Mecánica de Fluidos

Mayo 2016

Apellidos, Nombre:

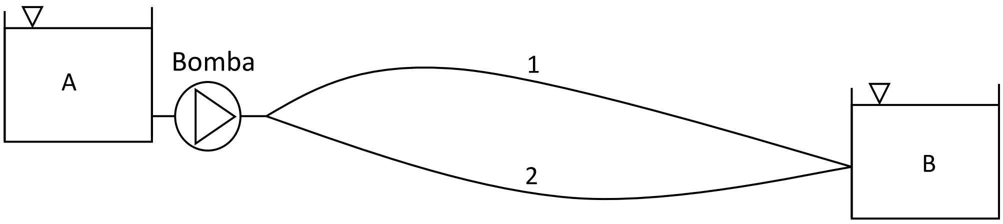
Grupo:

PROBLEMA 2

Los depósitos A y B de grandes dimensiones están conectadas por dos tuberías 1 y 2 en paralelo. A la entrada de las tuberías hay dispuesta una bomba que trabaja con una altura efectiva h_b=15 m. Despreciar la pérdida de carga del tramo de tubería donde está instalada la bomba así como todas las pérdidas de carga secundarias.

Tuberías: L_1=100 m, D_1=40 mm, ε_1=0,04 mm, L_2=175 m, D_2=70 mm, ε_2=0,04 mm.

Agua: ρ=1000 kg/m^3; μ=10^{-3} kg/m·s



a) (7 puntos) Calcular la diferencia de cotas entre las superficies libres de ambos depósitos si el caudal de agua que se trasvasa de A a B es de 21 l/s. B puede quedar por debajo o por encima de A.

b) (3 puntos) La bomba se sustituye por otras dos, de la mitad del tamaño que la original, pero de forma que entre ambas aportan el mismo caudal que originalmente (21 l/s). Suponiendo que el caudal depende del Reynolds y de la velocidad de rotación, que se mantiene la semejanza de Reynolds entre la bomba original y las que sustituyen, calcular la relación de velocidad de rotación entre la bomba original (ω_1) y aquellas (ω_2).

<u>Resolución</u>

a) Se aplica Bernoulli desde la superficie libre del depósito A al B, a través de la tubería 1 y también a través de la tubería 2.

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \cancel{\frac{p_B}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_B^2}{2g}} + z_B - h_B + h_{f_1}$$

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \cancel{\frac{p_B}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_B^2}{2g}} + z_B - h_B + h_{f_2}$$

Restando ambas ecuaciones, queda la ecuación del paralelo: $h_{f_1} = h_{f_2}$

Así:

$$f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{v_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{v_2^2}{2g} \quad (1)$$

Por otro lado, teniendo en cuenta la ley de la conservación de la masa:

$$Q = Q_1 + Q_2 = v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} + v_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \quad (2)$$

Mecánica de Fluidos

Mayo 2016

Apellidos, Nombre:

Grupo:

Para resolver el sistema completo, es necesario hacer la suposición de régimen turbulento, y por tanto añadir dos ecuaciones más:

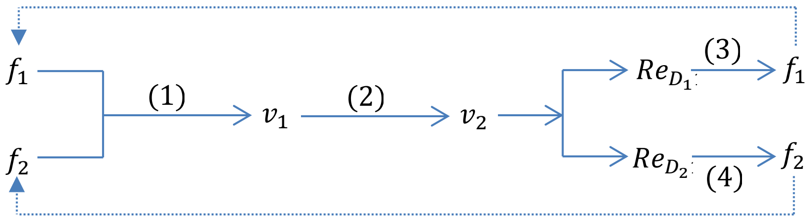
$$\frac{1}{\sqrt{f_1}} = -2log\left(\frac{\varepsilon_1/D_1}{3.7} + \frac{2.51}{Re_{D_1}\sqrt{f_1}}\right) \;(3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2log\left(\frac{\varepsilon_2/D_2}{3.7} + \frac{2.51}{Re_{D_2}\sqrt{f_2}}\right) \;(4)$$

Será entonces necesario reescribir la ecuación (1) como función de una única velocidad:

$$f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{v_1^2}{2g} = f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{\left[\left(Q - v_1\frac{\pi D_1^2}{4}\right)/\frac{\pi D_2^2}{4}\right]^2}{2g} \;(1)$$

Este sistema se puede resolver iterando según el siguiente esquema, es decir, partiendo de dos valores iniciales para f_1 y f_2.



Se puede comenzar a iterar con los valores de flujo dominado por la rugosidad:

$$\frac{1}{\sqrt{f_1}} = -2log\left(\frac{\varepsilon_1/D_1}{3.7}\right) = 0.01964$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2log\left(\frac{\varepsilon_2/D_2}{3.7}\right) = 0.02137$$

O también con $f_1 = f_2 = 0.02$

f_1=	0.02137452		f_2=	0.01863219	
v_1=	3.9	m/s	v_2=	4.18	m/s
Q_1=	0.0049	m^3/s	Q_2=	0.016	m^3/s
hf_1=	41.52	m	hf_2=	41.52	m
Re_1=	156186.26		Re_2=	292722.572	
z_a-z_b=	**26.52**	**m**			

Mecánica de Fluidos

Mayo 2016

Apellidos, Nombre:

Grupo:

b) La semejanza de Reynolds, para el mismo fluido implica:

$$\left(\frac{\rho v L}{\mu}\right)_1 = \left(\frac{\rho v L}{\mu}\right)_2$$

Por tanto:

$$(vL)_1 = (vL)_2$$

Teniendo en cuenta que $v = \omega L$, se tiene:

$$(\omega L^2)_1 = (\omega L^2)_2$$

Entonces:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{L_2^2}{L_1^2} = \frac{L_1^2}{4L_1^2} = 1/4$$

Se podría realizar también la relación adimensional entre el caudal y los demás parámetros, obteniéndose:

$$\frac{Q}{vL^2} = f\left(\frac{\rho v L}{\mu}, \frac{\omega L}{v}\right)$$

Despejando la relación de velocidades en el Reynolds, se sustituye en el cualquiera de los otros dos números adimensionales y se obtiene el mismo resultado.