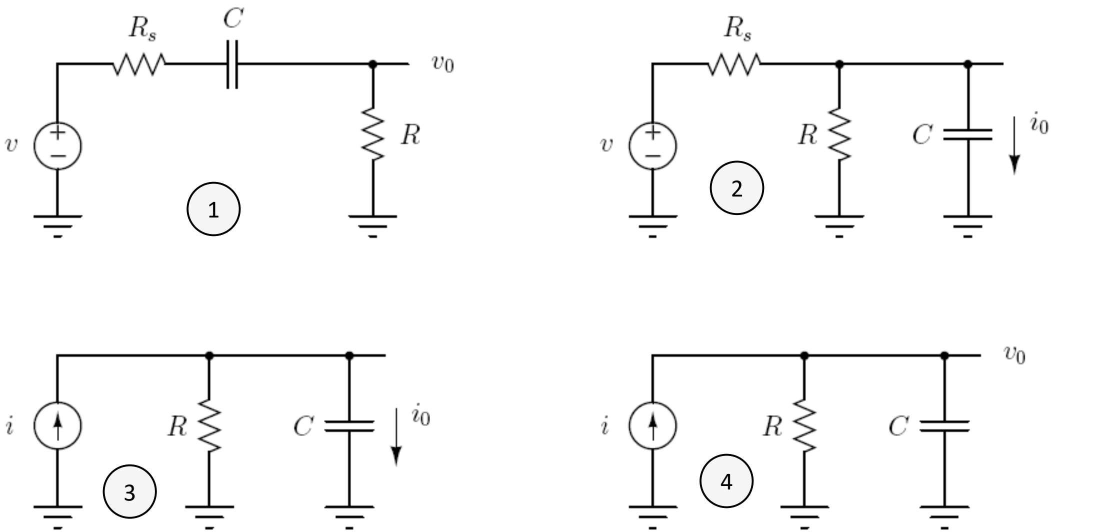
$$si\ \ \omega = 0 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \dfrac{1}{Cs} = \infty \\ Z_L = Ls = 0 \end{cases}$$

$$si\ \ \omega = \infty \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \dfrac{1}{Cs} = 0 \\ Z_L = Ls = \infty \end{cases}$$



Problema 10

- Dibujar la respuesta en frecuencia de los siguientes circuitos, tomando $\boldsymbol{v}$ o $\boldsymbol{i}$ como entradas y $\boldsymbol{v}_0$ o $\boldsymbol{i}_0$ como salidas (según se indique en cada caso en el esquema). Para ello determinar previamente si la red es LP o HP y obtener ω_0 y K.



Procedimiento general para resolver estos circuitos

1. Se observa como queda el circuito a baja frecuencia (0 Hz) y a alta frecuencia (∞), teniendo en cuenta →
2. Si a 0 Hz no hay señal a la salida, es un HP, y si a ∞ Hz no hay señal a la salida, es un LP

$$si\ \ \omega = 0 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \dfrac{1}{Cs} = \infty \\ Z_L = Ls = 0 \end{cases}$$

$$si\ \ \omega = \infty \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \dfrac{1}{Cs} = 0 \\ Z_L = Ls = \infty \end{cases}$$

SI ES UN LP

La RF será así → $T(j\omega) = \dfrac{K}{1+j(\frac{\omega}{\omega_0})}$

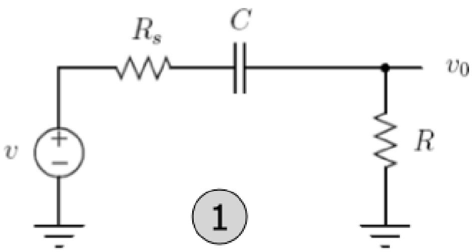
3. Determinar K. K es el valor de la RF a 0 Hz
4. Calcular la R_{eq} que ve el elemento reactivo
5. $\omega_0 = {}^{1}/_{R_{eq}C}$ o $\omega_0 = {}^{R_{eq}}/_{L}$

SI ES UN HP

La RF será así → $T(j\omega) = \dfrac{K}{1-j(\frac{\omega_0}{\omega})}$

3. Determinar K. K es el valor de la RF a ∞ Hz
4. Calcular la R_{eq} que ve el elemento reactivo
5. $\omega_0 = {}^{1}/_{R_{eq}C}$ o $\omega_0 = {}^{R_{eq}}/_{L}$

Problema 10. Más fácil hacerlo así

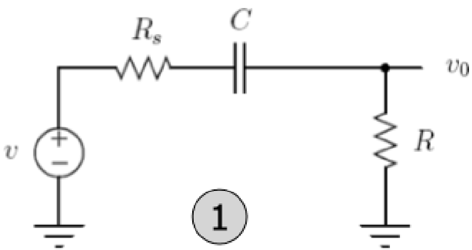


Es un paso alto, pues para $\omega = 0 \rightarrow v_0 = 0$

entonces $T(s) = \frac{K}{1+\frac{\omega_0}{s}}$ RF → $T(j\omega) = \frac{K}{1-j(\frac{\omega_0}{\omega})}$

donde $K = \frac{v_0}{v}(\omega \rightarrow \infty) = \frac{R}{R+R_S}$ $\omega_0 = \frac{1}{R_{eq}C}$ $R_{eq} = R + R_S$

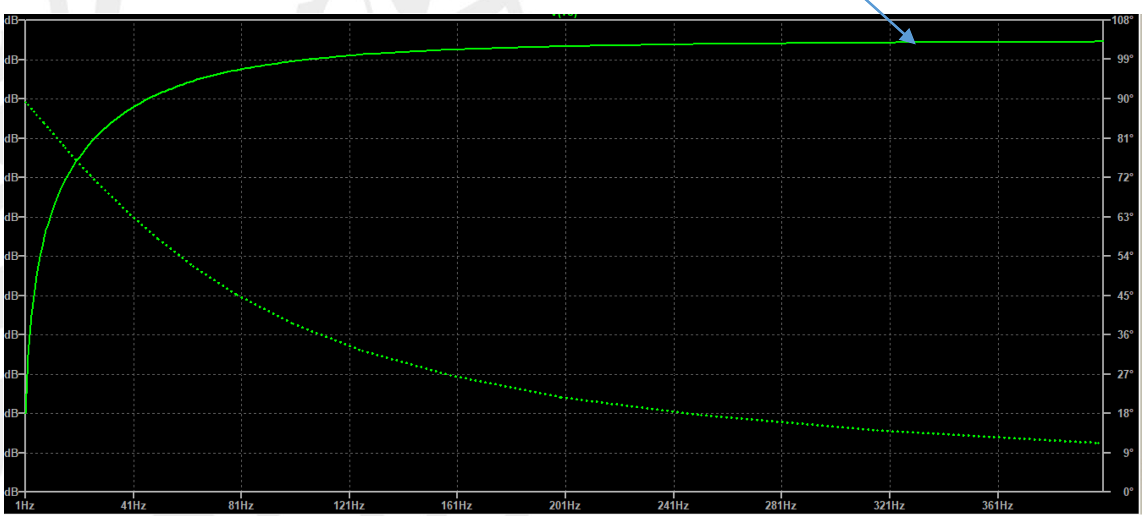
Problema 10. Así es más largo



$$\frac{V_0}{V} = \frac{R}{R + R_s + \frac{1}{sC}} = \frac{\frac{R}{R+R_s}}{1 + \frac{1}{s(R+R_s)C}} = \frac{K}{1 + \frac{\omega_0}{s}}$$

donde $\omega_0 = \frac{1}{(R+R_s)C} \quad K = \frac{R}{R+R_s}$

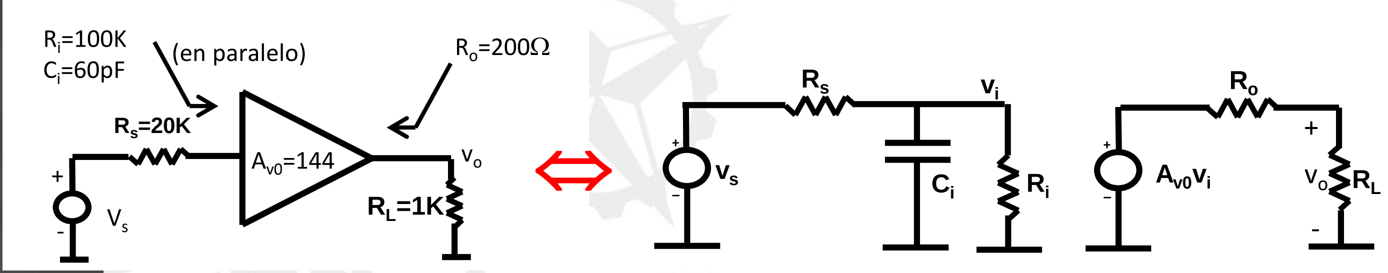
paso alto, fijaros que si las R son iguales, K es – 6 dB (1/2 en lineal)



Problema 11

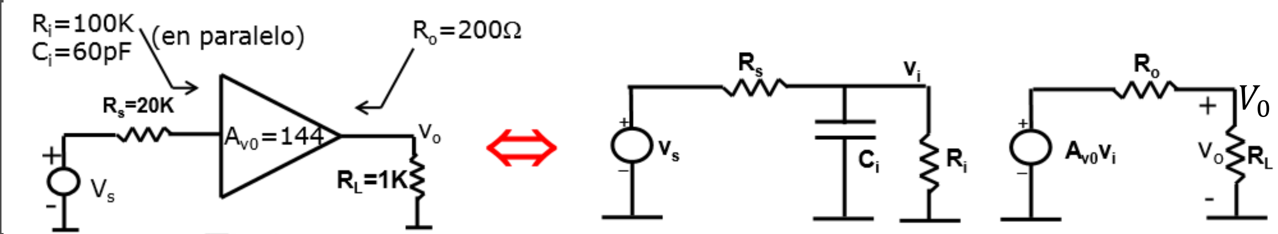
- Un amplificador de tensión (como se verá más adelante) se puede modelar con su resistencia de entrada, su resistencia de salida, y una fuente de tensión dependiente de tensión (ver figura). Puede tener también una capacidad de entrada en paralelo con la resistencia de entrada (ver figura).

- Suponiendo que Vs es la entrada del circuito y Vo la salida, se pide obtener y representar la RF del circuito.



$$\left(K = 100\frac{V}{V}, \quad \omega_o = 10^3\, Krad \cdot s^{-1} \right)$$

RF de un amplificador de tensión(problema 11). La forma rápida de hacerlo



ES UN LP (salida 0 V para f ∞) CALCULAMOS LA K ($\frac{V_o}{V_s}(\omega = 0)$), para lo cual QUITAMOS EL CONDENSADOR (en $\omega = 0$ es un abierto), calculamos R_{eq} PARA CALCULAR LA F DE CORTE

$$v_0\,(\text{sin } en\ condensador) = A_{v0} v_i \frac{R_L}{R_L + R_0} = A_{v0}. v_s. \frac{R_i}{R_i + R_s} \frac{R_L}{R_L + R_0}$$

$$\text{luego} \quad T(\omega = 0) = \frac{v_0}{v_s}(\omega = 0) = \boldsymbol{K = A_{v0}. \frac{R_i}{R_i + R_s} \frac{R_L}{R_L + R_0}}$$

$$R_{eq} = (R_i \parallel R_s)$$

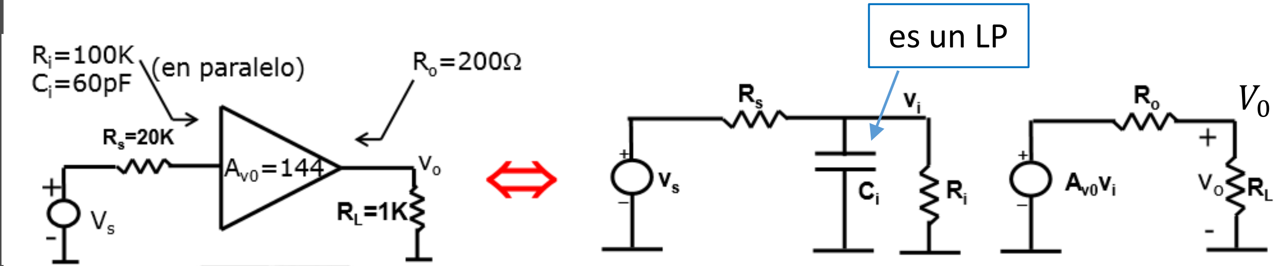
$$\boxed{T(s)\ es\ \rightarrow T(s) = \frac{\boldsymbol{v_0}}{\boldsymbol{v_s}} = \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{1 + {}^{s}/_{\omega_0}}}}$$

$$\boxed{T(j\omega)\ es\ \rightarrow T(j\omega) = \frac{\boldsymbol{v_0}}{\boldsymbol{v_s}} = \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{1 + j\,{}^{\omega}/_{\omega_0}}}}$$

$$donde\ \boldsymbol{K = A_{v0}. \frac{R_i}{R_i + R_s} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_0}}$$

$$\boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{R_{eq}\, C_i} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{(R_i \parallel R_s) C_i}}$$

(problema 11) Así cuesta más



$$v_i = v_s \cdot \frac{R_i \parallel Z_{C_i}}{R_s + R_i \parallel Z_{C_i}} \qquad donde R_i \parallel Z_{C_i} = \frac{1}{\frac{1}{R_i} + sC_i} = \frac{R_i}{1 + sR_iC_i}$$

$$entonces\ v_i = v_s \frac{\frac{R_i}{1 + sR_iC_i}}{R_s + \frac{R_i}{1 + sR_iC_i}} = v_s \frac{R_i}{R_i + R_s + s\,R_iR_sC_i} = v_s \frac{\frac{R_i}{R_i + R_s}}{1 + s\frac{R_iR_sC_i}{R_i + R_s}}$$

$$v_0 = A_{v0} v_i \frac{R_L}{R_L + R_0} = \boldsymbol{A_{v0}} \cdot v_s \frac{\frac{\boldsymbol{R_i}}{\boldsymbol{R_i + R_s}}}{1 + s\frac{\boldsymbol{R_iR_sC_i}}{\boldsymbol{R_i + R_s}}} \cdot \frac{\boldsymbol{R_L}}{\boldsymbol{R_L + R_0}}$$

$$\boxed{y\ T(s)\ es \ \rightarrow T(s) = \frac{\boldsymbol{v_0}}{\boldsymbol{v_s}} = \boldsymbol{A_{v0}} \frac{\boldsymbol{R_i}}{\boldsymbol{R_i + R_s}} \frac{\boldsymbol{R_L}}{\boldsymbol{R_L + R_0}} \frac{1}{1 + s\frac{\boldsymbol{R_iR_sC_i}}{\boldsymbol{R_i + R_s}}} . = \boldsymbol{K} . \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1 + {}^{s}/\omega_0}}}$$

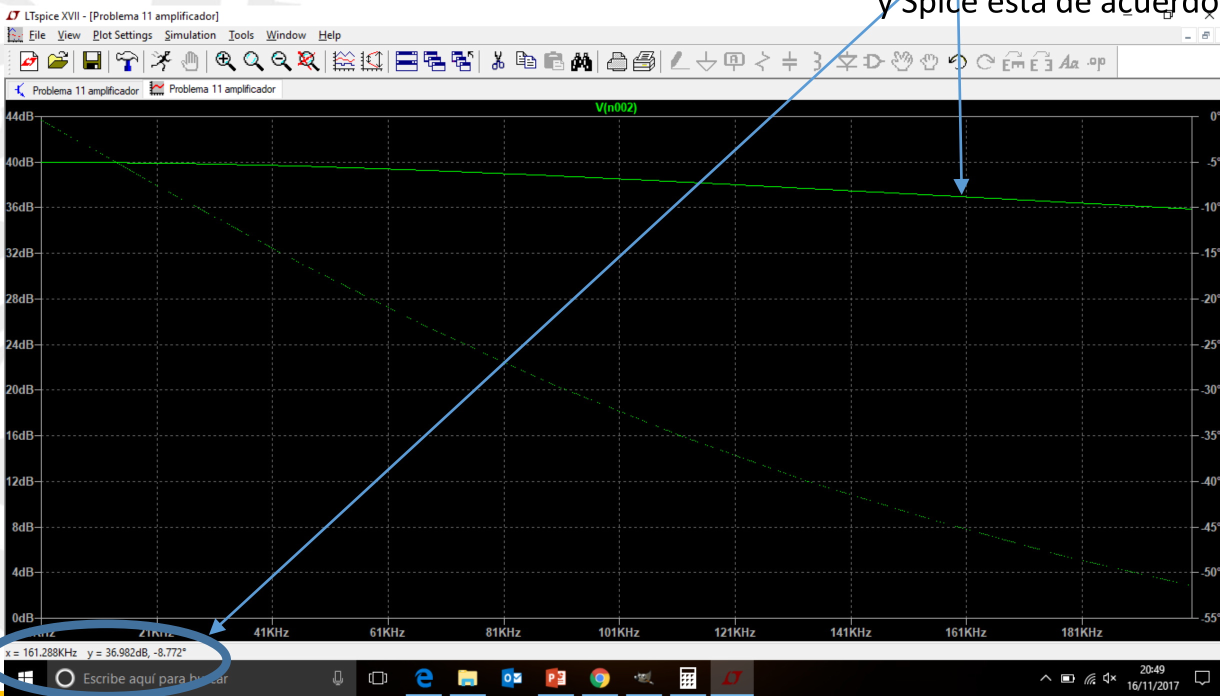
$$donde\ \boldsymbol{K} = \boldsymbol{A_{v0}} \cdot \frac{\boldsymbol{R_i}}{\boldsymbol{R_i + R_s}} \cdot \frac{\boldsymbol{R_L}}{\boldsymbol{R_L + R_0}} \qquad \boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{\frac{R_iR_s}{R_i + R_s}C_i} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{(R_i \parallel R_s)C_i}}$$

Ejemplo. Respuesta en frecuencia de un amplificador de tensión (problema 11)

$$\boldsymbol{K} = A_v.\frac{R_i}{R_i+R_s}.\frac{R_L}{R_L+R_0} = 144\ \frac{100K}{100K+20K}\ \frac{1K}{1K+200} = \mathbf{100}$$

$$\boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{\dfrac{R_iR_s}{R_i+R_s}\ C_i} = \frac{1}{(R_i \parallel R_s)C_i} = \frac{1}{(100K\ \parallel 20K)60\ pF} = 10^6\ rad/sg$$

y Spice está de acuerdo...)



comillas.edu

Problema 12

- Se dispone de un sensor de humedad que proporciona una señal eléctrica proporcional a la humedad ambiente medida, y que se puede modelar como una fuente de tensión v_s de amplitud máxima 1V. Por un mal apantallamiento de los cables utilizados se superpone a la medida un ruido de 50Hz de amplitud máxima 10mV que se desea eliminar.

  1. Diseñar un filtro RC de primer orden para atenuar en 100 veces el ruido indicado. Sólo se dispone de resistencias de 10k.
  2. Dibujar el Bode asintótico de su respuesta en frecuencia.
  3. Cómo se atenuaría el ruido si su frecuencia fuese de 500Hz

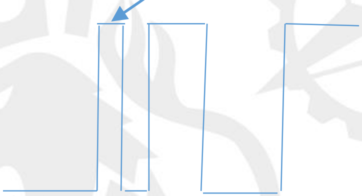
- Para analizar el ruido se decide diseñar otro filtro de primer orden para aislarlo de la señal. Además ahora se tiene el dato adicional de que la resistencia de salida del sensor es de 1k.

  4. Diseñar el filtro indicado, y dibujar el Bode asintótico de su respuesta en frecuencia. Solo se dispone de resistencias de 9k.

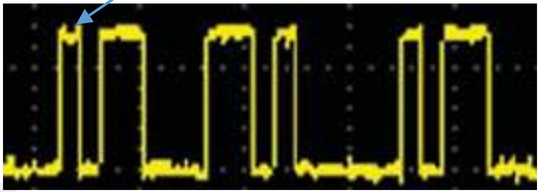
Señales digitales. Motivos para trabajar en formato digital

- Trabajar con señales digitales supone añadir pasos al procesado analógico (filtrado anti aliasing, muestreo…). ¿Por qué lo hacemos? **Porque cualquier distorsión o ruido añadido a una señal analógica es irrecuperable, pero si que es regenerable una señal digital, mientras no se superen ciertos umbrales**

Esto es un "1"



Y esto sigue siendo un "1"

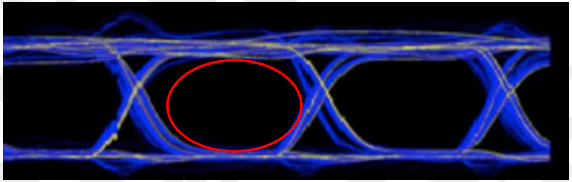


- Se establece cierto nivel umbral (normalmente la mitad entre el mínimo y el máximo), y si lo que es un "1" se recibe por encima de ese umbral, el "1" se recupera sin error (de igual forma el "0" si está por debajo del umbral)

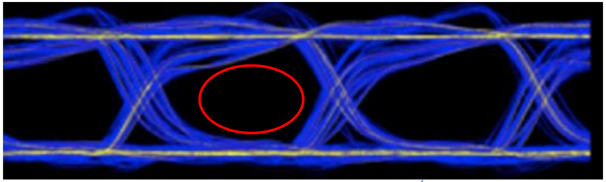
Señales digitales distorsionadas. Diagrama de ojo

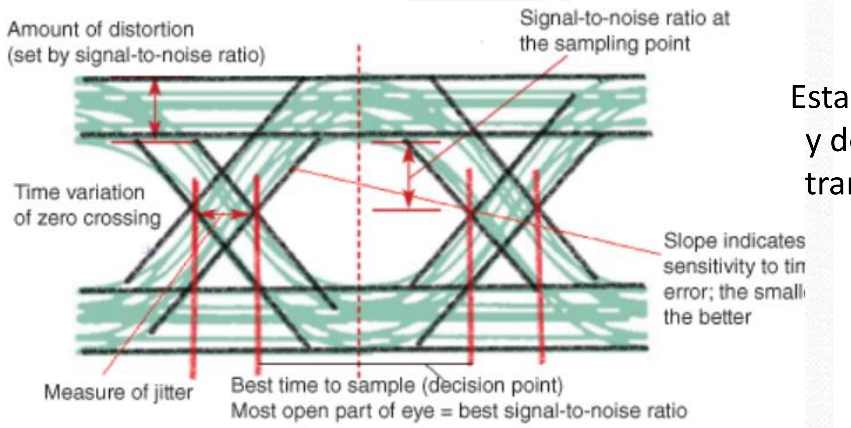
- El diagrama de ojo es una superposición de diferentes trozos de la señal desplazados en el tiempo, se ve con el osciloscopio y es muy útil para ver el margen de error con respecto al umbral

Señal tras propagarse poca distancia, el "ojo" está abierto



Tras propagarse más distancia y con ruido añadido, el "ojo" se cierra un poco, pero la señal es aún recuperable

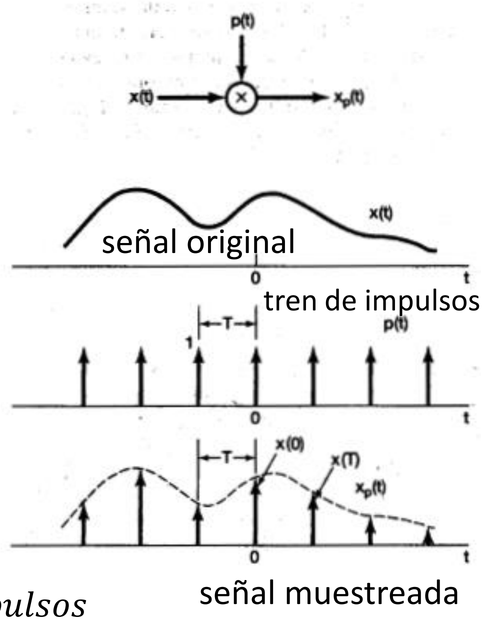




Esta señal se puede regenerar y dejarla idéntica a como se transmitió, con un error por debajo de 10^{-12}

Muestreo de señales, teorema de Nyquist y aliasing

- Se conoce como muestreo la representación de una señal analógica continua mediante muestras tomadas periódicamente
- Las muestras se toman de forma ideal multiplicando la señal por un tren de impulsos
- El resultado del muestreo es un tren de impulsos cuyas amplitudes siguen a la de la señal continua



$$x_p\,(t) = x(t).p\,(t)$$

donde $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta\,(t - nT_s)$ *es el tren de impulsos*

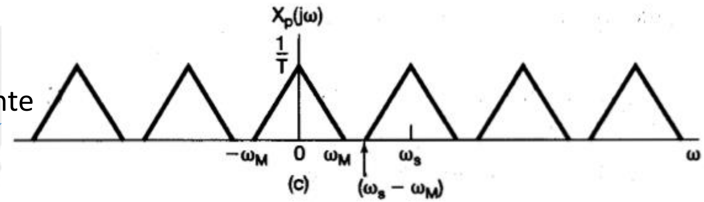
T_s *es el periodo de muestreo*

Muestreo de señales, teorema de Nyquist y aliasing

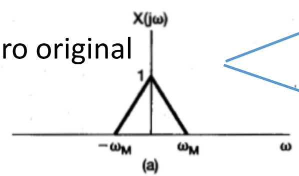
- Cuando se muestrea una señal, el espectro de la señal muestreada es una repetición periódica del espectro de la señal original
- La frecuencia de repetición es $\frac{1}{T_s}\ Hz\ (o\ \frac{2\pi}{T_s}\ {}^{rad}/_{sg})$

Posibles espectros de la señal muestreada

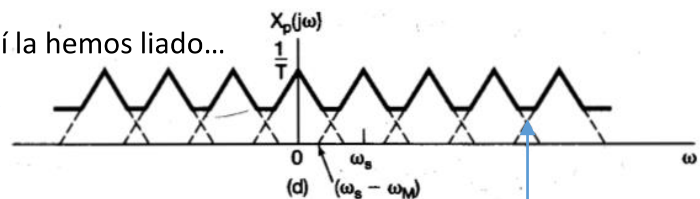
Aquí hemos muestreado correctamente



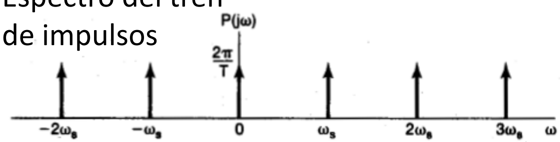
Espectro original



Pero aquí la hemos liado...



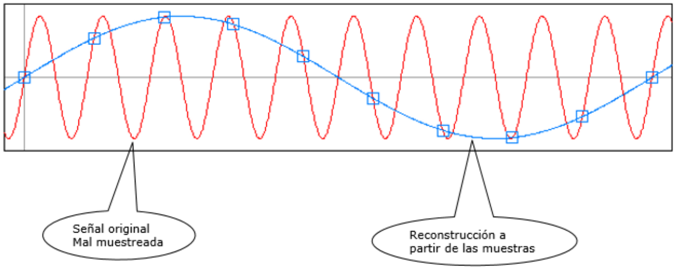
Espectro del tren de impulsos



Este solape se conoce como "aliasing"

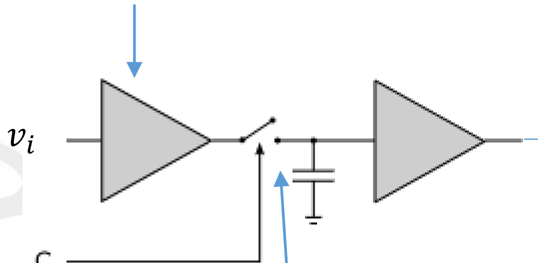
Muestreo de señales, teorema de Nyquist y aliasing

- Para señales continuas y acotadas en frecuencia (hay una f_{max}) es posible su muestreo sin pérdida de información, siempre y cuando la frecuencia de muestreo f_s sea mayor que el doble de f_{max} (así evitamos el aliasing)
- **Teorema de Nyquist →** $\boldsymbol{f_s > 2\, f_{max}}$
- Antes de muestrear una señal casi siempre hay que pasarla por un filtro paso bajo para limitar su ancho de banda (y **OJO**, hay que tener en cuenta que los paso banda no son perfectos, siempre dejan pasar algo por encima de su f_0, de modo que normalmente se busca f_s *claramente mayor que* f_{max} y siempre existirá algo de distorsión por aliasing)
- Si no se cumple el criterio de Nyquist, se producirán solapes entre las réplicas del espectro, (*aliasing)*
- En el dominio del tiempo, muestrear con $f_s < 2\, f_{max}$ se observa como una frecuencia muestreada errónea



El proceso de muestreo y cuantización se hace así

Este circuito se llama “sample & hold” y es el que hace el muestreo

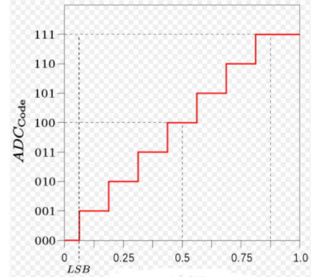


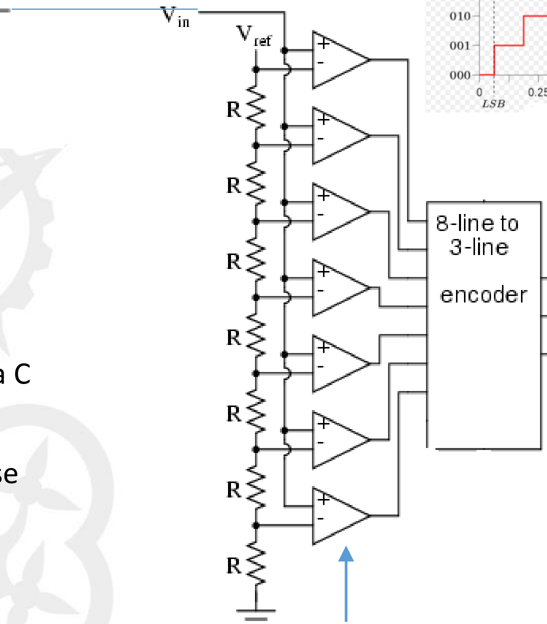
Esta es la señal muestreadora

Cuando se cierra el interruptor, se carga C con una tensión proporcional a la v_i

Y cuando se abre, el valor de la tensión se retiene en el C, de modo que no varía durante el proceso de cuantización

Esquema de codificación con 3 bits





Salida digital con 3 bits por muestra

Esto es un ADC tipo Flash, compara la salida del sample & hold con 7 niveles de referencia, y codifica con 3 bits el esquema de conversión

Muestreo de señales; otras fuentes de error

- Suponiendo que el muestreo con el tren de impulsos ha sido perfecto (cada pulso representa exactamente el nivel de señal en el instante de muestreo), lo que no es cierto… es necesario representar cada muestra con un número (normalmente binario) que necesariamente tiene un nº finito de dígitos
- La diferencia entre el valor "exacto" y el nº al que se hace la aproximación se conoce como "error de cuantización"
- Cuantos más bits se empleen para representar cada muestra, menor el error de cuantización
  - P.e. voz calidad telefónica (solo se pide reconocer la voz). Se muestrea con 8 bits. Como el ancho de banda de la voz se limita para que sea 4 KHz, la tasa de transmisión de 4 KHz x 2 x 8 = 64 Kbit/sg
  - En cambio, el audio calidad CD se muestrea con $f_s = 44{,}1\ KHz$ ($f_{max} = 22\ KHz$, dejando algo de margen para evitar aliasing) y 16 bits, la tasa de transmisión de 44,1 KHz x 8 = 705,6 Kbit/sg