ICAI – GITI

Mecánica de Fluidos

Tema 4: Dinámica II: Relaciones Diferenciales

Definiciones

- **Gradiente**

-De escalar → Vector:

$$\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}$$

-De vector → Tensor:

$$\vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

$$\nabla\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

- **Teorema de Gauss:**

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{a}\, dV = \iint_S \vec{a} \cdot \vec{n}\, dS$$

- **Divergencia**

-De vector → Escalar: Ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

-De Tensor → Vector:

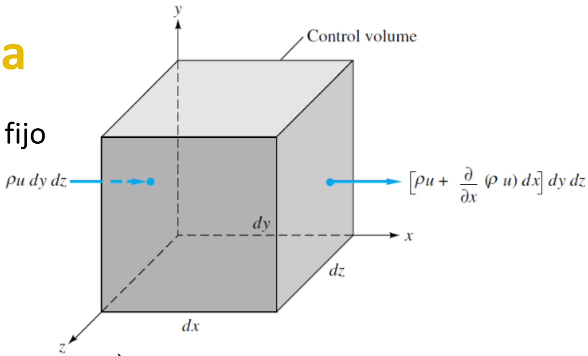
$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\nabla \cdot \tau_{ij} = \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right)\vec{k}$$

$$\iiint_V \nabla \cdot \tau_{ij}\, dV = \iint_S \tau_{ij} \cdot \vec{n}\, dS$$

Ley de la conservación de la masa

- Considerando un volumen de control infinitesimal fijo



$$\frac{d}{dt}\iiint_{VC} \rho dV + \iint_{SC} \rho(\vec{v_r}\cdot\vec{n})dA = 0$$

$$\iiint_{VC} \frac{d\rho}{dt} dV + \iint_{SC} \rho(\vec{v_r}\cdot\vec{n})dA = 0 \Rightarrow \iiint_{VC} \left(\frac{d\rho}{dt} + \nabla\cdot(\rho\vec{v})\right) dV = 0$$

$$\boxed{\frac{d\rho}{dt} + \nabla\cdot(\rho\vec{v}) = 0}$$

- También se le llama ecuación de continuidad. La ecuación desarrollada queda como:

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

- En flujo incompresible, las variaciones son despreciables independientemente de que el flujo sea estacionario o no.

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{v} = 0} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

- El campo de velocidades, la variable más importante en Mecánica de Fluidos, en su forma vectorial cartesiana es:

$$\vec{v} = u(x,y,z,t)\vec{i} + v(x,y,z,t)\vec{j} + w(x,y,z,t)\vec{k}$$

- La aceleración es la derivada total del vector velocidad con respecto al tiempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{du}{dt}\vec{i} + \frac{dv}{dt}\vec{j} + \frac{dw}{dt}\vec{k} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{dz}{dt}\right)\vec{i} \\ \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z}\frac{dz}{dt}\right)\vec{j} \\ \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{dz}{dt}\right)\vec{k} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}u + \frac{\partial u}{\partial y}v + \frac{\partial u}{\partial z}w\right)\vec{i} \\ \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x}u + \frac{\partial v}{\partial y}v + \frac{\partial v}{\partial z}w\right)\vec{j} \\ \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x}u + \frac{\partial w}{\partial y}v + \frac{\partial w}{\partial z}w\right)\vec{k} \end{array}\right.$$

- La derivada total o sustancial, incluye la aceleración local y la aceleración convectiva.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \left(u\frac{d\vec{v}}{dx} + v\frac{d\vec{v}}{dy} + w\frac{d\vec{v}}{dz}\right) = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}}$$

Local Convectiva

- La derivada total o sustancial puede aplicarse a cualquier variable: p, T, etc…

Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

Determinar la componente w para el siguiente flujo estacionario de agua: $u = x^2 + y^2 + z^2; v = xy + yz + z$:

Seleccione una:

- a. $w = -3x + z^2/2 + f(x, y)$
- b. $w = -xz - z + f(x, y)$
- c. $w = -3xz - z^2/2 + f(x, y)$

Si un fluido incompresible circula de forma estacionaria por un conducto que se estrecha en el sentido del flujo:

Seleccione una:

- a. La aceleración convectiva no es nula
- b. Tanto la aceleración local como la aceleración convectiva son nulas
- c. La aceleración local no es nula

Si un flujo es estacionario:

- a. $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$
- b. $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{D\vec{v}}{Dt} = 0$
- c. $\frac{D\vec{v}}{Dt} = 0$

Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

- Considerando un volumen de control infinitesimal fijo

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}\iiint_{VC} \rho\vec{v}dV + \iint_{SC} \rho\vec{v}(\vec{v_r}\cdot\vec{n})dA$$

- Desarrollando únicamente el lado derecho de la ecuación:

$$\frac{d}{dt}\iiint_{VC} \rho\vec{v}dV + \iint_{SC} \rho\vec{v}(\vec{v}\cdot\vec{n})dA \Rightarrow \iiint_{VC} \frac{d(\rho\vec{v})}{dt} + \nabla\cdot(\rho\vec{v}\vec{v})\, dV \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho\frac{d\vec{v}}{dt} + \underbrace{\vec{v}\frac{d\rho}{dt} + \vec{v}\nabla\cdot(\rho\vec{v})}_{\text{C. Masa} = 0} + \rho(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} \Rightarrow \rho\frac{d\vec{v}}{dt} + \rho(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} \Rightarrow \boxed{\rho\frac{D\vec{v}}{Dt}}$$

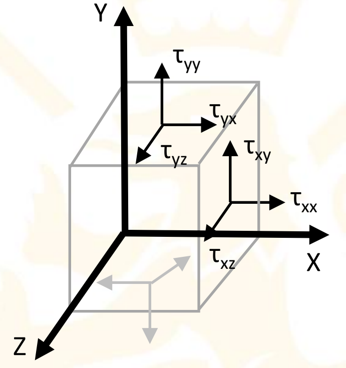
- Desarrollando únicamente el lado izquierdo:

$$\sum \vec{F} = \iiint_{VC} (\rho\vec{g} - \nabla p + \nabla\cdot\tau_{ij})dV \Rightarrow \boxed{\rho\vec{g} - \nabla p + \nabla\cdot\tau_{ij}}$$

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\nabla\cdot\tau_{ij} = \left(\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z}\right)\vec{k}$$



Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

- Finalmente:

$$\boxed{\rho\vec{g} - \nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} = \rho\frac{D\vec{v}}{\mathrm{D}t}}$$

- Ecuación de Euler: flujo no viscoso: $\rho\vec{g} - \nabla p = \rho\frac{D\vec{v}}{\mathrm{D}t}$

- Para un fluido newtoniano, los esfuerzos viscosos son proporcionales a la velocidad de deformación y a la viscosidad. Para flujos incompresibles:

$$\tau_{xx} = 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \tau_{yy} = 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \qquad \tau_{zz} = 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \qquad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

- Ecuaciones de Navier-Stokes: para un fluido newtoniano con densidad y viscosidad constantes

$$\boxed{\rho\vec{g} - \nabla p + \mu\nabla^2\vec{v} = \rho\frac{D\vec{v}}{\mathrm{D}t}}$$

Artículo: Nature

Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

- Desarrollo de las ecuaciones de Navier-Stokes: $$\boxed{\rho\vec{g} - \nabla p + \mu\nabla^2\vec{v} = \rho\frac{D\vec{v}}{Dt}}$$

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}u + \frac{\partial u}{\partial y}v + \frac{\partial u}{\partial z}w\right)\vec{i}$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x}u + \frac{\partial v}{\partial y}v + \frac{\partial v}{\partial z}w\right)\vec{j}$$

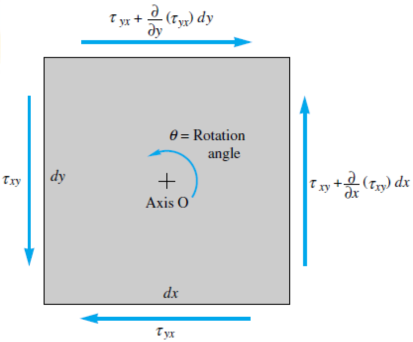
$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x}u + \frac{\partial w}{\partial y}v + \frac{\partial w}{\partial z}w\right)\vec{k}$$

- **Ecuación diferencial del momento cinético:**

- Los únicos esfuerzos que dan momento alrededor de O son los esfuerzos cortantes
- Como la aceleración angular no es infinita, podemos despreciar todos los términos diferenciales de orden superior

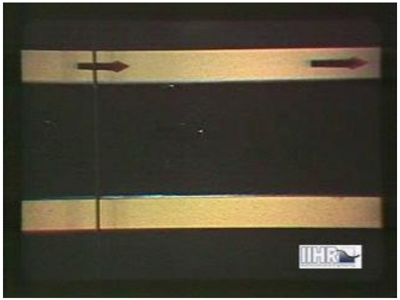
$$\sum\vec{M} = I\alpha = \frac{1}{12}\rho(dxdydz)(dx^2 + dy^2)\alpha = 0$$

- No existe ecuación diferencial del momento cinético. Su resultado es que los esfuerzos de cortadura son simétricos.

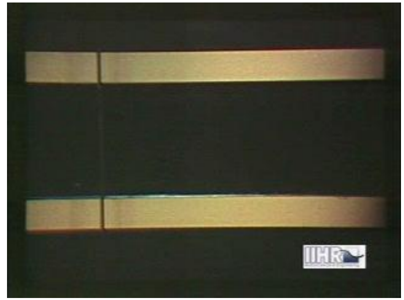


Tipos de flujos

Flujo de Couette

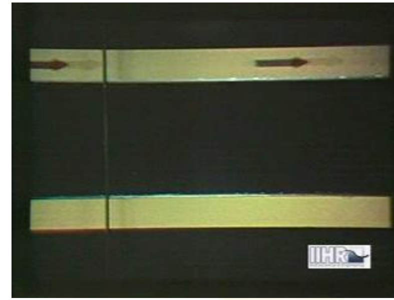


Flujo de Hagen-Poiseuille



Pared móvil

Con gradiente de presiones



- <u>Coordenadas cilíndricas:</u>

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r v_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{{v_\theta}^2}{r}\right) = \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_r}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r}v_r v_\theta\right) = \rho g_\theta - \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)$$

Tipos de flujos

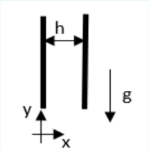
El vector velocidad de un fluido newtoniano e incompresible viene dado por la expresión $\vec{v} = x\vec{i} - (2x+y)\vec{j}$. Las componentes del tensor de esfuerzos cortantes serán:

Seleccione una:

- a. $|\tau_{xx}| \neq |\tau_{yy}| \neq |\tau_{xy}|$
- b. $|\tau_{xx}| = |\tau_{yy}| = |\tau_{xy}|$
- c. $|\tau_{xx}| = |\tau_{yy}| \neq |\tau_{xy}|$

Una película de líquido, de espesor h, asciende de forma estacionaria entre dos paredes verticales. Las paredes son infinitamente anchas y largas. Cuál es la expresión correcta.

- a. $\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\rho g$
- b. $\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho g + \frac{\partial p}{\partial y}$
- c. $\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \rho g - \frac{\partial p}{\partial y}$



El campo de velocidades de un líquido es: $u = bx^2y, v = xy^2$, donde b es una constante. Considerando $g = 0$, entonces, $\partial p/\partial x$ es igual a:

Seleccione una:

- a. $-2\mu y + 3\rho x^3y^2$
- b. $\mu(b+1)\rho x^3y^2$
- c. $-2\mu y - \rho x^3y^2$

Ley de la conservación de la energía

- Considerando un volumen de control infinitesimal fijo

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\iiint_{VC} \rho e dV + \iint_{SC} \rho e(\vec{v_r} \cdot \vec{n}) dA$$

- Despreciando la radiación, se considera sólo la conducción de calor a través de las caras del elemento. Así, usando Fourier:

$$\iiint_V \nabla \cdot (k\nabla T)\, dV$$

- No hay elementos externos: $\dot{W}_{ext} = 0$

- Presión: $\dot{W}_p = \iiint_V \nabla \cdot (p\vec{v})\, dV$

- Viscosidad: $\dot{W}_v = -\iiint_V \nabla \cdot (\vec{v} \cdot \tau_{ij})\, dV$

- Término de la derecha: $\iiint_{VC} \frac{d(\rho e)}{dt} + \nabla \cdot (\rho e\vec{v})\, dV \Rightarrow \boxed{\rho \frac{De}{Dt}}$

$$\boxed{\nabla \cdot (k\nabla T) + \nabla \cdot \left(\vec{v} \cdot \tau_{ij}\right) - \nabla \cdot (p\vec{v}) = \rho \frac{De}{Dt}}$$

Ley de la conservación de la energía

$$\boxed{\nabla \cdot (k\nabla T) + \nabla \cdot (\vec{v} \cdot \tau_{ij}) - \nabla \cdot (p\vec{v}) = \rho \frac{De}{Dt}}$$

- El trabajo que realizan los esfuerzos viscosos se puede dividir: $\nabla \cdot (\vec{v} \cdot \tau_{ij}) = \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \tau_{ij}) + \Phi$
  - Trabajo que los cortantes ejercen sobre una partícula que se mueve como sólido rígido:

$$\vec{v} \cdot (\nabla \cdot \tau_{ij})$$

  - Trabajo que los cortantes ejercen al deformar la partícula: <u>Función de disipación viscosa</u>
  - Para un fluido newtoniano e incompresible:

$$\Phi = \mu \left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right]$$

  - Es siempre positiva, de modo que un flujo viscoso siempre tiende a perder su energía disponible a causa de la disipación, de acuerdo con el segundo principio de la termodinámica

- El trabajo que realiza la presión: $\nabla \cdot (p\vec{v}) = p(\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{v}\nabla p$
  - Cuando el fluido es incompresible: $\nabla \cdot (p\vec{v}) = \vec{v}\nabla p$

Ley de la conservación de la energía

- Sustituyendo los términos desarrollados anteriormente y utilizando la ecuación de la cantidad de movimiento, se obtiene una forma más utilizada de la ecuación diferencial de la energía, en la que no aparece la energía cinética ni la potencial:

$$\boxed{\rho \frac{D\tilde{u}}{Dt} + p(\nabla \cdot \vec{v}) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \Phi}$$

- Es válida para un fluido newtoniano bajo unas condiciones muy generales de flujo no estacionario, compresible, viscoso y conductor de calor: se desprecian la transferencia de calor por radiación y las fuentes internas de calor

- Para poder resolverla junto a las ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes, se necesitan las siguientes simplificaciones: fluido incompresible y propiedades constantes.

$$d\tilde{u} = C dT \qquad\qquad C, \rho, \mu, k \approx \text{constantes}$$

$$\boxed{\rho C \frac{DT}{Dt} = k\nabla^2 T + \Phi}$$

Resumen de las ecuaciones

- Continuidad: $\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}) = 0$
- Cantidad de movimiento: $\rho\vec{g} - \nabla p + \mu\nabla^2\vec{v} = \rho\frac{D\vec{v}}{Dt}$
- Energía: $\rho\frac{D\tilde{u}}{Dt} + p(\nabla \cdot \vec{v}) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \Phi$

5 ecuaciones

9 incógnitas: $\vec{v}(3)$, p, ρ, μ, T, c_v, k

- Añadir leyes de comportamiento: μ(p,T), c_v(T), k(T) = **3**
- Ecuación de estado ρ(p,T) = 1

5+4 = 9 ecuaciones

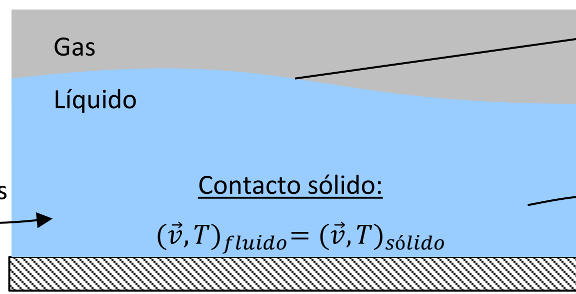
- **Condiciones de contorno:**
  - Si el flujo no es estacionario, deben haber distribuciones espaciales conocidas para cada variable en el instante inicial

Igualdad velocidades

Igualdad de τ

Igualdad de Q normal a interfaz

Ec. Laplace (presiones)

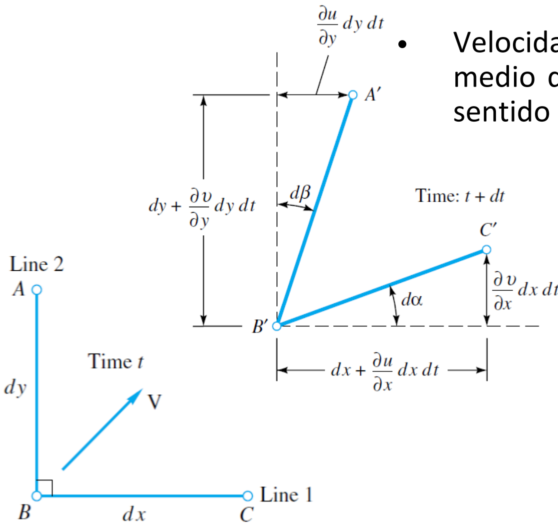


Entrada:
$\vec{v}, p, T$ conocidas

Salida:
$\vec{v}, p, T$ conocidas

Vorticidad

- Dos líneas fluidos AB y BC, perpendiculares entre sí en el instante *t*, se mueven y se deforman de modo que en el instante *t+dt* tienen longitudes ligeramente diferentes, y el ángulo difiere de los 90° iniciales



- Velocidad angular ω_z alrededor del eje z como el valor medio del giro, por unidad de tiempo, de las dos líneas en sentido contrario a las agujas del reloj.

$$\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} - \frac{\partial \beta}{\partial t}\right)$$

- Generalizando, el vector velocidad angular es:

$$\boxed{\vec{\omega} = \frac{1}{2}(\nabla \times \vec{v}) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix}}$$

- Resulta preferible trabajar con el doble: <u>Vorticidad</u> $\boxed{\vec{\xi} = 2\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}}$

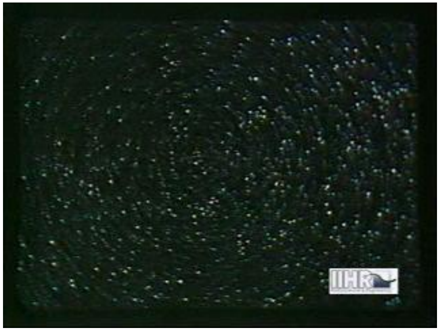
- <u>Velocidad de deformación</u>: Ley de Newton

$$\dot{\varepsilon}_{xy} = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \beta}{\partial t}\right) = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

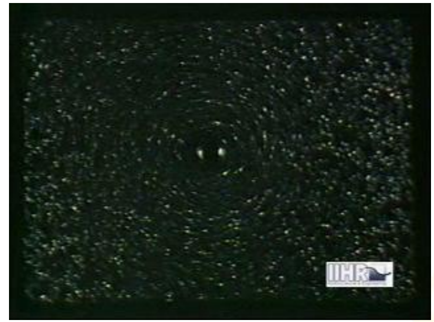
Vorticidad

- Muchos flujos tienen vorticidad nula y reciben el nombre de irrotacionales: $\vec{\xi} = \nabla \times \vec{v} = 0$

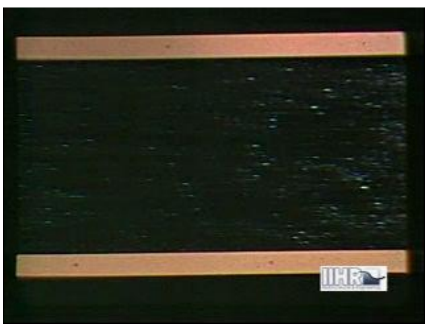
Tanque girando: rotacional



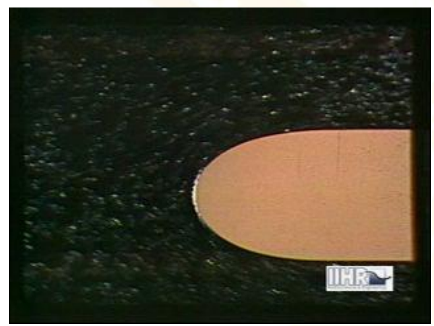
Depósito vaciándose: irrotacional



Flujo interno: rotacional



Lejos de capa límite: irrotacional



Vorticidad

Con un fluido compresible, la obtención de los campos de velocidad, presión y temperatura requiere la resolución de las ecuaciones diferenciales:

- a. De continuidad inicialmente y utilizar el campo de velocidades para resolver conjuntamente las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía.
- b. De continuidad, cantidad de movimiento y energía de forma conjunta.
- c. De continuidad, cantidad de movimiento y energía, en este orden.

Se tiene un flujo con la siguiente velocidad $\vec{v} = Cx\vec{i} + Cy\vec{j} - 2Cz\vec{k}$:

- a. La vorticidad es nula
- b. El flujo es rotacional
- c. La rotacionalidad depende del valor de la constante C