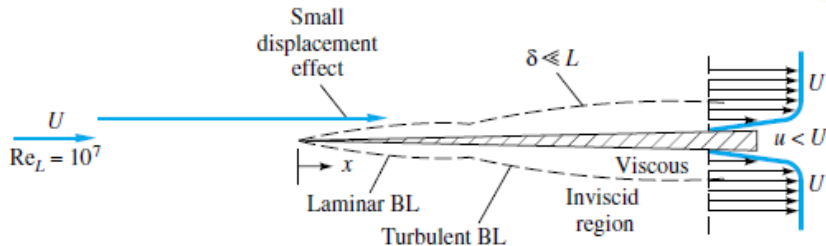


Mecánica de Fluidos

Tema 7: Flujo alrededor de cuerpos

Flujos externos

- Estos flujos presentan efectos viscosos (de cortadura y no deslizamiento) cerca de las superficies del cuerpo y dentro de la estela, pero típicamente son prácticamente no viscosos lejos del cuerpo. Son flujos de *capa límite* no confinados:
 - Aerodinámica: aviones, cohetes, proyectiles...
 - Hidrodinámica: barcos, submarinos, torpedos...
 - Transporte: automóviles, camiones, motos...
 - Ingeniería marina: boyas, rompeolas, tuberías, cables...
- La técnica del análisis de la capa límite puede utilizarse para calcular los efectos viscosos cerca de las paredes sólidas y “acoplar” éstos al movimiento exterior no viscoso. Este acoplamiento es tanto más efectivo cuanto mayor sea el número de Reynolds basado en el cuerpo.



Placa plana

- Las capas viscosas, tanto laminares como turbulentas, son muy delgadas. El espesor δ de la capa límite es el lugar geométrico de los puntos donde la velocidad u paralela a la placa alcanza el 99% del valor de la velocidad exterior U .

$$\frac{\delta}{x} \approx \begin{cases} \frac{5.0}{Re_x^{1/2}} \rightarrow \text{Laminar: } 10^3 < Re_x < 10^6 \\ \frac{0.16}{Re_x^{1/7}} \rightarrow \text{Turbulento: } 10^6 < Re_x \end{cases}$$

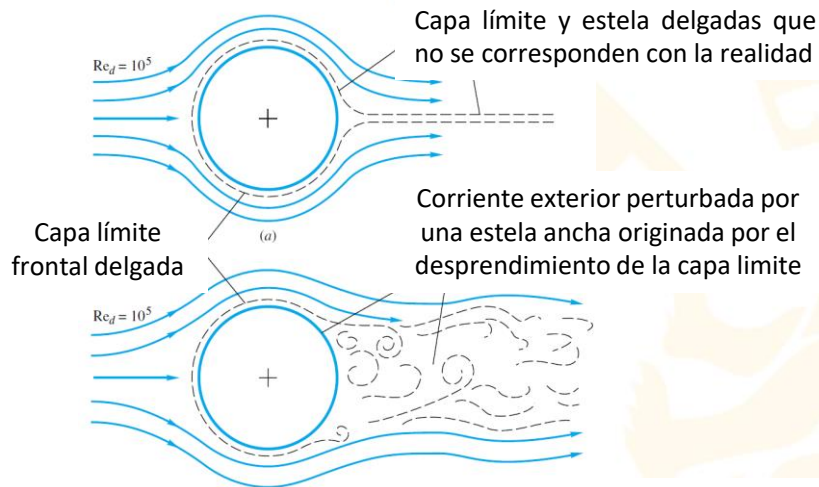
$$Re_x = \frac{Ux}{\nu}$$

Re_x	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
$(\delta/x)_{\text{lam}}$	0.050	0.016	0.005		
$(\delta/x)_{\text{turb}}$			0.022	0.016	0.011

- Para cuerpos romos**, incluso a números de Reynolds muy altos, hay una discrepancia en el concepto de acoplamiento entre la zona viscosa y no viscosa.

Cuerpos romos

- En a) hay una película delgada o capa límite alrededor del cuerpo y una estela viscosa muy delgada en la parte posterior. La teoría de la capa límite funcionaría perfectamente, pero es falsa.
- En el caso real b), la capa límite es delgada en la zona frontal del cuerpo, de incidencia de la corriente, donde la presión decrece a lo largo de la superficie (gradiente de presión favorable). Pero en la parte posterior la capa límite se encuentra con presiones crecientes (gradiente de presión adverso) y se desprende, o separa, formándose una estela amplia y pulsatoria. La corriente principal se deflexa por causa de la estela, de modo que el flujo exterior difiere bastante del que predice la teoría no viscosa modificada sólo por los efectos de una capa límite delgada. Se estudian normalmente de un modo experimental o mediante CFD.



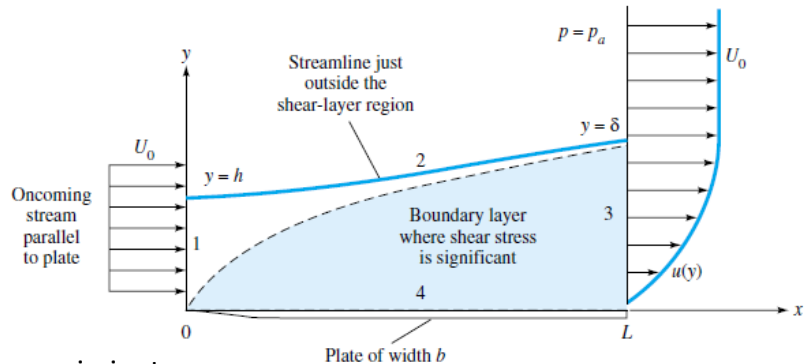
Métodos integrales en la teoría de la capa límite

- Para determinar la fuerza de resistencia (Drag):
- Conservación de la masa:

$$\iint_{SC} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = 0$$

↓

$$U_o h b = \int_0^\delta u_{x=L} b dy$$



- Conservación de la cantidad de movimiento:

$$F_x = -D_{rag} = \int_0^h \rho u(0, y)(\vec{v} \cdot \vec{n}) dA + \int_0^\delta \rho u(L, y)(\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \Rightarrow D = \rho U_o^2 b h - \rho b \int_0^\delta u_{x=L}^2 dy$$

$$\Rightarrow D = \rho b \int_0^\delta u(U_o - u_{x=L}) dy = b \int_0^L \tau_w dx$$

- Para obtener un resultado numérico para flujo laminar, Kármán supuso que los perfiles de velocidad eran aproximadamente parabólicos.
- Esta estimación es sólo un 10% por encima de la solución exacta.
- Se origina un desplazamiento pequeño, pero finito, en las líneas de corriente exteriores.

Ecuaciones de la capa límite

- Haciendo hipótesis sobre los órdenes de magnitud, se pueden simplificar mucho las ecuaciones de Navier-Stokes.
- Predice la separación de la corriente en presencia de gradientes de presión adversos.
- Prandtl: la capa de cortadura debe ser muy delgada si el número de Reynolds es grande:

Capa límite: $Re = \frac{Ux}{\nu} \gg 1$

$$\left. \begin{array}{l} v \ll u \\ \frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \ll \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ p \approx p(x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Continuidad} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cantidad de movimiento} \\ \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v \approx U \frac{dU}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \\ \tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \end{array} \right.$$

Región exterior no viscosa: $\frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} + z = cte \Rightarrow \frac{dp}{dx} = -\rho U \frac{dU}{dx}$

- El término del gradiente de presiones se considera conocido de antemano por medio de Bernoulli aplicada a la corriente exterior no viscosa ($\frac{\partial p}{\partial y} = 0$).
- Estas ecuaciones deben resolverse para determinar $u(x, y)$ y $v(x, y)$, con $U(x)$ conocida del análisis del flujo exterior no viscoso.

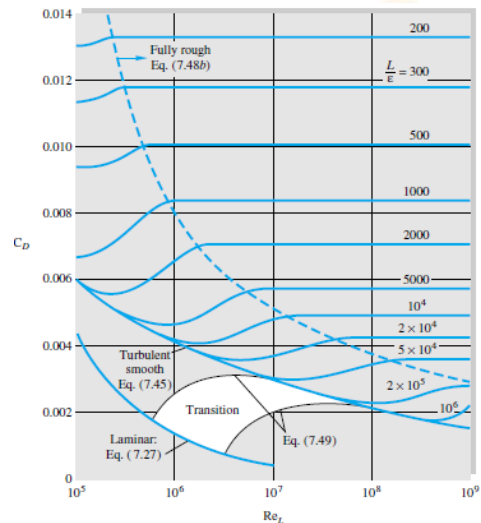
Ecuaciones de la capa límite

- Hay dos condiciones de contorno:
 - En $y = 0$ (pared): $u = v = 0$
 - Cuando $y = \delta(x)$, corriente exterior: $u = U(x) \Rightarrow$ Acoplamiento
- Al contrario que las ecuaciones de Navier-Stokes, que son elípticas y deben resolverse simultáneamente en todo el campo fluido, las ecuaciones de la capa límite son parabólicas y se resuelven comenzando en el borde de ataque avanzando aguas abajo hasta donde se desee, deteniéndose en el punto de separación o antes.
- Las ecuaciones de la capa límite se han resuelto en muchos casos, de flujo interno y externo, laminares y turbulentos.

Solución de placa plana:

- Solución análoga al diagrama de Moody.
- C_D es el coeficiente de resistencia para toda la longitud de la placa (integrando el análogo de f , aquí c_f , a lo largo de la placa).
- Superficies comerciales $Re_{x,transición} \approx 5 \cdot 10^5$

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$



Capa límite con gradiente de presión

- En condiciones de gradiente de presión favorable ($\partial p / \partial x < 0$), no hay separación.
- En la corriente sobre un cuerpo sumergido, el gradiente favorable se da en la parte frontal del cuerpo y el adverso en la parte posterior.
- En la pared $u = v = 0$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v \approx U \frac{dU}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial y} = -\rho U \frac{dU}{dx} = \frac{dp}{dx} \Rightarrow \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{pared} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$$



Gradiente Favorable

$$\frac{dU}{dx} > 0$$

$$\frac{dp}{dx} < 0$$

Sin separación

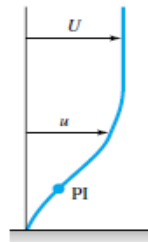


Gradiente Nulo

$$\frac{dU}{dx} = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = 0$$

Sin separación

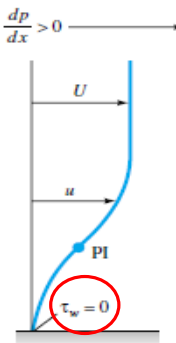


Gradiente adverso ligero

$$\frac{dU}{dx} < 0$$

$$\frac{dp}{dx} > 0$$

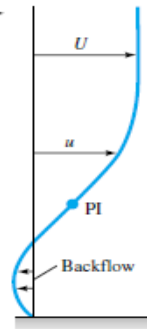
Sin separación



Gradiente adverso crítico

No deslizamiento en la pared

Separación

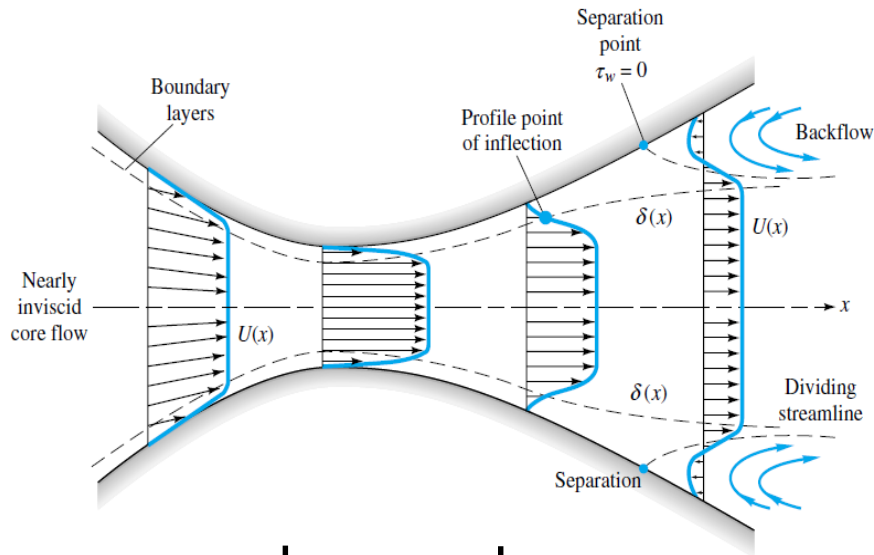


Gradiente adverso fuerte

Flujo inverso en pared

Regiones de flujo separadas

Capa límite con gradiente de presión



Tobera:
Presión y
área

Velocidad
creciente

Gradiente
favorable

Garganta:
Presión y
área

Velocidad
constante

Gradiente
nulo

Difusor
Presión y
área

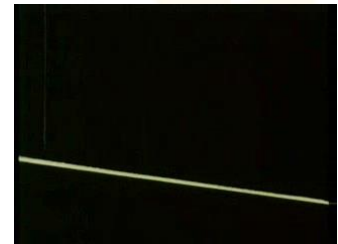
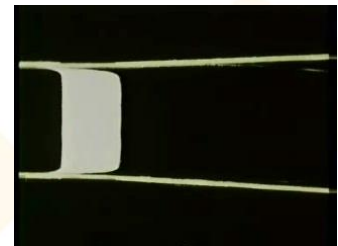
Velocidad
decreciente

Gradiente adverso: la
capa límite se
engrosa

Tobera

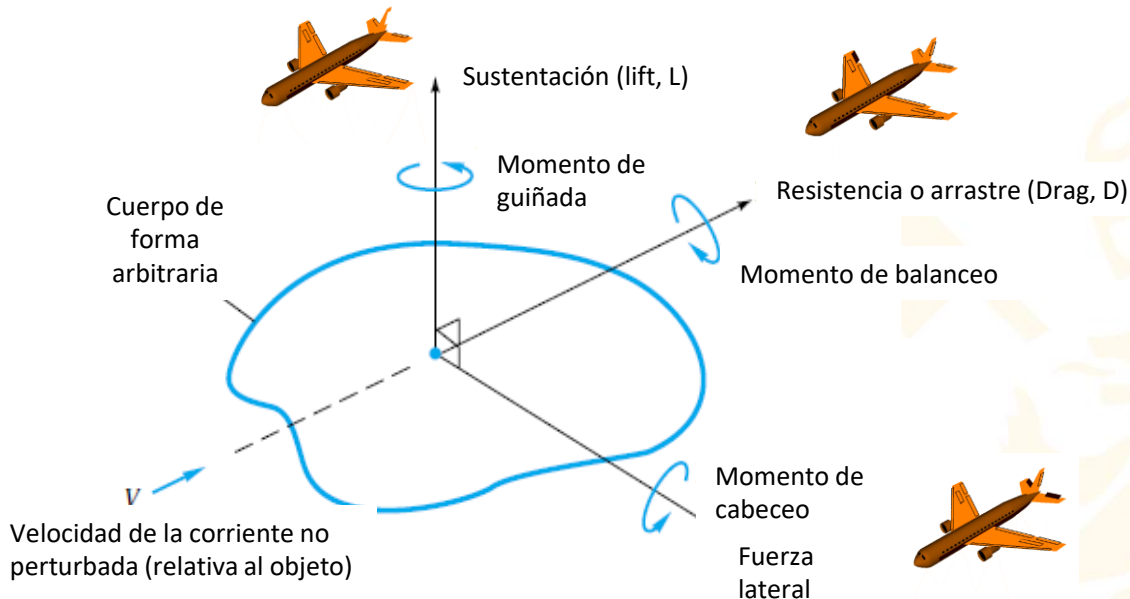


Difusor



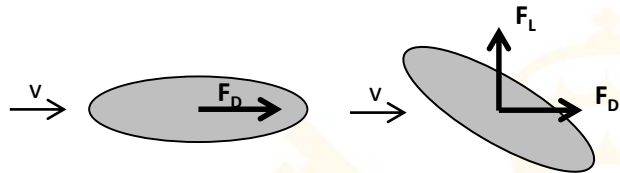
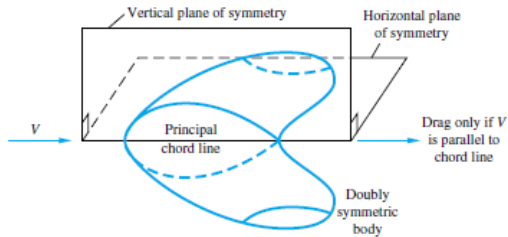
Experimentación en flujos externos

- A causa de la separación, la teoría no permite un cálculo cuantitativo completo del campo fluido.
- En la actualidad no hay ninguna teoría satisfactoria para determinar las fuerzas sobre un cuerpo cualquiera sumergido en una corriente a un número de Reynolds arbitrario.
- Soluciones: experimentación y CFD.
- Se elige un eje paralelo a la corriente no perturbada, positivo aguas abajo.



Experimentación en flujos externos

- Cuando el cuerpo es simétrico con respecto al plano formado por los ejes de sustentación y resistencia (aviones, barcos, coches...), la fuerza lateral y los momentos de guiñada y balanceo desaparecen, reduciéndose el problema al caso bidimensional (2D): dos fuerzas, sustentación y resistencia, y un momento, el de cabeceo.
- Cuando el cuerpo tiene dos planos de simetría (cilindros, alas y todos los cuerpos de revolución), y la corriente no perturbada es paralela a la intersección de estos dos planos (cuerda principal del cuerpo), habrá resistencia, pero no habrá sustentación, ni fuerza lateral ni momentos.



• Fuerza de resistencia:

- A baja velocidad, $C_D = f(Re)$, donde el Reynolds es función de la velocidad no perturbada y una longitud característica del cuerpo.
- El área:
 - Área frontal: cuerpos gruesos: esferas, cilindros, coches, misiles, proyectiles y torpedos.
 - Área en planta: cuerpos anchos y planos, tales como alas e hidroalas.
 - Área mojada: en barcos y lanchas.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

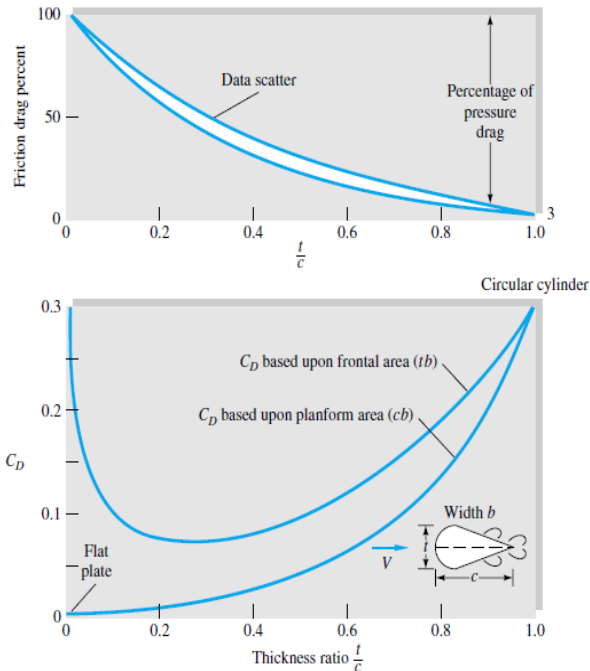
Resistencia de presión y de fricción

- La diferencia entre las altas presiones en la región frontal de remanso y las bajas presiones en la región posterior del cuerpo donde la corriente está desprendida da lugar a una contribución a la resistencia denominada resistencia de presión. Esta debe añadirse a la integral extendida a toda la superficie del cuerpo del esfuerzo en la pared, o resistencia de fricción del cuerpo, a la que a menudo supera, para obtener la resistencia total:

$$C_D = C_{D,pres} + C_{D,fric}$$

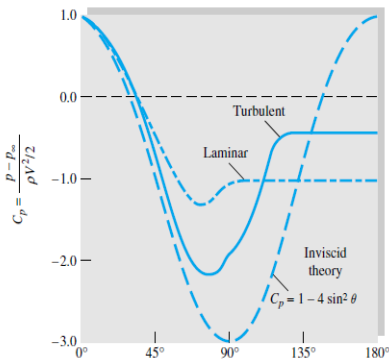
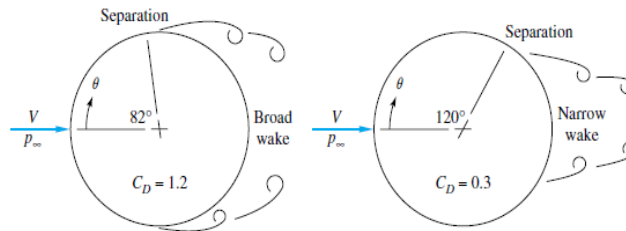
- Cuando el espesor es igual a la cuerda ($t=c$), caso de un cilindro circular, la resistencia de fricción es sólo alrededor del 3% del total.
- El C_D varía según se base en el área frontal o en planta, siendo esta última la habitual para este tipo de cuerpos.
- Barcos:**

$$C_D = C_{D,olas} + C_{D,fric}$$

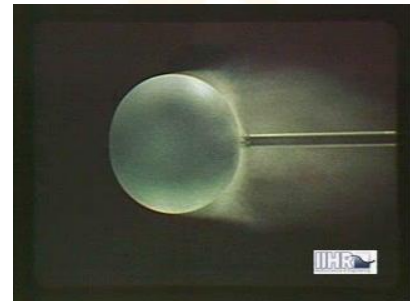


Resistencia de presión y de fricción

- Cilindro circular:
 - El flujo laminar es muy vulnerable a los gradientes adversos en la parte posterior del cuerpo y la separación aparece en $\theta = 82^\circ$. La amplia estela y la baja presión en la región desprendida da lugar a una gran resistencia $C_D = 1.2$.
 - La capa límite turbulenta es más resistente a la separación, que se retrasa hasta $\theta = 120^\circ$. Esto da lugar a una estela más pequeña y presiones más altas en la parte posterior del cuerpo, por lo que el coeficiente de resistencia es un 75% más bajo, $C_D = 0.3$.

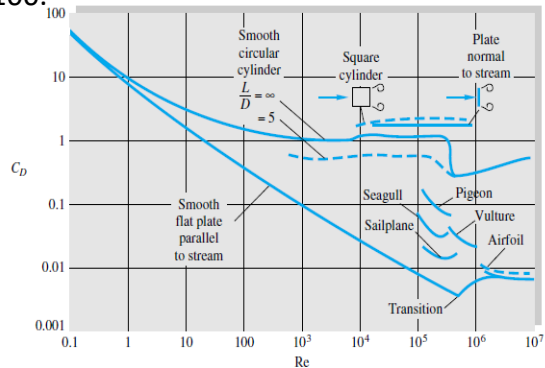
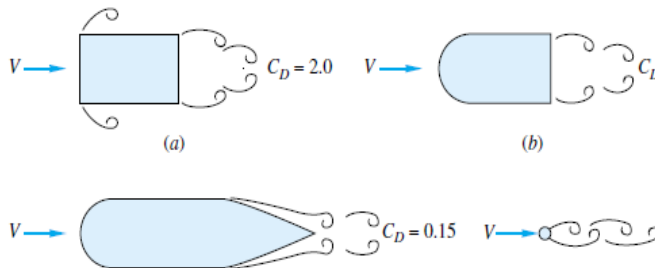


- Las pelotas de golf tienen hoyuelos para asegurar deliberadamente una capa límite turbulenta y tener menor resistencia.

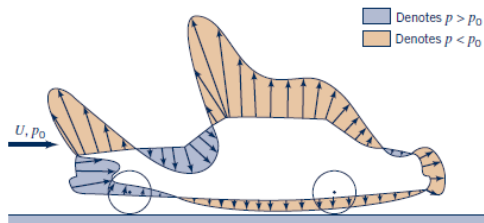


Resistencia de cuerpos sumergidos

- Hay que resaltar la importancia que tiene carenar o fuselar los cuerpos para reducir su resistencia a números de Reynolds por encima de 100.



- Es necesario el uso de tablas:



Wikipedia: drag coches

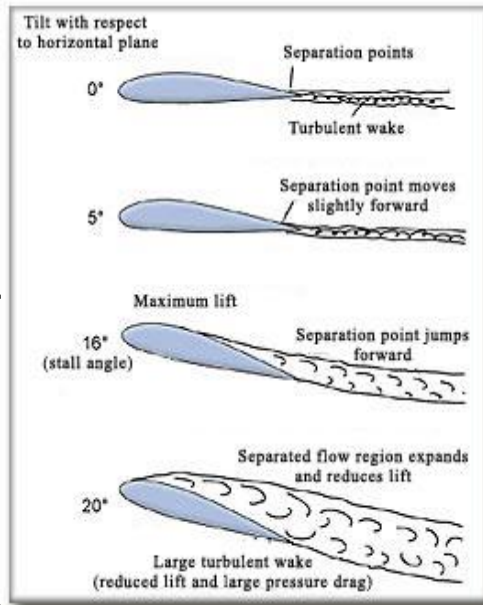
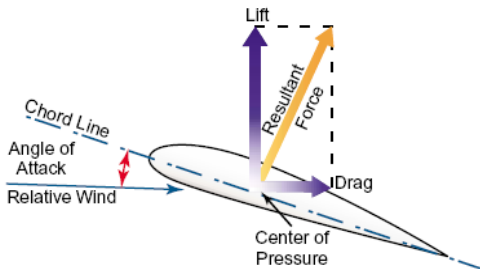
Table 7.3 Drag of Three-Dimensional Bodies at $Re \geq 10^5$

Body		C_D based on frontal area		Body		C_D based on frontal area	
Cube:		1.07		Cone:		θ : 10° 20° 30° 40° 60° 75° 90°	
		0.81				C_D : 0.30 0.40 0.55 0.65 0.80 1.05 1.15	
Cup:		1.4		Short cylinder, laminar flow:		L/D : $\frac{1}{D}$ $\frac{2}{D}$ $\frac{3}{D}$ $\frac{5}{D}$ $\frac{10}{D}$ $\frac{20}{D}$ $\frac{40}{D}$ ∞	
		0.4				C_D : 0.64 0.68 0.72 0.74 0.82 0.91 0.98 1.20	
Disk:		1.17		Porous parabolic dish [23]:		Porosity: 0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5	
Parachute (Low porosity):		1.2				C_D : 1.42 1.33 1.20 1.05 0.95 0.82	
				Average person:		$C_D A \approx 9 \text{ ft}^2$ $C_D A \approx 1.2 \text{ m}^2$	
				Pine and spruce trees [24]:		U , m/s: 10 20 30 40	
						C_D : 1.2 ± 0.2 1.0 ± 0.2 0.7 ± 0.2 0.5 ± 0.2	

Fuerzas sobre cuerpos sustentadores

- Los cuerpos sustentadores (perfiles, hidroalas o álabes) pretenden proporcionar grandes fuerzas perpendiculares a la corriente no perturbada ofreciendo la mínima resistencia. Los diseños convencionales han desarrollado formas no muy diferentes de las alas de los pájaros: delgadas con un borde de ataque redondeado y borde de salida agudo.
- $C_L = f(\alpha, Re)$, $C_D = f(\alpha, Re)$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_{planta}}$$

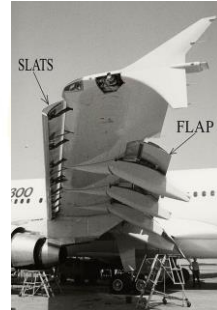
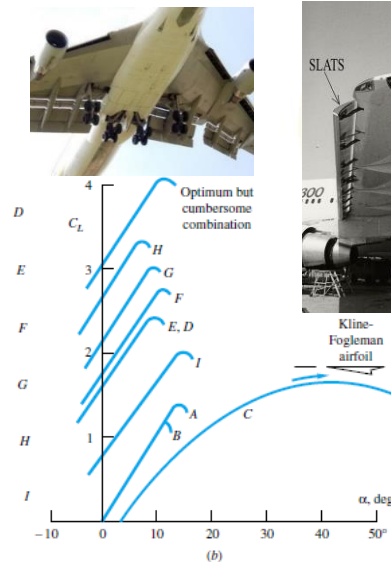
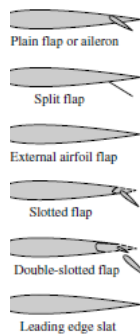
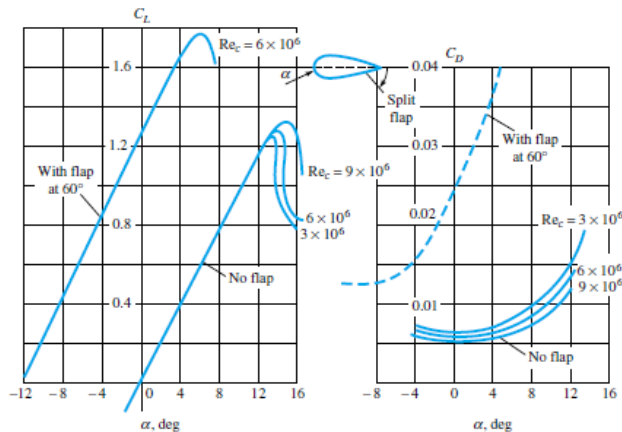


Pérdida:

↑ Resistencia
↓ Sustentación

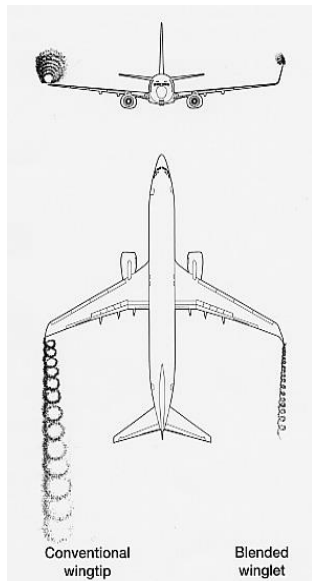
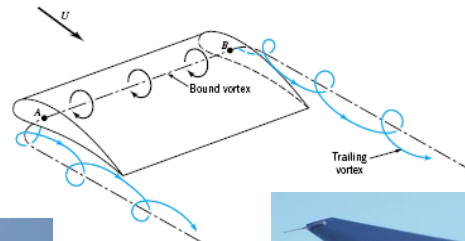
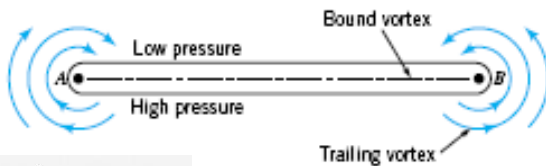
Fuerzas sobre cuerpos sustentadores

- El efecto de aumentar el Reynolds se traduce en un incremento de la sustentación máxima y del ángulo de entrada en pérdida, así como una disminución de resistencia.
- En el despegue o aterrizaje se aumenta la sustentación considerablemente deflectando un flap de intradós. Esto hace que el perfil sea no simétrico, cambiando el ángulo de sustentación nula. A causa del flap también aumenta la resistencia, pero la reducción de las distancias de despegue y aterrizaje justifican la necesidad de una potencia adicional en los motores.
- Los aviones vuelan en regímenes de crucero a ángulos de ataque pequeños, cuando la sustentación es mucho mayor que la resistencia.



Fuerzas sobre cuerpos sustentadores

- Vórtices marginales o en el extremo de ala: en caso de sustentación, el fluido de alta presión se mueve hacia la parte superior de baja presión.



Vídeo Vórtices

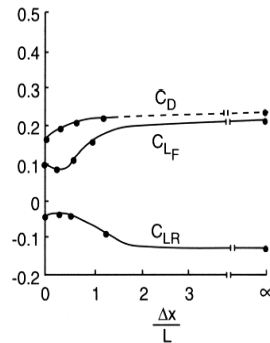
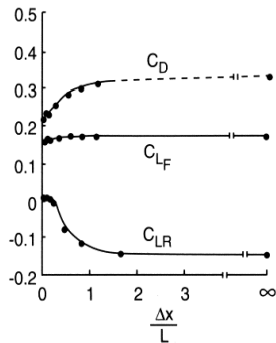
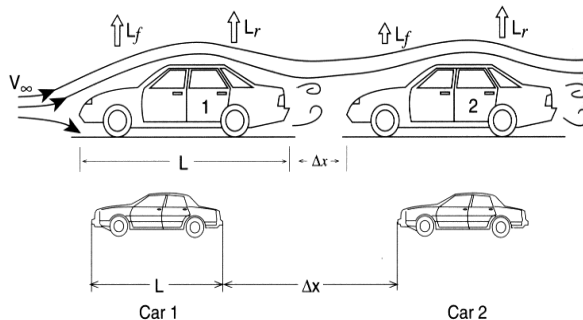
Vídeo A380

Vídeo Eurofighter

Vídeo F1

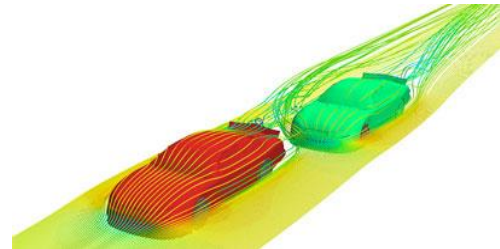
Fuerzas sobre cuerpos sustentadores

- Rebufo o drafting: implica la aproximación de un cuerpo en movimiento a otro en movimiento desde atrás y el cuerpo que se aproxima parece que se succiona hacia la región de baja presión formada en la parte posterior de otro cuerpo en movimiento.



Vídeo

Vídeo Citroën



Fuerzas sobre cuerpos sustentadores

- Efecto Magnus: cuando un cilindro (o esfera) gira, la superficie arrastra al fluido debido a la condición de no deslizamiento. Esto genera una asimetría en el flujo, variando los valores de presión en la zona superior en inferior.
- Los coeficientes de arrastre y sustentación dependen por tanto de la velocidad de rotación.

Vídeo Fútbol

