

Nombre y Apellidos:

Mayo 2012

Instrucciones:

- * Cada problema se entregará por separado.
- * Si se utilizan hojas adicionales se deberá poner el nombre en todas ellas
- * Sólo se responderán dudas relativas al enunciado en los primeros 15 minutos del examen.

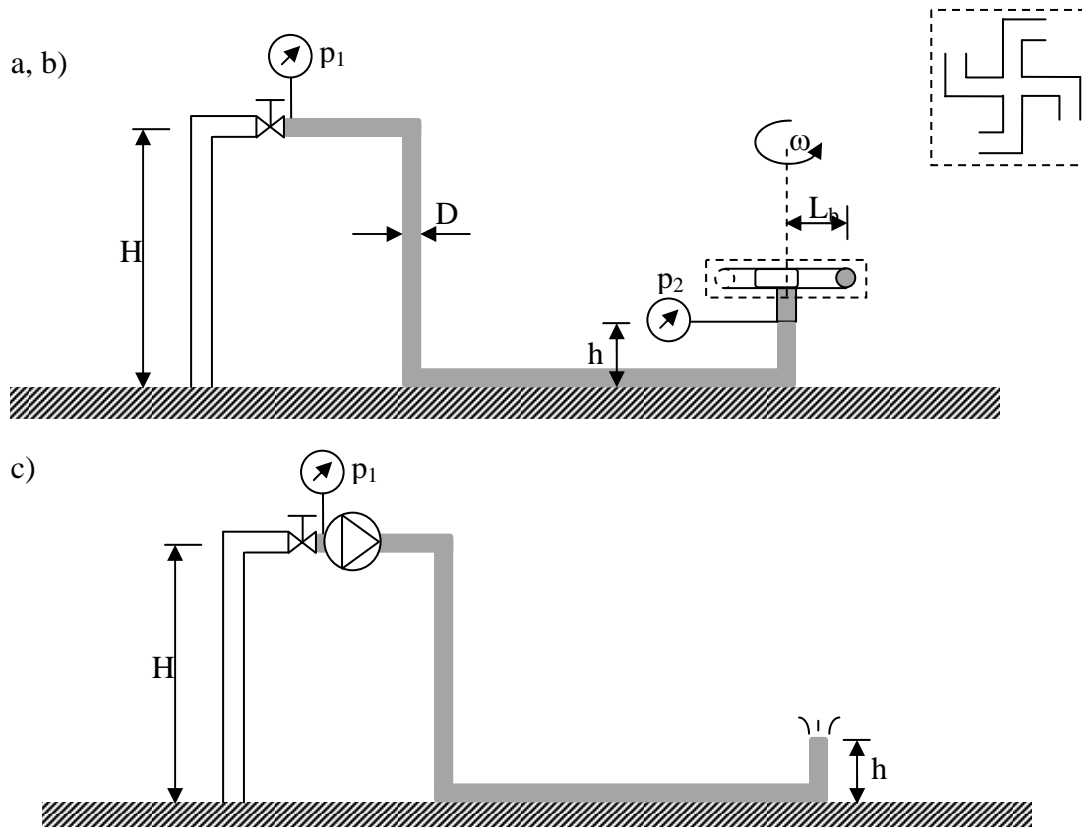
Problema-2

Para regar el césped de un pequeño jardín se usa un aspersor de 4 brazos, donde el agua sale en un plano horizontal. La longitud de los brazos del aspersor es L_b , el área de la sección de salida es A_s y gira sin rozamiento con velocidad ω . El agua se conduce al aspersor mediante una manguera de diámetro D conectada a un grifo, tal como se aprecia en la figura. Sea $\Delta p = p_1 - p_2$ la diferencia de presiones entre la entrada y salida de la manguera, en la que hay dispuestos tres codos de 90° y cuya longitud es L_m . Tomar $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Determinar:

- Caudal que circula por la instalación.
- Diámetro D de la manguera.
- Se elimina el aspersor, se instala una pequeña bomba de 200 W justo a la salida del grifo y se observa que el nuevo caudal es $0,006 \text{ m}^3/\text{s}$ con un diámetro de manguera de $D = 45 \text{ mm}$. Calcular la presión p_1 justo a la entrada de la bomba.

En caso de iterar, obtener un error menor a un 5%. Datos:

L_b	0.25 m	ε	0.02 mm	ω	200 rpm	Δp	0.2 mca
A_s	1 cm ²	ρ_{agua}	1000 kg/m ³	k_{codo}	0.85 -	h	0.2 m
L_m	6 m	μ_{agua}	0.001 kg/m·s	H	0.5 m		



Resolución:

- a. Según el problema 8 de Dinámica I el par exterior para hacer girar el aspersor en sentido contrario a su giro natural viene dado, para un aspersor de 2 brazos, por:

$$\vec{M}_0 = \frac{L \rho Q}{2} \left(\frac{Q}{2A} \cos \alpha + \omega \frac{L}{2} \right) \vec{k}$$

Como el par exterior es nulo en este problema, particularizando resulta:

$$Q = \omega \cdot L_b \cdot 4 \cdot A_s = 0,00209 \text{ m}^3/\text{s}$$

- b. Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} - h_{fm} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

Y como $v_1 = v_2$; $\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = 0,2m$ y $z_1 - z_2 = H - h = 0,3m$ resulta $h_{fm} = 0,5m$.

Por otro lado:

$$h_{fm} = \left(f \frac{L_m}{D} + \sum k \right) \frac{v^2}{2g} = \left(f \frac{L_m}{D} + \sum k \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}$$

Sustituyendo:

$$0,5 = \left(f \frac{6}{D} + 30,85 \right) \frac{8 \cdot 0,00209^2}{g\pi^2 D^4}$$

Aportando la ecuación de Colebrook $f^{-1/2} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} f^{1/2}} \right)$ y $\text{Re} = v \cdot D/\nu$

resulta finalmente: $D = 0,044m$.

- c. Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} - h_{fm} + h_B = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

Donde:

$$v_1 = v_2$$

$$p_2 = 0$$

$$z_1 - z_2 = H - h = 0,3m$$

$$h_{fm} = \left(f \frac{L_m}{D} + \sum k \right) \frac{v^2}{2g} = 3,672m \text{ siendo } v = 3,773 \text{ m/s con } Q = 0,006 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$h_B = \frac{P}{Q \rho g} = 3,398m \text{ con } P = 200 \text{ W}$$

Resulta $p_1 = -0,0256 \text{ Pa}$.