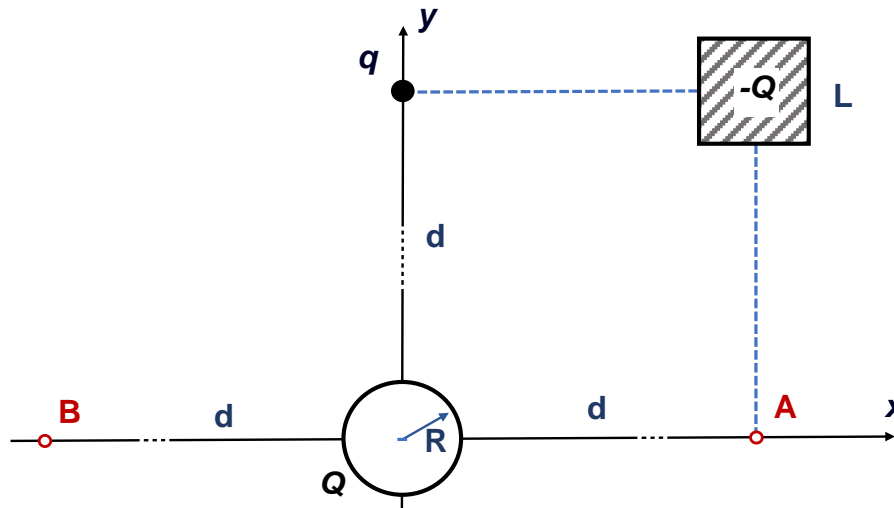


Nombre:

Grupo:



La figura muestra una esfera de radio R , centrada sobre el origen de coordenadas. La superficie de la esfera está cargada con carga total Q distribuida uniformemente en su **superficie**. Además, hay un cubo de lado L , centrado sobre el punto $(d, d, 0)$. El cubo está cargado con carga $-Q$, uniformemente repartida en todo su **volumen**. En el punto $(0, d, 0)$ hay una carga puntual positiva q . Se cumple que $d \gg R$ y $d \gg L$.

Se pide, **explicando en cada apartado qué ley o leyes físicas se han utilizado**:

- ¿En qué dirección y sentido va la fuerza que experimenta la carga puntual q ? (Usar las aproximaciones que sean adecuadas).
- Usando las aproximaciones adecuadas, calcular el valor del campo electrostático (**vector**) en el centro de la esfera.
- Flujo del campo electrostático a través de la superficie del cubo.
- Razonar si el flujo a través de cada una de las seis caras del cubo es el mismo o no.
- Calcular el valor de la divergencia del campo eléctrico en el centro del cubo.
- Asignando potencial cero al infinito, calcular de forma aproximada el potencial en el centro de la esfera.
- Calcular razonadamente el signo del trabajo que haría un agente externo al mover la carga q desde su posición en el dibujo hasta el punto A.
- ¿Qué punto está a mayor potencial A o B? ¿Por qué? (Ambos están sobre el eje x).

Solución:

- Utilizando la ley de Gauss y la simetría esférica para el campo de la esfera, y la aproximación asintótica para el del cubo se pueden obtener los campos de los dos elementos en el punto donde está la carga y de ahí, aplicando superposición, la fuerza. Los campos que crean la esfera y el cubo tienen un mismo módulo $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d^2}$, así que el

campo forma 45° con el eje vertical y la fuerza (repulsiva por parte de la esfera y atractiva por parte del cubo) va en la misma dirección que el vector $\hat{i} + \hat{j}$.

- b) Utilizando la ley de Gauss y la simetría esférica se llega a que el campo que crea la esfera en su centro es cero. Utilizando el principio de superposición, se pueden sumar los campos de la carga puntual (ley de Coulomb) y el del cubo aplicando la aproximación asintótica como si fuera una carga puntual.

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2d^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{2d^2} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{q}{d^2} \right) \hat{j}$$

- c) Aplicando la ley de Gauss al cubo, que es una superficie cerrada, el flujo vale $\Phi = \frac{-Q}{\epsilon_0}$.
- d) El flujo no es igual en las seis caras (que son superficies abiertas). Por ejemplo el campo en la cara de la izquierda producido por la carga puntual forma distinto ángulo que en la cara superior, con lo que el flujo es diferente.
- e) Aplicando la forma diferencial de la ley de Gauss $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{-Q}{L^3\epsilon_0}$.
- f) El potencial en el centro de la esfera se obtiene aplicando superposición para los potenciales creados por la carga, el cubo (aproximado asintóticamente) y la esfera (calculando su campo usando la ley de Gauss y la simetría esférica). (Hay que tener en cuenta que el campo creado por la esfera en su interior es cero y por tanto el potencial dentro de la esfera es constante, y el mismo que en su superficie).

$$\varphi_0 = - \int_{\infty}^0 (\vec{E}_{-q} + \vec{E}_{CUB} + \vec{E}_{ESF}) \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{d} - \frac{Q}{\sqrt{2}d} + \frac{Q}{R} \right)$$

- g) Aplicando la aproximación asintótica para el potencial del cubo y calculando el campo de la esfera usando la ley de Gauss aprovechando la simetría esférica, se ve que al moverse al punto A, la carga se mantiene a la misma distancia de los centros del cubo y la esfera, por lo tanto el potencial es el mismo y el trabajo realizado es cero.
- h) Es mayor en B. Con las mismas consideraciones que en el apartado anterior y utilizando el principio de superposición, se concluye que el punto B tiene el mismo potencial que A debido a los campos creados por la esfera y la carga. En cuanto al potencial creado por el cubo, es mayor en B ya que está más lejos del cubo y el potencial en puntos lejanos es como el creado por una carga puntual $-Q$ en el centro del cubo:

$$\varphi_{CUB} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-Q}{d_{CUB}}$$