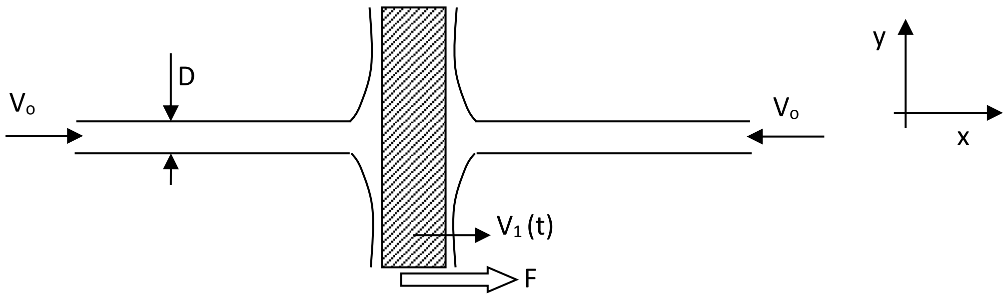
2º IEM **Mecánica de Fluidos**

Nombre y Apellidos:

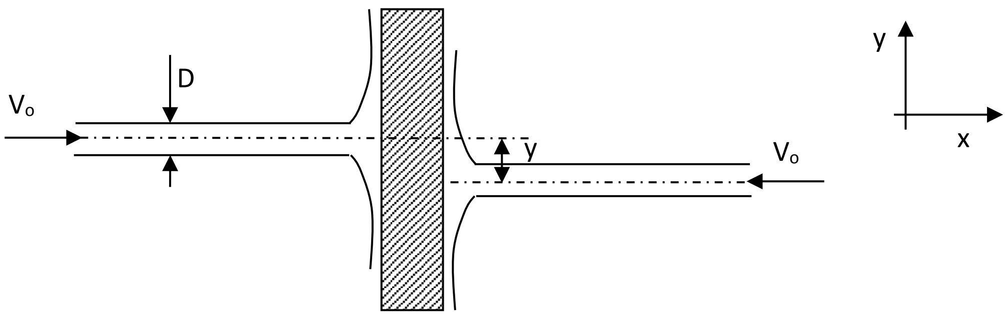
Problema 2

Dos chorros horizontales de igual diámetro D inciden con la misma velocidad V_o sobre una pared vertical de masa M de forma simétrica. Los chorros son del mismo líquido ideal de densidad ρ. Externamente se ejerce una fuerza sobre la pared constante F.

a) Si parte del reposo, obtener la velocidad de la pared en función del tiempo (7 puntos).



b) Si los chorros están separados una distancia **y**, y la pared permanece en reposo, calcular el par necesario para que ésta no gire (3 puntos).



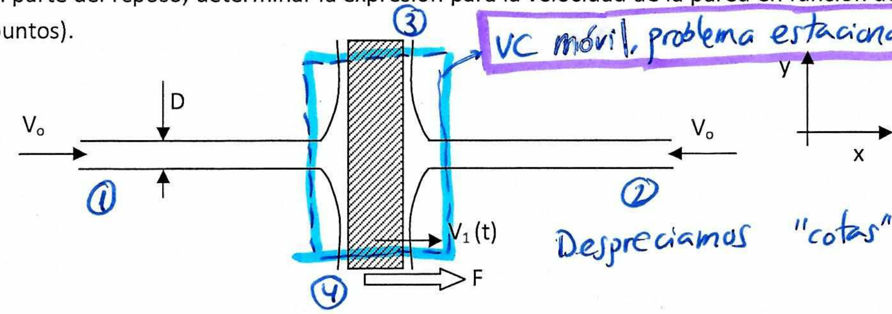
2º IEM **Mecánica de Fluidos**

Nombre y Apellidos:

Problema 2

Dos chorros horizontales de igual diámetro D inciden con la misma velocidad V_o sobre una pared vertical de forma simétrica. Los chorros son del mismo líquido ideal de densidad ρ. Externamente se ejerce una fuerza sobre la pared constante F.

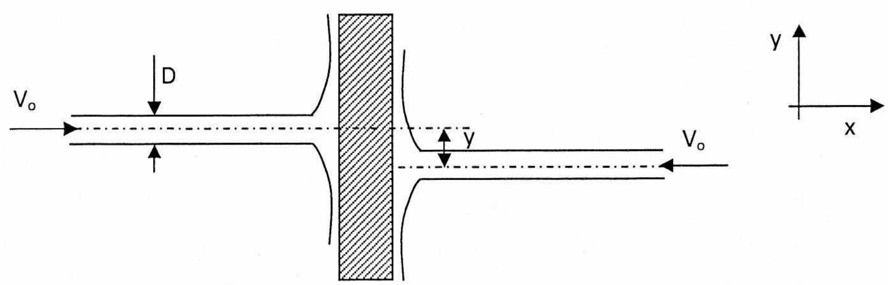
a) Si parte del reposo, determinar la expresión para la velocidad de la pared en función del tiempo (7 puntos).



VC móvil, problema estacionario e incompresible

Despreciamos "cotas" ⇒ gravedad "0"

b) Si los chorros están separados una distancia **y**, y la pared permanece en reposo, calcular el par necesario para que ésta no gire (3 puntos).



a) Usando la notación de la figura, tendremos:

* Conservación de masa: En el sistema móvil el problema es estacionario, por lo que:

$$0 = \oint \rho(\vec V - \vec V_1)\cdot \hat n \, dA \Rightarrow \underbrace{\dot m_{1}}_{\underbrace{\rho(V_0 - V_1)A}_{V'_1}} + \underbrace{\dot m_{2}}_{\rho(V_0+V_1)A \equiv V'_2} = \dot m_{3} + \dot m_{4}$$

ELECCIÓN DEL VC Y CONSISTENCIA EN DEFINICIONES DE VELOCIDADES Y "$\dot m$" = 1 punto

* Cantidad de movimiento

$$\underbrace{\vec F_{ext \to VC}}_{F \vec i} - \oint \cancel{p} \hat n \, dA + \oint \cancel{\overleftrightarrow{\tau}} \cdot \hat n \, dA + \iiint \cancel{\rho \vec g} \, dV - M\frac{d\vec V_1}{dt} = \cancel{\frac{d}{dt}\iiint \rho \vec V \, dV} + \oint \rho \vec V' \, \vec V' \cdot \hat n \, dA$$

VC a Patm

Despreciable en entradas y salidas

No hay efectos apreciable (g ≈ 0 por los datos del ejercicio)

En el sistema móvil = 0

Como $\vec{F} = F\vec{i}$ y $\vec{V}_1 = V_1\vec{i}$, sólo nos interesan las componentes horizontales de $\oint\!\!\oint \rho \vec{V}' \vec{V}' \cdot \hat{n}\, dA$, por tanto

$$\vec{i}\left(F - M\frac{dV_1}{dt}\right) = -\underbrace{\dot{m}_{①} \vec{V}'_{①}}_{\rho(V_0-V_1)(V_0-V_1)\vec{i}A} - \underbrace{\dot{m}_{②} \vec{V}'_2}_{\rho(V_0+V_1)(V_0+V_1)(-\vec{i})A} + \boxed{\text{salidas en el eje "j"}}$$

TOTAL

$$F - M\frac{dV_1}{dt} = -\rho(V_0 - V_1)^2 A + \rho(V_0+V_1)^2 A \Rightarrow \boxed{F - M\frac{dV_1}{dt} = 4V_0V_1\rho A}$$

ESTA ECUACIÓN, ASÍ COMO SU DERIVACIÓN
||
4 puntos

Separación de variables:

$$F - 4V_0V_1\rho A = M\frac{dV_1}{dt} \Rightarrow \int_0^{V_1} \frac{dV_1}{\frac{F}{M} - \frac{4V_0\rho A}{M}\cdot V_1} = \int_0^t dt \Rightarrow \frac{-M}{4V_0\rho A}\left[\log\left(\frac{F}{M} - \frac{4V_0\rho A}{M}V_1\right)\right]_0^{V_1} = t$$

Parte del reposo

Despejando

$$\Rightarrow \boxed{V_1(t) = \frac{F}{4V_0\rho A}\left(1 - e^{-\frac{4V_0\rho A}{M}t}\right)} = \boxed{2 \text{ puntos}}$$

* Casos límite curiosos: $t \to \infty \quad V_1 = \frac{F}{4V_0\rho A}$ (velocidad límite)

$t \to 0 \quad V_1 \simeq \frac{F}{M}t$ (ley de Newton)

b) Conservación de momento angular

$$\vec{M}_{ext\to vc} - \cancel{\oint p' \vec{r}\times\hat{n}\, dA} + \cancel{\oint \vec{r}\times(\bar{\tau}\cdot\hat{n})\, dA} + \cancel{\iiint \rho \vec{r}\times\vec{g}\, dV} = \cancel{\frac{d}{dt}\iiint \rho \vec{r}\times\vec{v}\, dV} + \underbrace{\oint \rho(\vec{r}\times\vec{v})(\vec{v}\cdot\hat{n})\, dA}_{1D}$$

patm — $\tau \simeq 0$ en entradas y salidas — no hay gravedad apreciable — estacionario

$$\vec{M}_{ext\to vc} = -\dot{m}_{①}(\underbrace{\vec{r}_{①}}_{-y(\vec{j})} \times \underbrace{\vec{V}_{①}}_{-V_0\vec{i}}) = \rho V_0^2 \frac{\pi D^2}{4} y\, \vec{k} \quad \boxed{= 3 \text{ puntos}}$$

*NOTA: Se ha penalizado asumir que el "chorro" es un "sólido rígido" y que uno puede hacer "a brazo"

$$M = \vec{r} \times \underbrace{\vec{F}}_{\dot{m}\vec{V}}$$

. Hay que demostrar esta expresión como se ha indicado

ALGUNAS NOTAS DE REFERENCIA

* Cada nota indicada en este solucionario se ha aplicado de manera casi "binaria"

$\boxed{10}$ Todo perfecto

$\boxed{8}$ Mal la solución de la EDO

$\boxed{4}$ Mal la EDO aunque bien calculadas las $\vec{V}'$ y $\dot{m}$ en el VC móvil y bien el apartado b)

$\boxed{3}$ Sólo bien el apartado b)