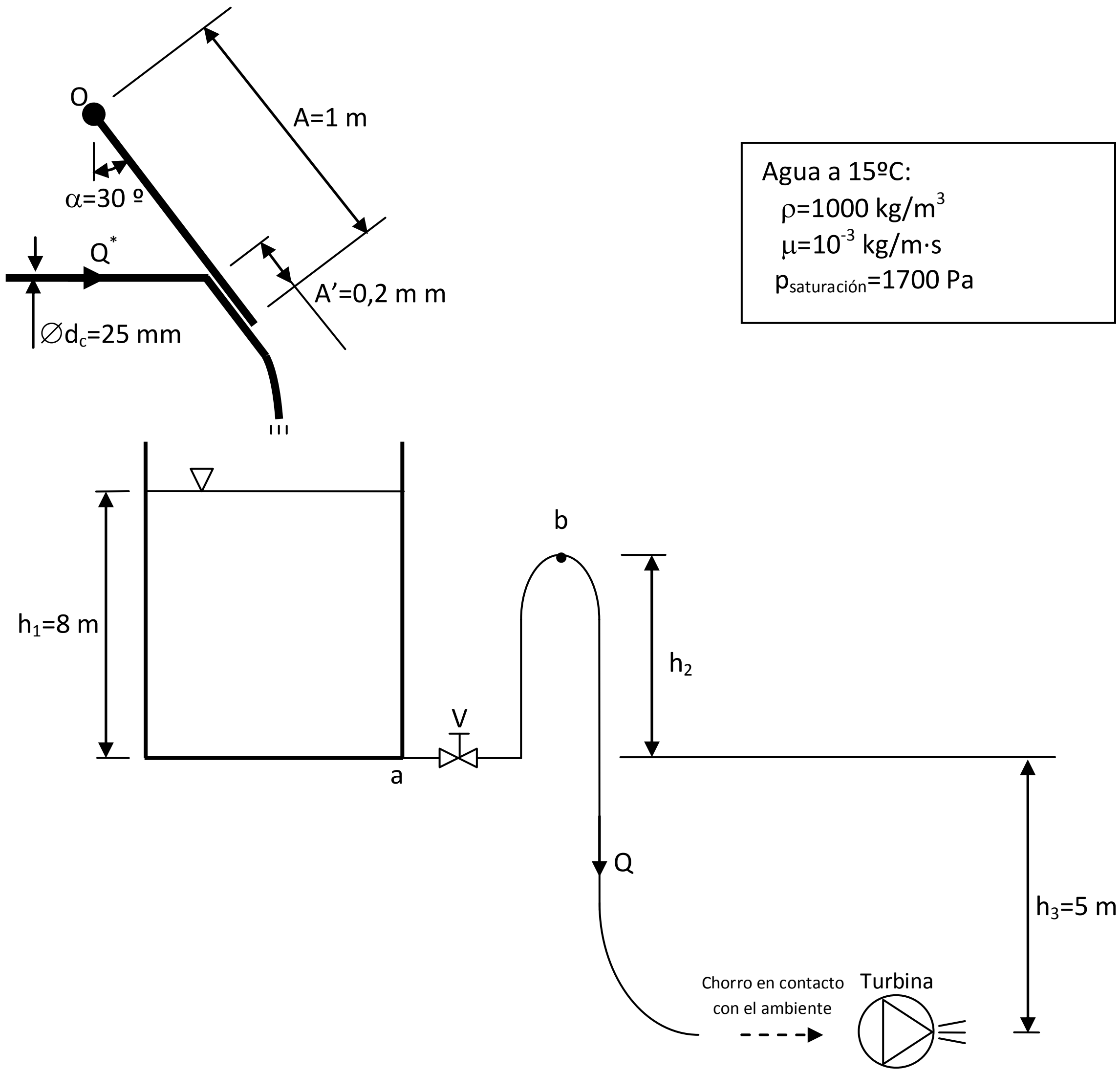

a) **(3,5 puntos)** Según se muestra en la parte superior de la figura, un deflector articulado en O está desviado un ángulo de α por la acción de un chorro de agua de diámetro d_c que impacta a una distancia A' del borde inferior. El deflector es cuadrado de lado A y su peso vale W=100 N. La fricción entre el agua y el deflector es despreciable. **Calcular el caudal Q^* que incide sobre el deflector para mantenerlo en equilibrio en la posición indicada.**

b) **(3,5 puntos)** Conectado al depósito de la figura hay una tubería (L=150 m, d=50 mm) que descarga un chorro al ambiente. Hay instalada una válvula V (k_V=3,5), siendo el coeficiente de pérdida de carga de la conexión depósito-tubería k_a=0,5. Despreciar la pérdida de carga en los codos. Supuesto que el caudal que atraviesa la instalación es Q=0,003 m^3/s, **calcular la rugosidad ε de la tubería.**

c) **(1 punto)** Para el caudal Q=0,003 m^3/s, ¿**cuál es la potencia máxima** que podría extraerse en una turbina hidráulica a partir de la energía del chorro al final del conducto si éste acaba en una boquilla con diámetro 15 mm?.

d) **(2 puntos)** Para el caudal Q=0,003 m^3/s, **calcular la altura h_2** para que se inicie cavitación. Presión ambiente p_{amb}=93000 Pa; longitud tramo ab L_{ab}=27 m.

Resolución:

Apartado a)

a.1. Por cantidad de movimiento

Para un volumen de control que incluye el chorro, la fuerza F que actúa sobre éste es:

$$\vec{F}=\dot{m}\left[v\left(\sin\alpha\,\vec{i}-\cos\alpha\,\vec{j}\right)-\left(v\vec{i}\right)\right]=-\dot{m}\,v\left[\left(1-\sin\alpha\right)\vec{i}+\cos\alpha\,\vec{j}\right]$$ (1,5 ptos)

Y la reacción sobre el deflector F*:

$$\vec{F}^{*}=-\vec{F}=\dot{m}\,v\left[\left(1-\sin\alpha\right)\vec{i}+\cos\alpha\,\vec{j}\right] \qquad (1)$$

Momentos respecto a O de las fuerzas que actúan sobre el deflector:

$$-W\frac{A}{2}\sin\alpha+F_x^{*}(A-A')\cos\alpha+F_y^{*}(A-A')\sin\alpha=0 \qquad (2)$$ (1,5 ptos)

Teniendo en cuenta que $\dot{m}v=\frac{\rho\,Q^2}{a}$, combinando (1) y (2):

$$Q=\sqrt{\frac{W\,A\,a\,(\tan\alpha)}{2\,\rho\,(A-A')}}=0{,}00421\ \frac{m^3}{s}$$ (0,5 ptos)

a.1. Por momento cinético

Para un volumen de control que incluya el deflector y el chorro (momentos respecto a O):

$$-W\frac{A}{2}\sin\alpha=-\dot{m}\,v\left(A-A'\right)\cos\alpha$$ (3 ptos)

Teniendo en cuenta que $\dot{m}v=\frac{\rho\,Q^2}{a}$, resulta:

$$Q=\sqrt{\frac{W\,A\,a\,(\tan\alpha)}{2\,\rho\,(A-A')}}=0{,}00421\ \frac{m^3}{s}$$ (0,5 ptos)

Apartado b)

Aplicando Bernoulli entre la superficie libre del depósito (punto 1) y la salida de la tubería (punto 2):

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\alpha_1\frac{v_1^2}{2g}-h_{fm}=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\alpha_2\frac{v_2^2}{2g} \rightarrow h_{fm}=h_1+h_3-\frac{v^2}{2g}=12{,}88\ m$$ (1 pto)

donde $p_1=p_2=v_1=0$, $v_2=v=Q/A=1{,}53$ m/s y como Re=76394 (turbulento) $\rightarrow\alpha_2=1$.

Por otro lado:

$$h_{fm}=\left(f\frac{L}{D}+k_a+k_v\right)\frac{v^2}{2g} \rightarrow f=0{,}03475$$ (1 pto)

$$\frac{1}{f^{1/2}}=-2{,}0\,log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}+\frac{2{,}51}{Re\,f^{1/2}}\right) \rightarrow \varepsilon=0{,}3521\ mm$$ (1,5 ptos)

Apartado c)

$$P = Q\rho g H_{chorro} \qquad \text{(0,2 pto)}$$

$$H_{chorro} = \frac{p}{\rho\, g} + z + \frac{v_{chorro}^2}{2g} = \frac{v_{chorro}^2}{2g} \quad \text{(0,8 pto)}$$

$$P = Q\rho \frac{v_{chorro}^2}{2} = \rho \frac{Q^3}{2a^2} = 432{,}3\ W$$

Siendo $v_{chorro}=Q/A_{boquilla}=16{,}98$ m/s

Apartado d)

Aplicando Bernoulli (en presiones absolutas) entre la superficie libre del depósito (punto 1) y el punto b:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_{fm} = \frac{p_b}{\rho g} + z_b + \frac{v^2}{2g} \quad \rightarrow \quad \frac{p_{amb}}{\rho g} + h_1 - h_{fm} = \frac{p_{sat}}{\rho g} + h_2 + \frac{v^2}{2g} \quad (3) \quad \text{(1 pto)}$$

Por otro lado:

$$h_{fm} = \left(f\frac{L_{ab}}{D} + k_a + k_v\right)\frac{v^2}{2g} \qquad (4) \quad \text{(1 pto)}$$

Combinando (3) y (4):

$$h_2 = \frac{p_{amb} - p_{sat}}{\rho g} + h_1 - \left(f\frac{L_{ab}}{D} + k_a + k_v + 1\right)\frac{v^2}{2g}$$

Con f=0,03475 y v=1,53 m/s del apartado anterior resulta: h_2=14,5 m

También puede resolverse aplicando Bernoulli el punto b y la salida de la tubería (k=0), punto 3:

$$\frac{p_b}{\rho g} + z_b + \frac{v^2}{2g} - h_{fm} = \frac{p_3}{\rho g} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g} = \quad \rightarrow \quad \frac{p_{sat}}{\rho g} + h_2 - h_{fm} = \frac{p_{amb}}{\rho g} - h_3 \qquad (5)\ \text{(1 pto)}$$

Por otro lado:

$$h_{fm} = f\frac{L\text{-}L_{ab}}{D}\frac{v^2}{2g} \qquad (6) \quad \text{(1 pto)}$$

Combinando (5) y (6):

$$h_2 = \frac{p_{amb}\text{-}p_{sat}}{\rho g}\text{-}h_3 + f\,\frac{L\text{-}L_{ab}}{D}\,\frac{v^2}{2g} = 14{,}5\ m$$

Con f=0,03475 y v=1,53 m/s.