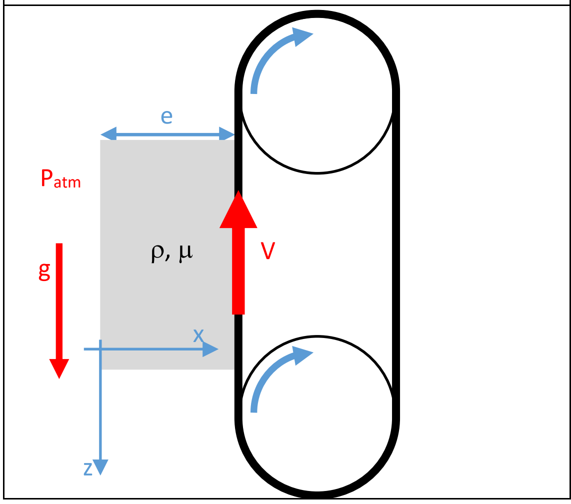
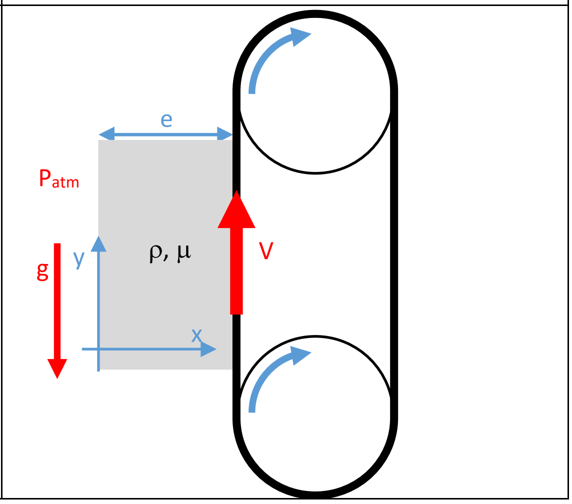
PROBLEMA 1

Un líquido newtoniano, de densidad ρ=900 kg/m³ y viscosidad dinámica μ=0.02 kg/m·s cae de forma laminar y estacionaria por la acción de la gravedad (g=9.81 m/s²), formando una película delgada de espesor e constante. En uno de sus extremos, se impone una determinada velocidad ascendente V mediante una cinta transportadora. El otro extremo está abierto a la atmósfera. Se considera la cinta transportadora de dimensiones infinitas, tanto en longitud, como en anchura.

En todos los apartados del problema se deberá respetar los nombres de las variables, la posición de los ejes de coordenadas, así como justificar todas las hipótesis realizadas. Se pide:

Modelo 1	Modelo 2
	

1) **Determinar el campo de presiones en la película de líquido:**

Modelo 1	Modelo 2
$\frac{dp}{dx} = 0; \ \frac{dp}{dy} = 0$	$\frac{dp}{dx} = 0; \ \frac{dp}{dz} = 0$

Por tanto, el campo de presiones es: $p(x, y, z) = p_{atm}$

2) **Para un espesor e y una velocidad de la cinta transportadora ascendente V, obtener la expresión del campo de velocidades en la película de líquido. Además, representar gráficamente únicamente en el papel, de forma cualitativa, la forma del perfil de velocidad en ella:**

Ecuación diferencial:

Modelo 1	Modelo 2
$\rho g + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$	$-\rho g + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$

Condición de contorno (x=0):

Modelo 1	Modelo 2

$\frac{dw}{dx} = 0$	$\frac{dv}{dx} = 0$

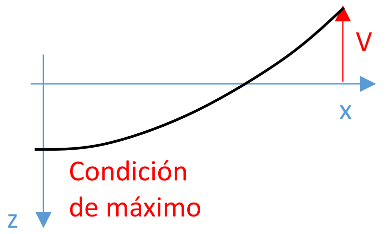
Condición de contorno (x=e):

Modelo 1	**Modelo 2**
$w = -V$	$v = V$

Expresión final:

Modelo 1	**Modelo 2**
$w(x) = \frac{1}{2\mu}\rho g(e^2 - x^2) - V$	$v(x) = \frac{1}{2\mu}\rho g(x^2 - e^2) + V$

Perfil de velocidad:

Modelo 1	**Modelo 2**
	

3) **Para una densidad ρ y una viscosidad dinámica μ, g, un espesor de e = 6 mm y una velocidad de la cinta transportadora ascendente de V = 1 m/s, calcular el módulo de la velocidad media en la película de líquido (en m/s y con 2 decimales):**

Obtener correctamente la siguiente expresión matemática.

Modelo 1	**Modelo 2**
$\overline{w} = \frac{1}{e}\int_0^e w(x)\,dx = \frac{1}{3\mu}\rho g e^2 - V = 4.30\ \frac{m}{s}$	$\overline{v} = \frac{1}{e}\int_0^e v(x)\,dx = \frac{-1}{3\mu}\rho g e^2 + V = 4.30\ \frac{m}{s}$

4) **Indicar el término del tensor de esfuerzos cortantes (τ_{xx},τ_{yz}, τ_{xx},τ_{yz}...) que actúa sobre el fluido debido a la acción de la cinta transportadora. Además, con los datos anteriores, para un espesor de e = 6 mm, calcular el módulo del esfuerzo cortante que realiza la cinta transportadora sobre el líquido (en Pa y con 2 decimales):**

Modelo 1	**Modelo 2**
$\tau_{xz} = \mu \left.\frac{dw}{dx}\right\|_{x=e} = 52.97\ Pa$	$\tau_{xy} = \mu \left.\frac{dv}{dx}\right\|_{x=e} = 52.97\ Pa$