Mecánica de Fluidos

Apellidos, Nombre: Mayo 2022

PROBLEMA

Un Boing 747 vuela a velocidad absoluta V, a una altitud H y con viento de cola (paralelo al avión, de atrás a adelante) V_{viento}. En esas condiciones, tiene un determinado coeficiente de resistencia (drag) C_d. El aire a esa altitud tiene una densidad igual a ρ_{atm}, y una presión igual a p_{atm}. Se conoce la superficie alar en planta del avión, A_{planta}.

El avión dispone de 4 aerorreactores, que proporcionan la fuerza necesaria para vencer la resistencia aerodinámica. Los 4 motores son idénticos (ver figura) y trabajan en las mismas condiciones, con un diámetro de entrada D_1. En el interior de cada aerorreactor el aire es sometido a un ciclo termodinámico del cual se conoce la temperatura de salida T_2.

Encima de uno de los motores se ha instalado un tubo de Pitot, como muestra la figura, orientado según el eje longitudinal del avión.

Asumiendo que las entradas y salidas de aire son a presión atmosférica y que la masa de combustible quemado en el motor es despreciable frente a la masa de aire; se pide obtener:

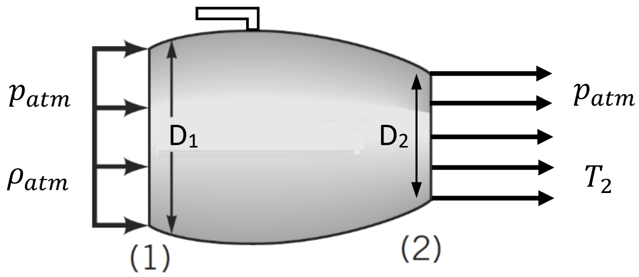
a) (2 puntos) Fuerza de resistencia aerodinámica (drag) que sufre el avión, F_d.
b) (4 puntos) Velocidad absoluta de salida del aire del motor V_2, asumiendo el aire como gas ideal.
c) (2 puntos) Diámetro de la sección de salida del motor, D_2.
d) (2 puntos) Valor de la presión de remanso, en absolutas, en el orificio frontal del tubo de Pitot, p_0.

En cada apartado, obtener **primero las expresiones** de las variables que se piden y **después calcular los valores numéricos** para los siguientes datos:

V	=	1080 km/h
V_{viento}	=	150 km/h
C_d	=	0.031
A_{planta}	=	525 m^2
D_1	=	1.2 m

H	=	12000 m
p_{atm}	=	18760 Pa
ρ_{atm}	=	0.3 kg/m^3
T_2	=	500 K
R_{aire}	=	287 J/(kg K)

Justificar todas las hipótesis realizadas, así como representar con claridad los volúmenes de control empleados.



a) (2 puntos) Fuerza de resistencia aerodinámica (drag) que sufre el avión, F_d.

Para calcular el drag, necesitamos la velocidad relativa del aire con respecto al avión:

$$\vec{V}_{viento} = \vec{V}_{rel} + \vec{V}$$

$$\vec{V}_{rel} = \vec{V}_{viento} - \vec{V} = -150\vec{\imath} - (-1080\vec{\imath}) = 930\frac{km}{h}\vec{\imath} = 258.33\frac{m}{s}\vec{\imath}$$

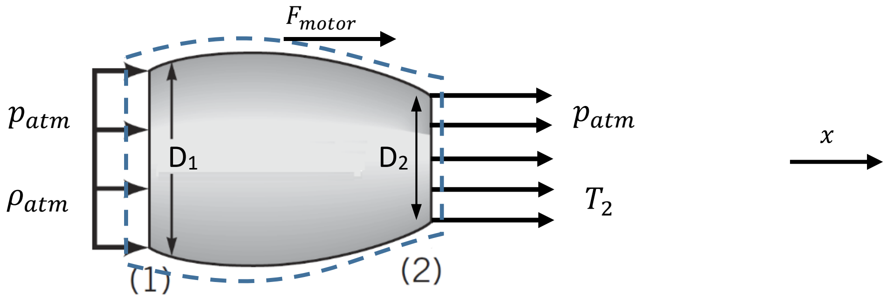
$$F_D = C_D\frac{1}{2}\rho_{atm}V_{rel}^2A_{planta} = 0.031 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.3 \cdot (258.33)^2 \cdot 525 = 162919\ N = 162.9\ kN$$

b) (4 puntos) Velocidad absoluta de salida del aire del motor V_2, asumiendo el aire como gas ideal.

La fuerza de resistencia (drag) es aportada por los motores, para mantener la velocidad constante. Por tanto, al haber 4 motores iguales, suponemos que cada uno aporta la cuarta parte de la fuerza.

$$F_{motor} = \frac{\mathrm{F_D}}{4} = \frac{162.9}{4} = 40.7\ kN$$

Aplicando la ecuación de conservación de la masa al motor, considerando el volumen de control que se muestra:



$$\sum \vec{F} = \cancel{\frac{d}{dt}\iiint_{VC}\rho\vec{v}dV} + \iint_{SC}\rho\vec{v_r}(\vec{v_r}\cdot\vec{n})dA$$

El volumen de control es móvil, no deformable, solidario al avión y comprende el motor, según se muestra. Se asume régimen permanente y por tanto, la integral de volumen es cero. Se elige el eje “x” como el eje en el que tiene lugar el movimiento del avión, orientado según la figura. En ese eje, teniendo en cuenta que la presión es uniforme, la única fuerza exterior sobre el volumen de control es la fuerza que hace el avión sobre el motor (VC). Esa fuerza, por acción y reacción es igual al drag, y por tanto igual a la parte de drag que tiene que vencer cada motor.

Por conservación de la masa:

$$0 = \iint_{SC}\rho(\vec{v_r}\cdot\vec{n})dA$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

El flujo másico se puede calcular a la entrada, utilizando la velocidad relativa de entrada (apartado a), la densidad del aire a la entrada (aire atmosférico) y el área de entrada:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_{atm} \frac{\pi D_1^2}{4} (V_{viento} - V) = 0.3 \cdot \frac{\pi 1.2^2}{4} \cdot 258.33 = 87.65\ kg/s$$

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en "x" queda:

$$F_{motor} = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

Como alternativa, en vez de trabajar con $\dot{m}$, se puede sustituir éste por su expresión, y la ecuación completa quedaría:

$$F_{motor} = \rho_2 A_2 V_2^2 - \rho_1 A_1 V_1^2$$

Siendo en ambos casos, tanto V_2 como V_1 las velocidades relativas medias del aire con respecto al motor (avión). Siguiendo la resolución con el primer método:

$$V_2 = \frac{F_{motor}}{\dot{m}} + V_1 = \frac{40.73}{87.65} + 258.3 = 723.02\ \frac{m}{s}$$

Esta velocidad V_2 es relativa al VC (motor). Para obtener la velocidad absoluta, hay que sumarle a la relativa la velocidad del VC, que es el motor:

$$\vec{V}_{2abs} = \vec{V}_2 + \vec{V}$$

$$x \longrightarrow$$

$$V_{2abs} = 723.02 - 300 = 423.02\ m/s$$

c) (2 puntos) Diámetro de la sección de salida del motor, D_2.

Al salir a una temperatura de 500 K, la densidad del aire de salida, suponiendo que la presión es la misma que la de entrada será:

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = \frac{p_{atm}}{RT_2} = \frac{18760}{287 \cdot 500} = 0.13\ kg/m^3$$

De la ecuación del flujo másico se obtiene el área y de ahí el diámetro:

$$\dot{m}_2 = \rho_2 V_2 A_2 = \dot{m}$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 V_2} \Rightarrow \quad D = \sqrt{\frac{4\dot{m}}{\pi \rho_2 V_2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 87.65}{\pi \cdot 0.13 \cdot 723.03}} = 1.09\ m$$

d) (2 puntos) Valor de la presión de remanso, en absolutas, en el orificio frontal del tubo de Pitot, p_0.

En el tubo de Pitot, aplicando Bernoulli entre el orificio frontal y un punto lateral, y despreciando las pérdidas de carga entre esos dos puntos:

$$\frac{p_0}{\rho g} + \cancel{z_0} + \cancel{\frac{v_0^2}{2g}} = \frac{p_3}{\rho g} + \cancel{z_3} + \frac{v_3^2}{2g}$$

$$\frac{p_0}{\rho_{atm} g} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} = \frac{p_{atm}}{\rho_{atm} g} + \frac{v_{rel}^2}{2g}$$

$$p_0 = p_{atm} + \rho_{atm} \frac{v_{rel}^2}{2} = 18760 + 0.3 \frac{258.33^2}{2} = 28770\ Pa$$