

水资源匮乏时代的救赎

随着美国西部旱情的加剧，作为美国西南部生命线的科罗拉多河也陷入困境。在科罗拉多河流域，合理分配水资源至关重要。本文旨在衡量不同州不同用户的利益冲突，并制定适合不同环境条件的水资源和水力发电分配方案。

主要建立两个模型：模型一：水电运输模型；
模型二：协调发展多目标规划模型。

在建立所有模型之前，对格伦峡谷大坝和胡佛大坝的水库进行了分析，得到了水库水位与水库蓄水量之间的关系。

对于模型一：为了合理配置水电，建立了水电输送模型，目标函数为两坝的最小供水量，约束条件主要是最低发电水位对供给的约束和需求对供给的约束。

通过分析五州的地理位置、地形地貌、格兰峡谷大坝和胡佛大坝，得到两坝之间水流方向与水资源转移的关系，反映供水情况。分析运输过程中水电的损耗，得到最终的约束条件。然后设计维持时间计算算法，求解在不增加额外水量的情况下维持需求的最长时间。最后将鲍威尔湖和米德湖的初始水位赋值给数值结果第5.4节。

模型二：该模型是模型一的进一步延伸，平衡了五个州的工业、农业和居民之间的利益冲突。水的供应体现在社会效应、经济效应和环境效应三个方面。电力的供应体现在社会效应和经济效应。

当不发生缺水情况时，主要考虑五州工业、农业和居民生活用地的经济效应；当发生缺水情况时，结合三种效应进行多目标规划，结果见6.3节。

另外，我们还兼顾了墨西哥的权益，提出了墨西哥在不同水资源剩余条件下的分配方案。

最后进行敏感性分析，包括三类对象（工业、农业和居民）对水电需求随时间的变化、可再生能源技术的发展以及节水节电措施的影响。

关键词：交通运输 模型；多目标规划；分布

和权衡

内容

1 引言 3 1.1
背景 3 1.2 问题
的重述 3 1.3 我们的工
作 4 2 假设和依据
..... 5 3 符号
..... 5 4 模型准备
..... 6 4.1 数据收集
..... 6 4.2 水位与库容关系
..... 6 5 模型 I：水电运输模型
..... 8 5.1 基本思想
..... 8 5.2 运输模型的建立
..... 9 5.3 维护时间计算算法
..... 12 5.4 计算结果
..... 13 6 模型二：协调发展多目标规划模型
..... 14 6.1 多目标规划模型的建立
..... 14 6.2 参数确定
..... 17 6.3 计算结果
..... 20 7 墨西哥分摊模型
..... 21 7.1 墨西哥分摊模型的建立 21 7.
2 计算结果 21

8 敏感性分析..... 2 2
8.1 需求变化 22 8.2 可
再生能源技术 22 8.3 节水节电
措施 23 9 优势与劣势
..... 23 9.1 优势
..... 23 9.2 劣势
..... 23 参考文献
..... 24

《干旱与口渴》杂志文章..... 25

1 简介

1.1 背景

犹他州州长 Spencer J.Cox 在 2021 年 6 月 4 日的视频恳求中说道：“请和我以及犹他州人民一起，无论宗教信仰如何，谦卑地祈祷一个周末能下雨。” [1]

新华社8月18日在洛杉矶报道称：“美国西部‘缺水时代’已正式到来。” [2]

科罗拉多河^[3]发源于美国科罗拉多州落基山脉，全长2300多公里，其干流流经犹他州、亚利桑那州、内华达州、加利福尼亚州和墨西哥，最终流入太平洋。科罗拉多河是美国西部最大的水系，因流经广大的干旱和半干旱地区而被誉为“西南的生命线”。

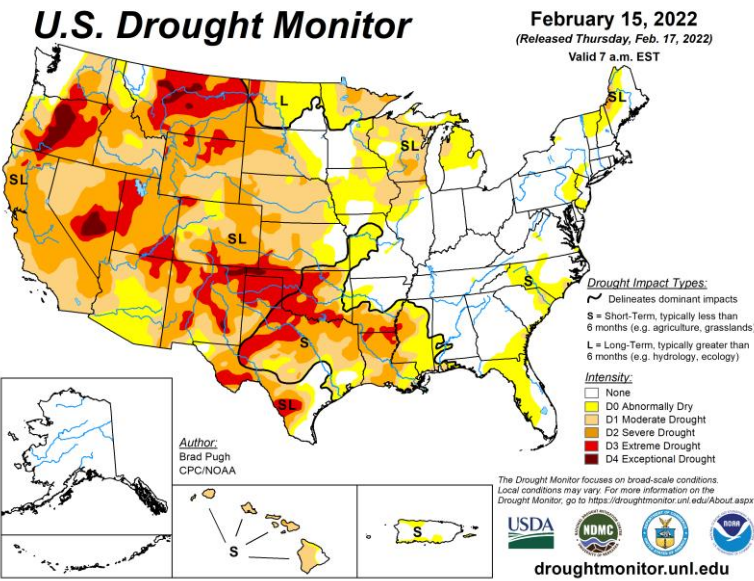


图 1：2022 年 2 月 15 日美国干旱监测[4]

从图1可以看出，美国西部的旱情十分严重。其实早在2021年夏天，就有报道称，为西部各州2500万人提供水源的胡佛水坝米德湖处于历史最低水位。6月9日，水位降至1071.57英尺，打破了2016年创下的前史最低水位。气候变化减少了流入科罗拉多河及其支流的雪量；气温升高也使土壤更加干渴，河流流经美国西部干旱地区时，蒸发量增加。

美国西部科罗拉多河流域有两个人工湖，鲍威尔湖和米德湖，与两座水坝（格兰峡谷和胡佛水坝）水库相对应，两座水坝的水量足以满足美国亚利桑那州（AZ）、加利福尼亚州（CA）、怀俄明州（WY）、新墨西哥州（NM）、科罗拉多州（CO）五州的水电需求，多余的水量则从科罗拉多河流入墨西哥，汇入加利福尼亚湾。

1.2 问题重述

水资源分配紧张影响到各个地区的利益冲突。通过

分析考察问题的背景以及谈判人员的引导，问题的重述可以如下表述：

建立一个数学模型，解决在供需条件固定的情况下的水分配问题。 给定两个湖泊的初始水位，计算出每个湖泊需要抽取多少水才能满足水和电力需求。 在没有额外供水，且需求固定的情况下，求解能够满足需求的最长维持时间。 计算出必须加班供应多少额外的水才能确保满足这些固定需求。 建立一个模型，确定五个州之间一般（农业、工业、住宅）用水和电力生产的水分配，并描述解决利益冲突的标准。 基于模型，改进水资源短缺情况下的解决方案，使其能够满足所有的水和电力需求。 根据以下情况分析模型结果的变化： 随着水和电力需求随时间变化，人口、农业和工业发生变化。 可再生能源技术的初值增加。 采取措施节约水电。 总结研究结果并准备一篇一到两页的文章提交给《干旱与口渴》杂志。

1.3 我们的工作

该问题要求我们针对墨西哥的需要，针对五个州的三类对象（工业、农业和居民）以及不同的环境条件，制定合理的水电分配方案。我们的主要工作如下：

- 1) 在需求一定的情况下，通过分析两湖之间的水电运输和调水情况，建立水电运输模型，确定两湖的日供水量，不加水的最大维持时间，以及满足需求所需的加水量。
- 2) 从社会、经济、环境三个角度考虑工业、农业和居民对水电的需求，建立了协调发展多目标规划模型，分别分析了水资源充足和水资源紧张时的水电分配问题。
- 3) 在此基础上，建立了考虑墨西哥利益分配的墨西哥分配模型。
- 4) 从需求和可再生能源技术的角度对模型进行了灵敏度分析。

2 假设与依据

为了建立数学模型来解决问题，我们在问题的基础上做出以下补充假设，并对每个假设进行合理的解释

鲍威尔湖和米德湖分别是格兰峡谷大坝和胡佛大坝的水库，这两个湖都是人工湖，水库和大坝距离很近，根据连通器理论，湖水高度可以认为是大坝上游的水位高度，误差可以忽略。

大坝不会因溃坝等情况而溢流。气候变化的主要趋势是降水减少、气温升高，水资源紧张，因此不考虑溢流情况。

发电最低水位就是水库允许的最低水位，经过资料查找，我们把鲍威尔湖的最低水位设定为3490英尺，米德湖的最低水位设定为950英尺。

各州的电力供应仅来自水力发电。为了简化模型并减少数据搜索的负担，仅考虑水力发电。

水可以重复利用，流经大坝的所有水都用于发电。基于资源可重复利用性，这一假设更为现实。

考虑降雨、温度变化和河流蒸发的影响。气候变化减少了流入科罗拉多河及其支流的雪量；随着河流流经美国西部的干旱地区，气温升高也使土壤更加干旱，蒸发增加。考虑蒸发是必要且合理的。

从鲍威尔湖输送到米德湖并供应给用户的水被视为属于米德湖。

水源供应依赖河流，在实际操作上，各地区对水源采取“就近原则”，即只有流经本地区的干流或支流才可供使用。电力输送则与五州的地理环境有关。

电能的损失是由于导线电阻产生的热能。从同一个水坝输送电力会导致距离水坝较远的州比距离水坝较近的州发电更多，损失也更多。由于怀俄明州距离水坝较远，因此需要考虑电力损失。

3 符号

本文使用的重要符号及其含义如表1所示。有些变量这里没有列出，将在各节中详细讨论。

表 1：重要符号和说明

Symbol	Description
l	The height of the water level of a reservoir

v	Volume of water in a reservoir
W_{supply}	Total volume of water supply
W_{ij}	Volume of water supplied from Reservoir i to State $j(j = 1, 2, \dots, 5)$
W_{loss}	Volume of water lost through transport
D_{w_j}	Electricity demand (transferred to the volume of water) in State $j(j = 1, 2, \dots, 5)$
D_{e_j}	Water demand in State $j(j = 1, 2, \dots, 5)$
x_{ij}^{km}	Supply for m (water or electricity) from source i to object $k(k = 1, 2, 3)$ (industrial, agricultural and residential) of State $j(j = 1, 2, \dots, 5)$
D_j^{km}	Demand for m (water or electricity) of object $k(k = 1, 2, 3)$ (industrial, agricultural and residential) in State $j(j = 1, 2, \dots, 5)$

4 模型准备

4.1 数据收集

这个问题没有给我们数据，所以我们需要收集数据来建立模型。为了分析这个问题，我们需要收集两个湖泊和水坝的数据，以及五个州的农业、工业和居民用水和用电需求。数据收集到之后，还要进行一定的处理和分析，为后续的模型建立做准备。

两座湖泊和水坝的官方网站为我们提供了大量有关水坝的数据。详细数据来源如下表 2 所示。（其他数据来源包含在参考资料中。）

表 2：部分数据来源

Database Names	Database Websites
Lake Powell	http://lakepowell.water-data.com/
Lake Mead	http://lakemead.water-data.com/
Electricity Consumption	https://www.eia.gov/electricity/state/

4.2 水位与库容关系

鲍威尔湖和米德湖分别是格伦峡谷大坝和胡佛大坝的水库，湖泊海拔越高，水库容量越大。通过对两湖近12个月的水位进行分析研究（数据来源见表1），我们

得出结论：湖泊的海拔和内容之间存在线性相关性。

因此我们对高程和含量进行多项式拟合分析，步骤如下：

步骤1：取一组数据点，包括m个，作为样本点

$$\{(l_1, v_1)(l_2, v_2) \cdots (l_i, v_i) \cdots (l_m, v_m)\} \tag{1}$$

式中， l_i 表示采样点对应水库的水位高度，即湖泊高程； v_i 表示水库水量，即湖泊容量。
 $i(i=1,2,\cdots,m)$ $v_i(i=1,2,\cdots,m)$

Step2：利用多项式进行曲线拟合

$$\hat{v} = a_0 l^n + a_1 l^{n-1} + a_2 l^{n-2} + \cdots + a_{n-1} l + a_n \tag{2}$$

其中 a_i 表示拟合系数， n 表示次数多项式； \hat{v} 为预测值。

步骤3：计算残差平方和

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^m (\hat{v}_i - v_i)^2 \tag{3}$$

我们利用MATLAB对高程和内容进行多项式拟合，结果如下

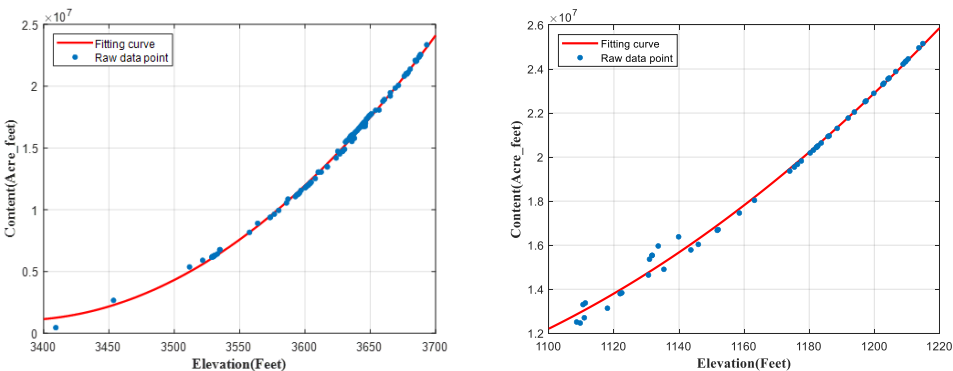


图2：鲍威尔湖（左）和米德湖（右）的拟合曲线

经过多次曲线拟合发现，二次多项式的拟合效果更加理想。
从图2可以看出，鲍威尔湖和米德湖的采样点与拟合曲线比较接近，两水库水位与容积关系如下

$$\begin{aligned} v_{powell} &= 224.26l^2 - 1.5157 \times 10^6 l + 2.5622 \times 10^9 \\ v_{mead} &= 338.64l^2 - 6.719 \times 10^5 l + 3.4155 \times 10^8 \end{aligned} \tag{4}$$

我们通过对比预测值与实际值来验证函数的有效性。根据Wikipedia，Lake Powell^[5]海拔3700英尺，有效容量为20876000英亩英尺，拟合值为24229400英亩英尺；Lake Mead^[6]海拔1221.4英尺，有效容量为26120000英亩英尺，拟合值为26080000英亩英尺。从数值上看，拟合效果比较理想。

5 模型一：水电运输模型

5.1 基本思想

科罗拉多河流域内有两处水体群，分别是鲍威尔湖和米德湖。两湖海拔较高，水可以从中流向周边地区。另外，米德湖的海拔比鲍威尔湖高，因此水从格伦峡谷大坝（鲍威尔湖）流向胡佛大坝（米德湖），最终流入加利福尼亚湾。

地理图如图3所示。

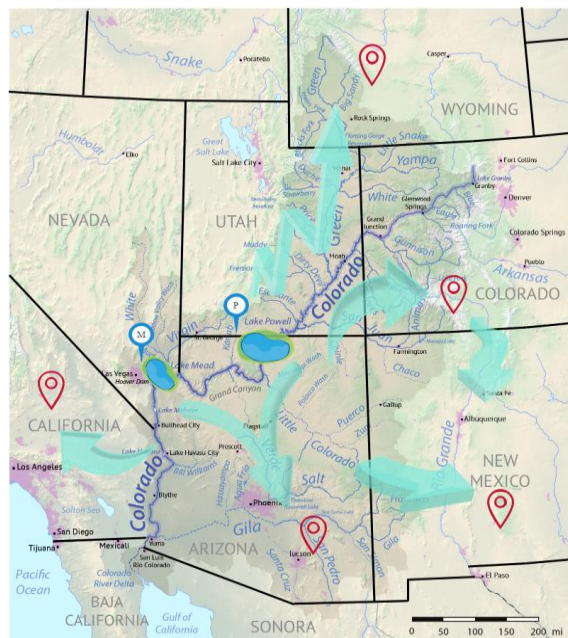


图 3：地理地图[3]

需求包括水需求和电力需求，其中包括农业、工业和雷西五个州出现凹痕。

1. 供水：假设每个区域从流经它的河流中引水，而这些水可以追溯到鲍威尔湖或米德湖。其中，鲍威尔湖的一部分水流入米德湖后会供给用户，这部分水被视为属于米德湖。在输水过程中，主要考虑蒸发造成的水力损失。

2、电力供应：水力发电是把水的势能转化为机械能，再转化为电能。同样，我们也可以将电力在输送过程中的损失转化为水势能的损失，从而对水库蓄水量产生制约。

这样问题就简化为两个湖泊向五大洲分配水资源，三次产业（农业、工业、居民生活）的分配问题将在第六部分详细讨论。

在水需求和电力需求一定的情况下，可以通过运输模型对水资源进行合理的配置。

5.2 运输模型的建立

5.2.1 目标函数

为了充分利用水资源，我们希望两座水坝的供水能够
梅 满足各州的水和电力需求，同时提供尽可能少的水

$$\min W_{\text{supply}} = W_1 + W_2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^5 W_{ij} \quad (5)$$

其中 表示总供水量， 表示来自格伦峡谷大坝的水量， 表示来自胡佛大坝的水量。 表示从水库向
州供水的水量。如果没有相应的河流流过，则。 W_{ij}

$$i(i=1,2) \quad j(j=1,2,\dots,5)$$

$$W_{ij} = 0$$

对于湖泊来说，供水可以分为两种：不经过水坝直接供水，和通过水坝供水。（代表格伦峡
谷水坝，代表胡佛水坝）。 $W_{idown} \quad i=1 \quad i=2$

考虑到格伦峡谷大坝修建后，部分水会流入米德湖，我们将这部分调入的水量设为，其中为
比例参数。另外，假设调入的水量在调入后纳入米德湖的水源供应中。因此，水源供应量可表示
为 W_2

$$\begin{aligned} W_{\text{supply}} &= W_{1up} + (1-\lambda)W_{1down} + W_{2up} + W_{2down} \\ &= \sum_{i=1}^2 (W_{iup} + W_{idown}) - \lambda W_{1down} \end{aligned} \quad (6)$$

对于大坝，包括大坝之后湖泊提供给用户的水量，受用户用水需求（转化为水量）和电力需
求的制约，即 $D_e \quad D_w$

$$W_{idown} \geq \max\{D_e + D_w\} \quad (7)$$

水电转换关系和运输过程中水电的损失将在5.2.3节详细讨论。

5.2.2 供应限制

供水量不能超过水库的最低水位，否则将无法供电。假设最低水位为水库的最小容量。

因此，格伦峡谷大坝的供水

$$W_1 \leq Q_G \quad (8)$$

其中，代表格伦峡谷大坝供给的水量，代表格伦峡谷大坝的水库容量。 Q_G

对于胡佛大坝来说，其供水

$$W_2 \leq Q_H + \gamma \lambda W_{1down} \quad (9)$$

其中， W_2 表示胡佛大坝供给的水量， W_1 表示胡佛大坝的水库容量。 Q_H 是从格兰峡谷大坝输送到胡佛大坝的水量。 λ 是一个参数，表示运输过程中水的损失（详细信息在第 5.2.3 节中讨论） γ



图4：示意图

5.2.3 需求约束

需求分为水需求和电需求，我们的解决方案需要满足五大洲的两种需求。

电力需求

当水库水量较少时，相应的水流量就会减少，当水位低到一定程度时，甚至会停止发电。

对于水力发电，涡轮机平动功率公式^[7]如下

$$E = f(W) = (\eta + \beta)(\rho \dot{V}) g \Delta h \Delta t \quad (10)$$

其中 E 是电能， \dot{V} 是水的体积， β 表示水的势能和电能之间的关系。 η 是效率系数（无单位的标量系数，范围从 0 表示完全无效到 1 表示完全有效）。 η 表示可再生能源技术增强的功能。 ρ 是水的密度。 \dot{V} 是体积流量。 g 是重力加速度。 Δh 是高度变化。 Δt 表示工作时间。

发电高差为当前水位减去最低水位。

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= P - P_{\min} \\ \Delta h_2 &= M - M_{\min} \end{aligned} \quad (11)$$

鲍威尔湖的水位是多少？格伦峡谷大坝的最低发电水位是多少？

M 是米德湖的水位，也是胡佛水坝的最低发电水位。

由于导线的电阻，电能在传输过程中会有损失

$$E_{loss_{ij}} = \frac{I^2 \rho' L_{ij} \Delta t_i}{S} \quad (12)$$

因此，由于电能损失，可以得到额外的供水，用 W_{eloss} 表示。对于电力，供应需要满足需求，表示如下

$$\sum_{i=1}^2 W_{down_{ij}} - \sum_{i=1}^2 W_{eloss_{ij}} \geq D_{e_j} \quad (13)$$

其中， W_{eloss} 结合公式 (10,12) 得出。

用水需求

水的运输主要依靠河流系统。河流受阳光照射大，受蒸发影响大。蒸发受温度影响很大。因此，运输过程中水的损失可以用以下公式来表示

$$W_{wloss_{ij}} = W_{ij} \alpha_i \frac{\sigma}{T_j} \quad (14)$$

其中， W_{ij} 表示从水库向州供应的水量， α_i 是受温度影响的蒸发系数， σ 是参数， T_j 是温度， d_{ij} 是从水库到州的距离。

i j

假设发电后水仍可供用户使用。因此，在考虑供水时，应综合考虑水和电的运输损耗

$$W_{loss_{ij}} = W_{wloss_{ij}} + W_{eloss_{ij}} \quad (15)$$

对于水来说，供应需要满足需求，如下所示

$$\sum_{i=1}^2 W_{down_{ij}} - \sum_{i=1}^2 W_{loss_{ij}} \geq D_{w_j} \quad (16)$$

5.2.4 模型总结

通过总结上面的目标函数和约束方程，我们可以得到以下水电运输模式。

$$\min W_{supply} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^5 W_{ij} \quad (17)$$

st .

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{supply} = \sum_{i=1}^2 (W_{iup} + W_{idown}) - \lambda W_{1down} \\ W_{idown} \geq \max\{D_e + D_w\} \\ W_1 \leq Q_G \\ W_2 \leq Q_H + \gamma \lambda W_{1down} \\ \sum_{i=1}^2 W_{down_{ij}} - \sum_{i=1}^2 W_{loss_{ij}} \geq D_{e_j} \\ \sum_{i=1}^2 W_{down_{ij}} - \sum_{i=1}^2 W_{loss_{ij}} \geq D_{w_j} \\ W_{ij} \geq 0 \end{array} \right. \quad (18)$$

请参阅公式（6-16）以获得符号解释。

5.3 维护时间计算算法

为了解决在不加水的情况下最大维持时间的问题，我们设计了一个算法来计算维持时间。

该算法的思想是通过反复迭代模型一，求解在不考虑外部水源供应的情况下，两个水库的水可以维持多长时间。

该算法的伪代码如下：

Algorithm: Maintenance Time Calculation Algorithm

输入： $P, M, P_{min}, M_{min}, \text{需求 } W[i][j]$

输出： n

```

1 /*根据拟合函数2 计算 水库水位和水量*/ 3 while  $\geq$  or  $\geq$  do 4   $n$ 
 $\leftarrow n + 1$ ; 5 cost  $\leftarrow 0$ ; 6 for  $i \leftarrow 0$  to 1 do 7 for  $j \leftarrow 0$  to 4 do 8 if demand  $> 0$ 
then 9 cost  $\leftarrow P_{min}^{cost} + M_{min}^{\alpha} + M_{min}^{\beta} [i][j] * \beta$ ; 10 demand  $\leftarrow$  demand
-  $* (1 - \alpha) - E[i][j] * (1 - \beta)$ ; 11 end 12 end 13 if cost = min{cost} then

```

$W[i][j]$

$W[i][j]$

```

14    $P \leftarrow P$  which is calculated based on the volume
15    $M \leftarrow M_{\min}$  which is calculated based on the volume;
16 end

```

需要输入的参数为：两座水库的初始水位高度和，以及最低发电水位高度和。W为矩阵，若水库到状态没有可行水路，则初始化为0。需求D。持续天数n初始化为0。

$i \qquad j \qquad W[i][j]$

模型中的参数为：计算的水路输送损耗 α ，计算的电路输送损耗 β ，W矩阵元素表示从水库*i*输送到状态*j*的水量，同样，E矩阵元素表示从水库到状态的发电量。

$i \qquad j$

模型求解及输出：根据模型一可得到每次满足需求且保证损耗最小所需的水库用水量，根据拟合曲线计算出对应的水库水位，若两座水库水位均低于最低发电水位，则表明水库已经不能提供电力，即不能再满足需求，算法退出，输出天数n。

5.4 计算结果

5.4.1 各湖泊取水量

我们为鲍威尔湖和米德湖的初始水位分配了数值。并且。根据过去的数据，我们假设用水需求为12340亿加仑，电力需求为1073千兆瓦时。

我们每天分析这个问题。利用该模型，我们得到的总供水量为594.67亿加仑。应从米德湖中排出的水量为416.02亿加仑，应从鲍威尔湖中排出的水量为178.65亿加仑。

经过一天的使用，两个湖泊的水位分别变化了0.45英尺和1.55英尺，结果是合理的。

5.4.2 维护时间

在没有额外水源供应（例如降雨等）的情况下，水位会随时间下降。当水位降至最低发电水位时，水库将无法再提供电力，即无法满足需求。最大维持时间为从初始水位到最低水位。

在前文结果的基础上，结合模型一及维修时间计算算法得到的结果为63天。

5.4.3 补充水

当供水系统达到无法满足需求的临界状态时，需要补充水来维持供水系统运行。此时需求是一定的，水库中的水量为常数值，相当于供水量就是补充的水量，因此结果差别不大。不同之处在于该模型是基于时间线的，我们考虑的实际温度会导致不同的蒸发损失，因此实际需要补充的补充水量将

also be different. The calculation results are shown in the figure below:

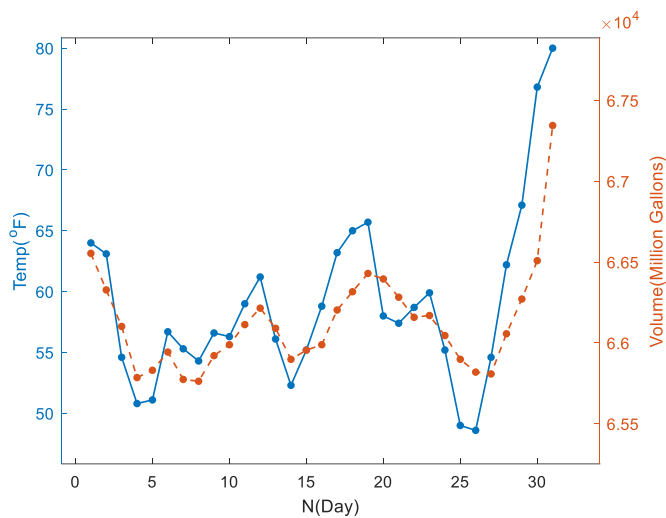


图 5：添加水的结果

需要补充的水量与温度呈正相关，
高 温度越高，损失越多，就越需要补充水分。

6 模型二：协调发展多目标规划模型

模型二是模型一的进一步改进。在模型一中，我们只分配水
各州之间的供应和电力供应。在模型二中，我们考虑了
工业、农业和居民生活用水。

6.1 多目标规划模型的建立

6.1.1 目标函数

工业、农业和居民用水、用电的比例最终将
有 社会、经济和环境的影响。^[8]

我们的目标是社会、经济和环境协调发展。社会、经济和环境条件对应于水使用前、使用中
和使用后的情况。电力在使用前和使用中分别对应于这个社会和经济。

社会效应指供水（或电）需求得不到满足时，水（或电）的短缺。换言之，社会效益指缺水（
或电）带来的负面效应。当不存在缺水时，目标函数中不考虑社会效益。 经济效应指水（或电）
带来的工业产出。一个地区工业、农业和居民的供给，在不同程度上影响着该地区的经济状况
。

环境效应是指水使用后带来的污染物的量。从环境可持续的角度，我们希望污染物的总量尽
可能的小。

$$F = \text{opt}[f_1(x), f_2(x), f_3(x)] \quad (19)$$

其中，分别对应社会、经济和环境影响。

水资源供需同时影响三种效应，而电力供需仅影响社会效应和经济效应。

社会效益 $f_1(x)$

水源主要有三个：格兰峡谷水坝、胡佛水坝和降雨。电力供应有两个来源：格兰峡谷水坝和胡佛水坝。
($i = 1$)
($i = 2$)

当供给不能满足需求时，水（或电）短缺量等于需求量减去供给量。我们希望社会影响尽可能小。

$$\max f_1(x) = -\min \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 [D_j^{km} - \sum_{i=1}^{I(m)} x_{ij}^{km}] \quad (20)$$

其中是州的对象（工业、农业和住宅）对（水或电）的需求，是州的对象（工业、农业和住宅）对（水或电）的供应。
 $k = 3$ $j(j = 1, 2, \dots, 5)$ x_{ij}^{km} m $m = 1$
 $m = 2$ k $k = 1$ $k = 2$ $k = 3$
 $j(j = 1, 2, \dots, 5)$

经济效应 $f_2(x)$

水经济主要包括水资源所带来的水（或电）的价值，以及利用水（或电）所带来的效益。

水资源带来的水（或电）的价值直接体现在水电的收费制度中，用收费系数来表示；水电利用带来的效益用效益系数来表示，例如，对于一个工厂来说，它的效益可以用收费系数来体现，它的利润可以用效益系数来体现。
 b

$$\max f_2(x) = \max \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^{I(m)} (b_{ij}^{km} - c_{ij}^{km}) x_{ij}^{km} \lambda_{ij}^m \delta_j^{km} w_j^m \quad (21)$$

其中，为效益系数，为收费系数，为供给量，为秩序系数，为公平系数，为区域权重系数。

$$\delta_j^{km} \quad w_j^m$$

受三个经济因素的影响：不同地区的供给差异、不同地区的需求差异、同一地区不同行业的需求差异。

电力输送过程中水体蒸发和电能损耗的影响均受距离约束，各州与两大坝的距离不同，决定了两大坝对五州供电的优先顺序不同，用序系数表示。工业、农业、居民三类对象是水电资源的三类固定需求群体，他们的需求不同，需求占比相差较大。
 λ

用公平系数来表示。五个州之间的资源分配用区域权衡系数来表示。

w

这三个系数的具体获取及方法将在第6.2节结合实例详细介绍。

环境影响

$f_3(x)$

水在使用之后，会有大量含有重要污染物（如COD、BOD）^[9]的污水排放，对环境造成负面影响，如生态系统的破坏，环境效应越小越好。

$$\max f_3(x) = -\min \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 d_j^k p_j^k \sum_{i=1}^3 x_{ij}^k \tag{22}$$

式中， d_j^k 为某州对象（工业、农业和生活）的污染物排放系数 k （为某州对象（工业、农业和生活）排放量中重要污染物的含量， mg/L ），

$$d_j^k$$

 $k(k=1,2,3)$

$j(j=1,2,\cdots,5)$

6.1.2 约束

模型一可以遵循供给和需求的约束，而模型二由于纳入了社会、经济和环境因素，因此可以添加一些额外的约束。

需求约束

用户对水的需求都会有最大需求和最小需求，最大需求指生产能力的最大输出，即达到用户的最大满足，最小需求则是用户维持基本运转的需要。

当供给大于最大需求时，会造成资源浪费；当供给小于最小需求时，需求得不到保证。因此，供需约束如下：

$$D_{j\min}^k \leq \sum_{i=1}^3 x_{ij}^k \leq D_{j\max}^k \tag{23}$$

污染物限制

污染物排放不得超过污染物最高允许排放总量

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 d_j^k p_j^k \sum_{i=1}^3 x_{ij}^k \leq M_{\max}^k \tag{24}$$

式中， d_j^k 为某州对象（工业、农业和生活）污染物排放系数 k （为某州对象（工业、农业和生活）排放量中重要污染物的含量， mg/L ），

$$d_j^k$$

 $k(k=1,2,3)$

$j(j=1,2,\cdots,5)$ 为最大允许污染物总量，其值为5989kg（总COG/天）^[9]。

6.1.3 模型摘要

总结上述目标函数和约束方程，可得到如下协调发展多目标规划模型。

$$\begin{aligned} obj.F(X) &= opt[f_1(x), f_2(x), f_3(x)] \\ &= \left\{ \begin{aligned} \max f_1(x) &= -\min \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 [D_j^{km} - \sum_{i=1}^{I(m)} x_{ij}^{km}] \\ \max f_2(x) &= \max \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^{I(m)} (b_{ij}^{km} - c_{ij}^{km}) x_{ij}^{km} \chi_{ij}^m \delta_j^{km} w_j^m \\ \max f_3(x) &= -\min \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 d_j^k p_j^k \sum_{i=1}^{I(m)} x_{ij}^k \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

st .

$$\left\{ \begin{aligned} W_1 &\leq Q_G \\ W_2 &\leq Q_H + \gamma \lambda W_{1down} \\ D_{jmin}^k &\leq \sum_{i=1}^3 x_{ij}^k \leq D_{jmax}^k \\ \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^5 d_j^k p_j^k \sum_{i=1}^3 x_{ij}^k &\leq M_{max}^k \\ x_{ij}^k &\geq 0 \end{aligned} \right. \quad (26)$$

符号解释见公式（8-24），更多参数确定见6.2节。

6.2 需确定的参数

由于篇幅所限，不可能一一列举，因此我们以加利福尼亚州为例，说明模型中各个参数的确定。

6.2.1 经济效应参数 $f_2(x)$

经济效果包括五个参数：效益系数、收费系数、秩序系数、公平系数、区域均衡系数。

c_{ij}^{km}	χ_{ij}^m	δ_j^{km}	w_j^m
效益系数	b_{ij}^{km}		

水电利用所带来的效益用效益系数来表示。

工农业用水（或用电）效益系数可由产值用水（或用电）需求量的倒数确定，根据查表^[11,12]所得数据可得：

表3：工业和农业效益系数

<i>Object</i>	<i>Total output value /million dollars</i>	<i>Total water volume /million gallons</i>	<i>Total electricity/KMWh</i>	<i>Benefit coefficient(water) dollars/gallons</i>	<i>Benefit coefficient(electricity) dollars/KWh</i>
<i>Industry</i>	9,025,218	19183	47631.5	470.48	189.48
<i>Agriculture</i>	196037.6	399	6804.5	491.3223	28.80999

生活用水（电）效益系数一般很难有一个明确的数值^[8]，为了保证供应，我们按照表3给出一个较大的数值，水的效益系数为550美元/加仑，电的效益系数为200美元/千瓦时。

收费系数 c_{ij}^{km}

水资源所带来的水电价值，直接体现在水电收费制度上，用收费系数来表示。

收费系数可按照加州水电单价^[13,14,15]确定。

表4 三个对象的充电系数

<i>Object</i>	<i>Industry</i>	<i>Agriculture</i>	<i>Residents</i>
<i>Water price (dollars/gallons)</i>	3.77	2.12	5.85
<i>Electricity price (cents/KWh)</i>	8.16	17.5	15.98

订单系数 χ_{ij}^m

三大水源地对五州供水的不同优先顺序，以序系数表示。

由水（或电）使用优先级到订购系数的转换可由如下转换关系^[8]得到：

$$\chi_{ij}^m = \frac{1 + n_{\max j}^m - n_{ij}^m}{\sum_{i=1}^{I(m)} (1 + n_{\max j}^m - n_{ij}^m)} \quad (27)$$

其中，代表水（或电）使用优先级的转换 $m=1$ $m=2$

对于一个给定的州，水源有三个：格伦峡谷大坝、胡佛大坝和降雨。由于输送距离的增加会导致水因蒸发而损失，因此优先级按距离确定。对于加利福尼亚州，降雨在很短的时间内可用，并且它到胡佛大坝的距离小于格伦峡谷大坝。因此，优先级为降雨第一，胡佛第二，格伦最后，分别表示为。（水）分别为 1/3、1/2、1/6。

$$n_{1j}^1 = 3, n_{2j}^1 = 2, n_{3j}^1 = 1 \quad \chi_{ij}^1$$

电力来自两个来源：格兰峡谷大坝和胡佛大坝。由于运输距离的增加会因电力损失而造成损失，因此其优先级也由

距离。优先度为：胡佛第一，格伦第二，分别用表示，得出（电量）分别为1/3，2/3。

$n_{1j}^2=2, n_{2j}^2=1$ χ_{ij}^1

公平系数 δ_j^{km}

他们的诉求是不同的，他们诉求比例的差异就用公平系数来体现。

$$\delta_j^{km} = \frac{1 + n_{\max}^{km} - n_j^{km}}{\sum_{k=1}^3 (1 + n_{\max}^{km} - n_j^{km})}$$
 (28)

用水优先顺序^[16]：居民生活用水第一，农业用水第二，工业用水最后，对应顺序为：。代入公式，用水公平系数分别为 $1/3, 1/2, 1/6, n_j^{31}=1$

电力需求优先顺序^[17]：农业用电占电力消费比重较小，因此我们优先考虑居民用电，其次是工业用电，最后是农业用电。对应：，代入公式，得电力公平系数分别为1/3、1/6、1/2。

$n_j^{11}=2, n_j^{21}=3, n_j^{31}=1$

区域权衡系数 w_j^m

五个州之间的资源分配以区域权衡系数来表示。

以水为例，我们有五个州的用水数据^[10]。根据数据，
五种状态中的八种如下图 5 所示。

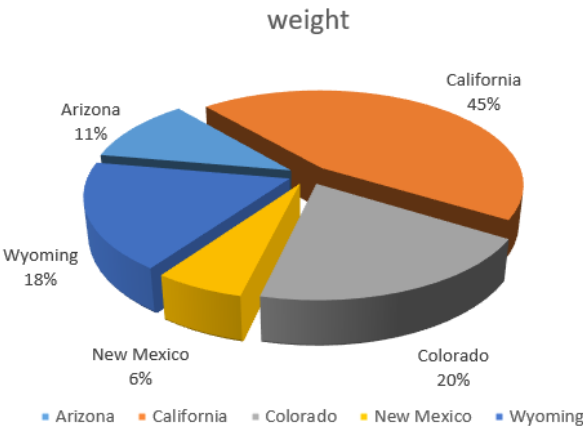


图6：五州的区域权衡系数

6.2.2 环境影响参数 $f_3(x)$

环境效应有两个参数：污染物排放系数，重要污染物的含量。

p_j^k

d_j^k

通过数据查询^[19]，加州的COD（或其他污染物）排放量190mg/L，排放量 j^k

coefficient p_j^k is 0.20.

6.3 计算结果

6.3.1 问题二的答案

为了更好地表示农业、工业、居民用水与发电量之间的关系，我们假设各州有充足的水源供应和10亿加仑的降雨量，计算最优经济效益，得到各州水电资源分布情况如下表所示。

region	source of water	industrial water	domestic water	agricultural water	industrial electricity	domestic electricity	agricultural electricity
Arizona	Glen Canyon dam	455.09	1444.41	6272.32	6605.41	2431.79	1049.80
	Hoover dam	176.52	560.24	2432.84	2443.22	899.47	388.30
	rainfall	55.69	376.76	567.55			
California	Glen Canyon dam						
	Hoover dam	426.98	697.37	11842.18	1919.93	1433.90	377.17
	rainfall	32.93	253.78	713.29			
Wyoming	Glen Canyon dam	569.47	1395.46	13635.83	3844.46	5309.69	932.85
	Hoover dam						
	rainfall	36.50	289.45	674.05			
New Mexico	Glen Canyon dam	464.81	1479.55	2513.00	2212.86	7340.91	533.22
	Hoover dam	180.29	573.87	974.71	818.50	2715.27	197.23
	rainfall	104.28	531.93	363.79			
Colorado	Glen Canyon dam	441.07	1324.92	11606.08	5755.73	2957.83	1373.44
	Hoover dam						
	rainfall	32.98	299.08	667.93			

从表中可以看出：（1）在大多数地区，农业和居民用水量相对较高。这是因为（1）各州农田面积相对较大，灌溉用水需求量较大。（2）居民用水优先性较高。我们在水资源再分配中优先考虑居民用水，因此居民用水占比相对较高。

从表中可以看出，工业和居民生活用电占比较高，农业用电占比较低，这是因为（1）工业产出对电力需求较大，（2）居民用电以保证生活需要为主，（3）农业主要需求是水利，对电力需求较低。

6.3.2 问题三的答案

问题二考虑水资源不短缺情况下的资源配置，此时主要考虑经济效应；问题三考虑水资源短缺，因此采用社会效应、经济效应、环境效应多目标规划，保证率如下表所示

表5：担保率

Guarantee rate	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
	/million gallons	/million dollars	/kg
50%	2071.65	37965.48	1235.68
75%	2748.52	34545.59	1396.32
95%	3107.47	28675.33	1731.43

在保证率由50%向95%变化过程中，水资源缺口总量增大，州内重要污染物排放量也随之增加，但州内产生的效益价值却减少，即区域经济效应的提升是以社会效应和环境效应的降低为代价的，表明三者之间是相互影响、相互竞争的

在建立的协调多目标规划模型中。

6.3.3 模型的重新运行

考虑到现实生活中水库调度工作，模型需要经过一定时间后做相应的调整，我们以一个月为间隔运行模型，每次运行模型得到一个月的调度数据，如有余缺，可在下个月做相应的调整。

7 墨西哥分配模型

7.1 墨西哥分配模式的建立

该模型基于水库分配后墨西哥的分配计划。

无论是模型一还是模型二，在给各州分配完资源后，如果没有剩余资源（即资源不足，Rem=0 即刚好用完），则该模型不适用。没有给墨西哥分配资源。

如果分配资源后还有剩余：考虑将资源分配给墨西哥。我们以每个月作为模型的运行周期，根据数据运行模型，得到美国一个月所需的用水量Req。用预估的总用水量减去预估的每月用水量Req，得到Rem。这就是模型的应用之处。分配给墨西哥的数量为μ*Req（计算方法为缩放因子乘以美国一个月的需求量）。

我们参考Logistic曲线，设置参数，使其符合我们的模型：

$$\mu(t) = \frac{1}{1 + (\frac{\mu_m}{\mu_0} - 1)e^{-rt}}$$

(29)

7.2 计算结果

我们使用MATLAB设置参数以符合我们的模型，并得到最终的参数值=1,,。
 $\mu_m = 1$ $\mu_0 = 0.0001$ $r = 9.2$

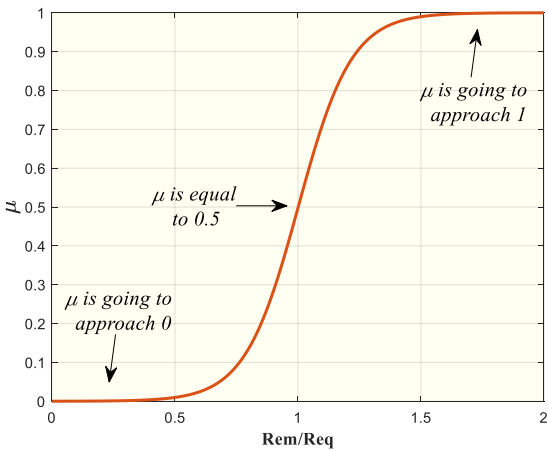


图 7：关系图

当剩余的Rem很少， μ 接近于0时，分配给墨西哥的资源也接近于0。当Rem大于等于美国月需求Req的两倍时， μ 几乎为1，给墨西哥的量相当于美国一个月的量，也就是说，最多给墨西哥的量相当于美国一个月的量（计算周期为一个月）。当Rem刚好等于Req时， $\mu=$ 为0.5，给美国一个月的量相当于其所需量的一半。

8 敏感性分析

8.1 需求变化

随着时间的推移，各个行业对水电的需求可能上升也可能下降，此时我们选取工业、农业和居民用水需求在原有需求基础上增加5%，工业、农业和居民用电需求在原有需求基础上减少5%，探究对模型求解最终结果的影响。

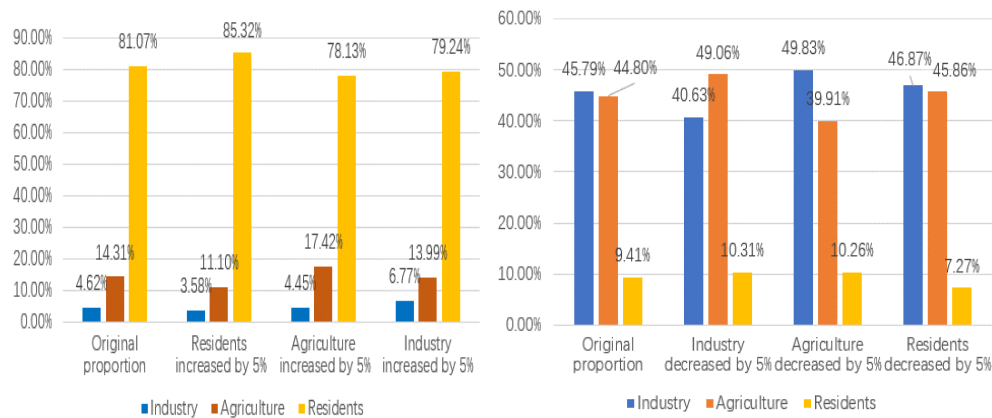


图8：需求变化

可以看出，居民生活用水原有比重较大，利用的水资源基数较大，因此，当工业、农业和居民生活用水需水量分别增加5%时，总体比重变化较大，且居民生活比重增加较多。但工业原有比重较小，需水量增加5%后，对总体比重影响不大，工业比重调整也较小。对于电力消费，也可以看出，原有比重较大的行业，会引起总体比重较大的变化。

8.2 可再生能源技术

在我们的模型中，可再生能源技术中，暂时只考虑水力发电的技术升级，如果考虑风电、太阳能等可再生能源技术，则只需增加电力供应即可。在第一个模型中，提到水能转换成电能的利用效率为 $\eta + \beta$ ，其中 η 为基本利用效率，为80%。表示可再生能源技术升级的作用，增加值分别假设为5%、10%和15%。计算出的供水量随着利用效率的提高而减少。这是可以理解的，因为损失的额外能量少了，所以提供的水量就少了。

表 6：可再生能源技术变化

β	5%	10%	15%
Supply	55567	53722	52642

从数据中可以看出，在我们的模型中 β 增加之后，水供应量有所减少，但是并不显著，说明水分利用效率 $\eta+\beta$ 对我们的模型影响不大，这可能是因为蒸发造成的损失大于水分利用效率的损失。

8.3 节水节电措施

我们认为，额外的节水节电措施将导致居民对水电的需求减少。对资源的需求减少将使水坝保持较高的水位，从而将发电量保持在较高的水平（较高），因此需求减少越多，水库提供的水就越多。但是，当需求减少到一定程度时，水库的水位足够高，变化不大，发电量基本稳定。随着需求的减少，水坝提供的减少水量也趋于正相关。

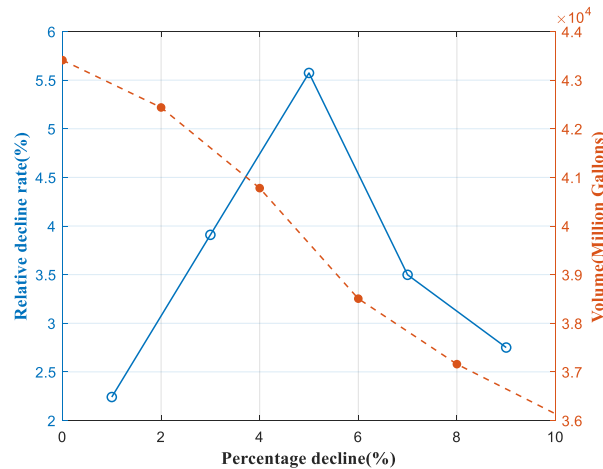


图9：保护措施的变化

9 优势与劣势

9.1 优势

- （1）本文采用的两个主要模型具有通用性，可以处理不同的供需情况，得到更优的分配方案。
- （2）模型二综合考虑社会效应、经济效应和环境效应，三者相互作用、相互竞争，提高结果的合理性
- （3）在水电转换、功率损失方面，参考了大量的文献资料，保证了模型的严谨性。

9.2 弱点

- (1) 在模型计算中，没有找到一些参数的具体值，这可能会对结果造成一定的影响。
- (2) 模型中仅考虑水力发电，若考虑风力发电等其他发电方式，结果将更加符合实际。

参考

- [1] <https://finance.sina.com.cn/tech/2021-06-11/doc-ikqcfncfca0393441.shtml>
- [2] 美国西部缺水消息<https://finance.sina.com.cn/tech/2021-08-19/doc-ikqciyzm2363948.shtml>
- [3] 科罗拉多河流域来自维基百科 https://en.wikipedia.org/wiki/Colorado_River
- [4] <https://droughtmonitor.unl.edu/>
- [5] 鲍威尔湖 https://en.wikipedia.org/wiki/Lake_Powell
- [6] 米德湖 https://en.wikipedia.org/wiki/Lake_Me 广告
- [7] 水力发电 <https://en.wikipedia.org/wiki/Hydroelectricity>
- [8] 常毅.基于遗传算法的区域水资源优化配置研究及应用[D].华中科技大学，2011。
- [9]杜柏林.基于模拟退火粒子群优化的大荔县水资源优化配置研究[D]西安理工大学,2021 DOI:10.27398/d.cnki.gxalu.2021.000819.
- [10] Dieter C A. 水资源可用性和利用科学计划: 2015 年美国水资源使用量估算[M]. 地质调查局, 2018.
- [11] https://www.eia.gov/electricity/sales_revenue_price/pdf/table5_c.pdf
- [12] <https://apps.bea.gov/regional/downloadzip.cfm>
- [13] <https://www.boardofwatersupply.com/customer-service/water-rates-and-charges/water-rate-schedule-july-1-2019-june-30-2023>
- [14] <https://www.electricitylocal.com/states/california/industry/>
- [15] <https://www.cfbf.com/wp-content/uploads/2019/06/ElectricityRates.pdf>
- [16] <https://www.suiniann.com/book/895/25709.html>
- [17] <https://www.eia.gov/electricity/state/>
- [18] https://www.waterboards.ca.gov/resources/data_databases/wq_status_report.html

《干旱与口渴》杂志文章

水资源匮乏时代的救赎

科罗拉多河是美国西部最大的水系，因流经广大干旱和半干旱地区而被誉为“西南的生命线”。然而，由于严重的旱灾和不合理的水资源利用，许多地区的水坝和水库水源水量正在减少。因此，针对当前和未来的供水状况制定合理、可靠的水资源分配计划至关重要。



为了解决水库水资源配置问题，提出了两个模型：模型一是水电

特运动模型与模型 协调发展多目标规划模型。

为了便于求解模型，我们首先求解水库水位与水库蓄水量之间的关系问题。在此基础上，我们进一步考虑模型的目标函数和约束关系。我们试图找到一种分配方法，使大坝能够供应最少的水量，从而缓解缺水状况。对于模型的约束，我们考虑了需求量约束、损失约束和库存容量约束。根据格伦峡谷和胡佛大坝之间的关系以及给定的参数，该模型可用于计算两座大坝向亚利桑那州、加利福尼亚州、怀俄明州、新墨西哥州和科罗拉多州五个州供应的水量和电量。

解决一般用水和电力生产的利益冲突同样困难。为此，我们提出了模型二，它可以更好地确定五个州的农业、工业和居民用水和电力的合理分配。我们的第二个模型的思路是结合社会效益和经济效益，提出一个多目标规划模型。通过这个模型，我们可以在满足基本用水和电力供应需求的同时兼顾其他方面。最后，我们可以得到每个行业的权衡。

在获得足够的数据库后，我们的模型就可以很好地发挥作用。例如，我们可能需要温度数据、降雨量数据等。我们建议每隔一个月运行一次我们的模型，以更好地管理水资源，以便及时调整最佳策略。

至于墨西哥的权利，我们有分级分配制度，可以很好地分配剩余的水资源。由于缺水，我们不考虑将科罗拉多河改道流入加利福尼亚湾。

虽然我们的方法能更好地解决水库水量分配的问题，但我们还是要珍惜水资源，鼓励民众节约用水，鼓励相关部门加大可再生能源技术的比例，共同努力，才能解决缺水问题。