Mecánica de Fluidos, 2ºIEM

03-Marzo-2016

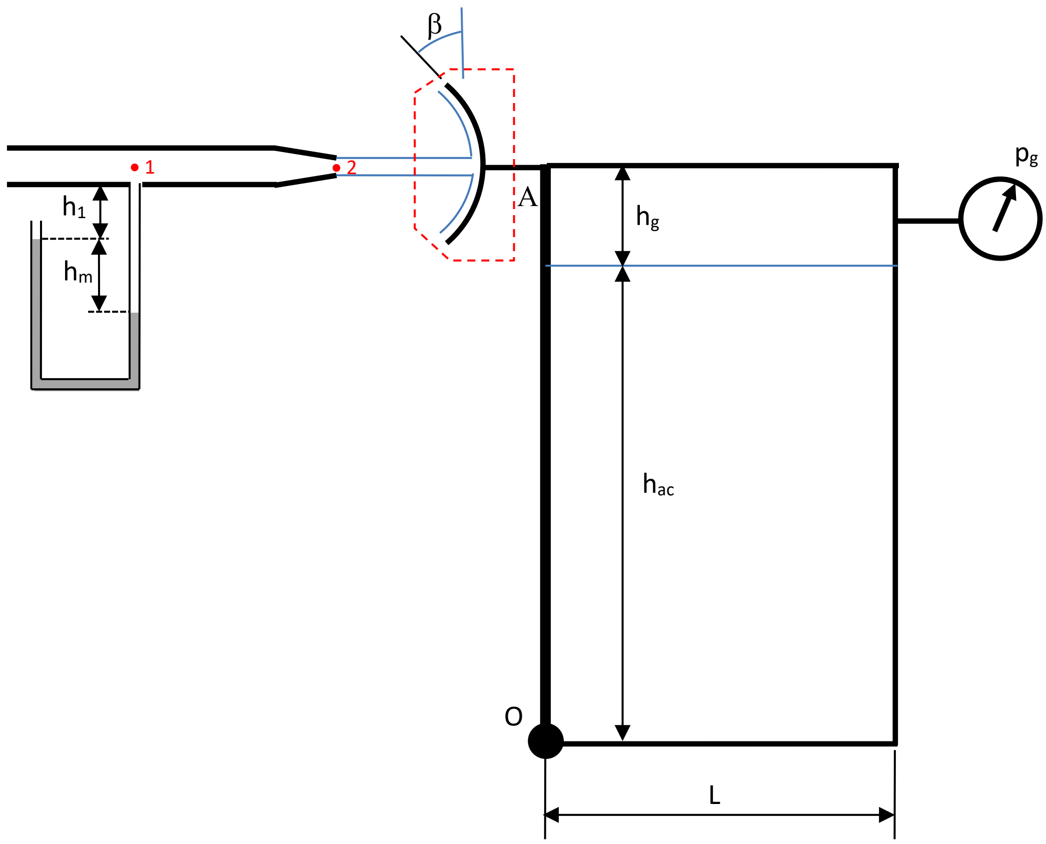
Apellidos, Nombre:

Grupo:

A través de una tubería de diámetro D, que termina en un inyector de diámetro d, se descarga un chorro de agua que impacta sobre un deflector. El deflector es solidario a la pared OA, articulada en O, de un depósito de base cuadrada de lado L que contiene aceite y un gas a una presión relativa p_g. Asumiendo ausencia de fricción entre el agua y el deflector, calcular:

a) El ángulo β de salida del deflector para que la compuerta esté en equilibrio bajo la acción del chorro y del aceite y el gas en el interior del depósito.

$h_1 =$	6	cm	$p_g =$	10^4	Pa	$\rho_{agua} =$	998	Kg/m^3
$h_m =$	15	cm	$h_g =$	5	cm	$\rho_{aceite} =$	800	Kg/m^3
D =	6	cm	$h_{ac} =$	15	cm	$\rho_{mercurio} =$	13600	Kg/m^3
d =	5	cm	L =	20	cm	g =	9.81	m/s^2



Resolución:

Fuerzas debidas a la acción del gas y del aceite sobre la pared OA:

$$F_g = p_g A_g = p_g h_g L = 100,0\ N$$

$y_{cp\_g} = 0$ por ser uniforme la presión en el tramo de pared en contacto con el gas

$$F_{ac} = \left(p_g + \rho_{ac} g \frac{h_{ac}}{2}\right) h_{ac} L = 317{,}7\ N$$

$$y_{cp\_ac} = -\frac{\rho_{ac} g \sin\theta\ I_{xx}}{F_{ac}} = \{\sin\theta = 1\} = -\frac{\rho_{ac} g \frac{L h_{ac}^3}{12}}{F_{ac}} = -0{,}00139\ m$$

Si F_A es la fuerza que ejerce el deflector sobre OA, el equilibrio de la pared exige:

$$\sum M_O = 0 \rightarrow F_A(h_g + h_{ac}) - F_g\left(\frac{h_g}{2} + h_{ac}\right) - F_{ac}\left(\frac{h_{ac}}{2} - y_{cp\_ac}\right) = 0 \rightarrow F_A = 204{,}4\ N$$

Velocidad del flujo a la salida de la tubería. Bernoulli entre el punto de conexión del manómetro en U (punto 1) y justo a la salida del inyector (punto 2):

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (1)$$

Ecuación de la hidrostática a través del manómetro:

$$p_1 = \rho_m g h_m - \rho g(h_m + h_1) \quad (2.a)$$

Mejor si:

$$p_1 = \rho_m g h_m - \rho g\left(h_m + h_1 + \frac{D}{2}\right) \quad (2.b)$$

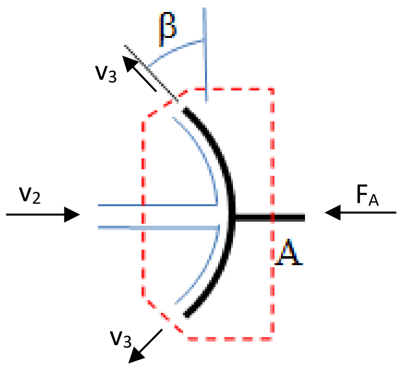
Ecuación de continuidad entre 1 y 2:

$$Q = cte \rightarrow v_1 A_1 = v_2 A_2 \rightarrow v_1 D^2 = v_2 d^2 \quad (3)$$

Combinando (1), (2) y (3):

$$v_2 = \sqrt{2g\frac{\frac{\rho_m}{\rho} h_m - \left(h_m + h_1 + \frac{D}{2}\right)}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}} = 8{,}268\ m/s$$

Ecuación de cantidad de movimiento aplicada al volumen de control de la figura:



$$\sum F = \cancel{\iiint_{VC} \rho \vec{v} dV} + \iint_{SC} \rho \vec{v} (\vec{v}_r \cdot \vec{n}) dA$$

Para la dirección horizontal: $-F_A = v_2 \frac{\pi d^2}{4} \rho(-v_3 \sin\beta - v_2)$

Aplicando la ecuación de continuidad al deflector:

$$v_2 = v_3$$

Finalmente:

$$-F_A = v_2 \frac{\pi d^2}{4} \rho(-v_2 \sin\beta - v_2)$$

De donde:

β=31,7 ºC

También puede aplicarse la ecuación del momento cinético, en cuyo caso:

$$F_g \left(h_{ac} + \frac{h_g}{2} \right) + F_{ac} \left(\frac{h_{ac}}{2} - y_{cp-ac} \right) = v_2^2 \frac{\pi d^2}{4} \rho \left(h_{ac} + h_g \right) (1 + \sin\beta)$$