Mecánica de Fluidos

Febrero 2018

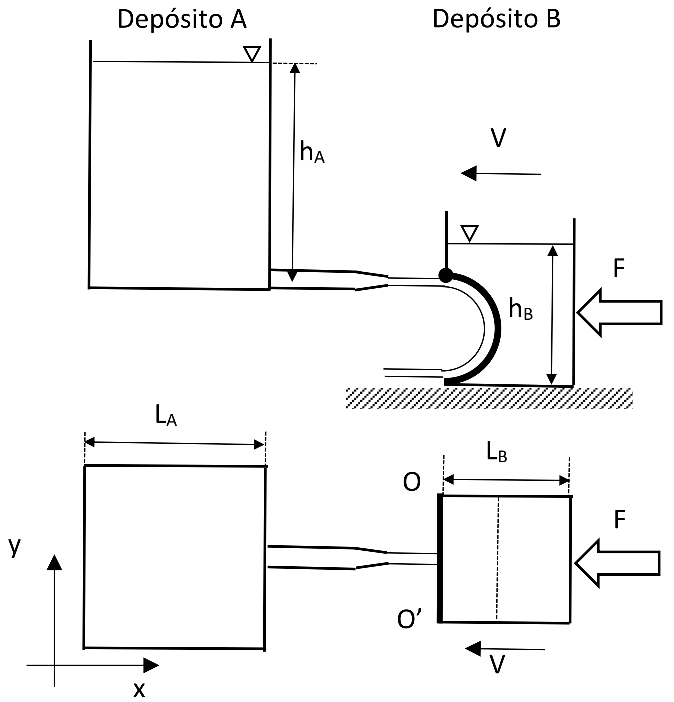
Apellidos, Nombre:

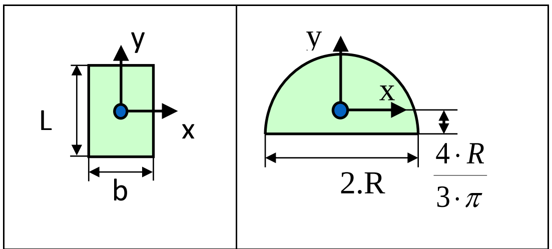
Grupo:

PROBLEMA

El depósito A descarga un chorro de sección constante, a través de una tobera con diámetro d a su salida, sobre una compuerta semicilíndrica de radio R situada en el depósito B. Esta compuerta puede girar con respecto al eje OO'. Se necesita recolocar este depósito B y se arrastra mediante una fuerza F tal y como se muestra en la figura, a velocidad constante V. En ambos depósitos hay agua, que se puede considerar como fluido ideal, llegando a los niveles que se muestran, que se suponen constantes. Ambos depósitos tienen una base cuadrada de lados L_A y L_B, respectivamente. Determinar:

a) La velocidad a la que se desplaza el depósito B, para que la compuerta no se abra.
b) Fuerza de rozamiento del suelo sobre el depósito e indicar su sentido.





$I_{xx} = \frac{1}{12} b L^3$	$I_{xx} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) R^4$

Datos:

h_A =	4	m	h_B =	1.4	m	ρ =	1000	kg/m^3
L_A =	2	m	L_B =	1.5	m	g =	9.81	m/s^2
d =	20	cm	R =	0.5	m	F =	16	kN

Mecánica de Fluidos

Febrero 2018

Apellidos, Nombre:

Grupo:

a)

Para obtener la velocidad de salida de la tobera se aplica Bernoulli entre la superficie libre del depósito A y la salida de la tobera (ambos puntos a presión atmosférica). Al ser fluido ideal, las pérdidas son nulas y por tanto se obtiene la velocidad de Torricelli:

$$\left(\cancel{\frac{p}{\rho g}}+\cancel{\frac{v^2}{2g}}+z\right)_{superficie\ libre}=\left(\cancel{\frac{p}{\rho g}}+\frac{v^2}{2g}+\cancel{z}\right)_{salida}$$

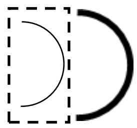
$$V_j=\sqrt{2gh_A}=8.86\ m/s$$

Analizando la fuerza que ejerce el chorro sobre la compuerta, se toma un volumen de control móvil a velocidad V donde únicamente se tiene fluido. De esta forma, la velocidad relativa del fluido al entrar en el volumen de control es:

$$\overrightarrow{V_{re}}=(V_j+V)\vec{\imath}$$

Aplicando la ley de la conservación de la masa al chorro, como mantiene constante su sección, la velocidad relativa de salida es:

$$\overrightarrow{V_{rs}}=(V_j+V)(-\vec{\imath})$$



Según la ley de la conservación de la cantidad de movimiento lineal, la fuerza externa que actúa sobre el volumen de control, la realizaría la compuerta (sobre el fluido). Así:

$$\sum\vec{F}=\cancel{\frac{d}{dt}\iiint_{VC}\rho\vec{v}dV}+\iint_{SC}\rho\vec{v}(\overrightarrow{v_r}\cdot\vec{n})dA$$

En el eje x:

$$F_{compuerta-fluido}=\rho\left(V_j+V\right)\left[-\left(V_j+V\right)\right]A_{chorro}+\rho\left[-\left(V_j+V\right)\right]\left(V_j+V\right)A_{chorro}$$

$$\vec{F}_{compuerta-fluido}=-2\rho(V_j+V)^2A_{chorro}\vec{\imath}$$

Por lo que la fuerza del chorro, es decir, del fluido a la compuerta tendrá sentido contrario:

$$\vec{F}_{chorro}=\vec{F}_{fluido-compuerta}=2\rho(V_j+V)^2A_{chorro}\vec{\imath}$$

que actúa, por simetría, en el punto medio de la compuerta.

Para resolver la posición de equilibrio de la compuerta, se evalúan las componentes de la fuerza hidrostática, tanto en dirección horizontal como vertical.

La componente horizontal se calcula como:

$$\overrightarrow{F_H}=\rho g(h_B-R)\ 2R\ L_B=13243.5(-\vec{\imath})N$$

Y se sitúa a una distancia y_{cp} del centro de área de la placa proyectada sobre un plano vertical.

$$y_{CP}=\rho g\frac{I_{xx}}{F_H}=\frac{R^2}{3(h_B-R)}$$

Mecánica de Fluidos

Febrero 2018

Apellidos, Nombre:

Grupo:

La componente vertical es:

$$\overrightarrow{F_V} = \rho g \frac{\pi}{2} R^2\, L_B = 5778.6\,\vec{j} N$$

Situándose a una distancia $\frac{4R}{3\pi}$ del centro del semicírculo.

Así, aplicando momentos con respecto a O:

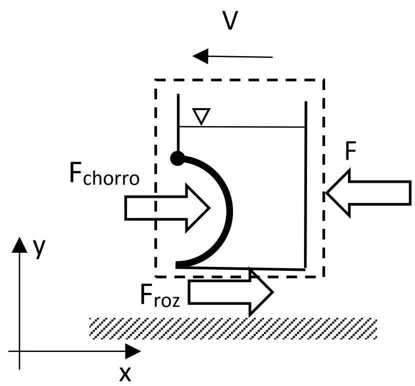
$$F_{chorro}\, R + F_V \frac{4R}{3\pi} = F_H (R + y_{CP})$$

Por lo que despejando la velocidad V, se tiene:

$$V = 5.66\, m/s$$

b)

Usando el siguiente volumen de control, el equilibrio de fuerzas sería:



$$F_{chorro} - F + F_{roz} = 0$$

Por lo que la fuerza de rozamiento queda como:

$$F_{roz} = 2757\vec{\imath}\,\mathrm{N}$$