Mecánica de Fluidos

Apellidos, Nombre:

Grupo:

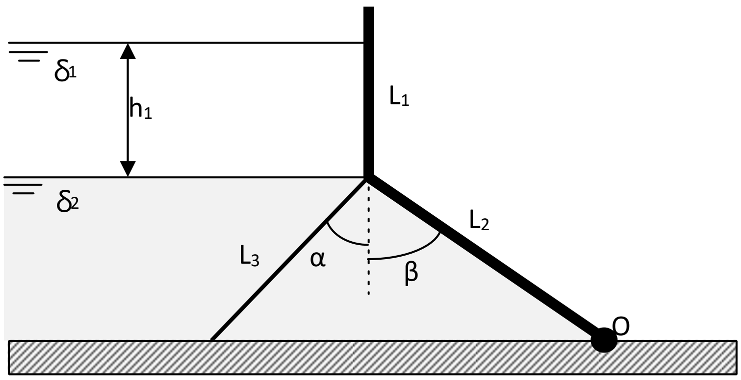
Problema 1

La compuerta de la figura está formada por dos tramos rectos de longitudes L_1 y L_2. Toda la compuerta puede girar sobre la articulación O. Se tiene un tirante de longitud L_3 que impide su apertura. Los ángulos con respecto a la vertical del tirante y del tramo inclinado de la compuerta son α y β respectivamente. La compuerta cierra un canal abierto a la atmósfera, que contiene dos líquidos de densidades relativas δ_1 y δ_2, con $\delta_2 = 2\delta_1$. La anchura de todos los elementos es B y se desprecia el peso de la compuerta. Se pide:

a) Fuerza hidrostática que sufre el tramo de longitud L_2.
b) Tensión del tirante.

Datos:

$L_1 = 1$ m	$\rho_{agua\ (4°C)} = 998$ kg/m^3
$L_2 = 1.5$ m	$\alpha = 45°$
$h_1 = 0.75$ m	$\beta = 60°$
B = 1 m	$g = 9.81$ m/s^2
$\delta_1 = 1.2$ m	$P_{atm} = 10^5$ Pa



Solución

a) El tramo de longitud L_2 se encuentra únicamente en contacto con el líquido 2, aunque la presión en su centro de área $\left(p_{CA_2}\right)$ depende también del líquido 1. Así, la fuerza hidrostática neta que sufre el tramo de longitud L_2 se calcula como:

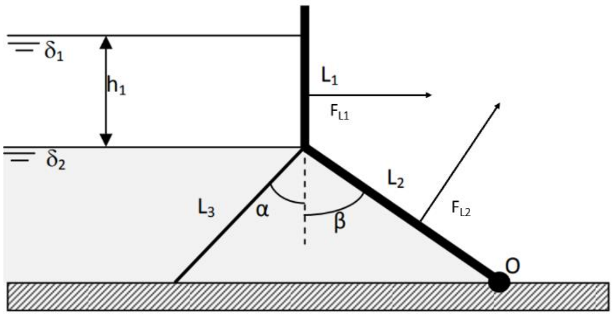
$$F_{L_2} = p_{CA_2} \cdot A_{L_2} = \left(\delta_1 \rho_{H_20}\, h_1 + \delta_2 \rho_{H_20}\, \frac{1}{2} L_2 \cos\beta\right) \cdot L_2 B$$

$$F_{L_2} = \rho_{H_20}\, g \left(\delta_1 h_1 + \delta_2 \tfrac{1}{2} L_2 \cos\beta\right) \cdot L_2 B = \delta_1 \rho_{H_20}\, g \left(h_1 + 2 \tfrac{1}{2} L_2 \cos\beta\right) \cdot L_2 B$$

$$F_{L_2} = 1.2 \cdot 998 \cdot 9.81 \cdot (0.75 + 1.5 \cos 60) \cdot 1.5 \cdot 1 = 26434.03\ N$$

Esta fuerza se sitúa en el centro de presiones del tramo de longitud L_2.

b)



Se calcula la fuerza neta sobre el tramo de longitud L_1:

$$F_{L_1} = \ \delta_1 \rho_{H_20}\, g \frac{h_1}{2}\ h_1 B = 1.2 \cdot 9.81 \cdot 998 \cdot \frac{0.75}{2} \cdot 0.75 \cdot 1 = 3304.25\ \mathrm{N}$$

Su punto de aplicación se encuentra en el centro de presiones:

$$y_{CP_1} = \delta_1 \rho_{H_20}\, g\ sen(90) \frac{Ixx_1}{F_1} = \delta_1 \rho_{H_20}\, g \frac{\frac{1}{12} B h_1^3}{\delta_1 \rho_{H_20}\, g \frac{h_1}{2}\ h_1 B} = \frac{1}{6} h_1$$

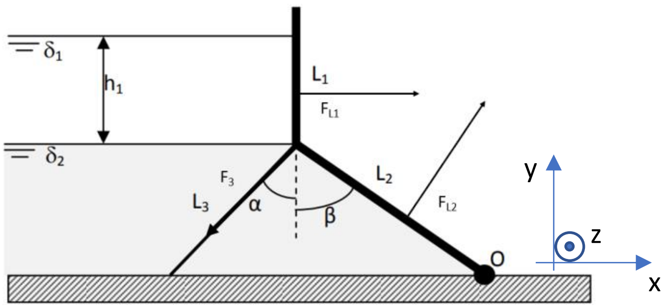
$$y_{CP_1} = \frac{1}{6} \cdot 0.75 = 0.125\ m$$

El centro de presiones se sitúa a una distancia y_{CP_1} desde el centro de área del tramo y por debajo del mismo.

El punto de aplicación de la fuerza sobre el tramo de longitud L_2 (apartado a), se sitúa en su centro de presiones:

$$y_{CP_2} = \delta_2 \rho_{H_2 0}\, g sen(90-\beta) \frac{Ixx_2}{F_2} = 2\delta_1 \rho_{H_2 0}\, g \cos\beta \frac{\frac{1}{12} B L_2^3}{F_2}$$

$$y_{CP_2} = 2 \cdot 1.2 \cdot 998 \cdot 9.81 \cdot \cos 60 \cdot \frac{\frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 1.5^3}{26434.03} = 0.125\, m$$



Finalmente, para obtener la tensión del tirante F_3, se evalúa la suma de momentos de todas las fuerzas sobre la rótula O (positivo según el eje z):

$$\sum M_o = 0$$

$$-F_{L_1} \cdot \left(L_2 \cdot \cos\beta + \frac{h_1}{2} - y_{CP_1}\right) - F_{L_2} \cdot \left(\frac{L_2}{2} - y_{CP_2}\right) +$$

$$+F_3 \cos\alpha\, (L_2 sen\, \beta) + F_3\, sen\, \alpha (L_2 cos\, \beta) = 0$$

$$F_3 = 13683.26\, N$$