

组建无人机大军扑灭野火

全球变暖、厄尔尼诺……随着各种极端气候的出现，澳大利亚的山火发生频率越来越高，燃烧后排放的温室气体加剧了全球变暖，似乎进入了一个死循环。与此同时，数亿人的生命在火灾中丧生，这让我们感到痛心。为了更好地控制山火，我们模拟了无人机协助观测的分布，以达到经济性和效率性的最佳平衡。

建立了模型：模型一：栅格化多目标优化模型；模型二：泊松过程模拟的模型验证；模型三：基于禁忌搜索的悬停模型等。

在建立所有模型之前，我们对需要研究的区域进行栅格化，通过离散的网格，可以更好的进行分析，并且利用多种可视化手段，使结果更加直观。

模型一：根据维多利亚州近几年火灾分布热力图，我们发现火灾主要发生在东部沿海平原地区。在权重和多目标优化算法的启发下，我们建立了一个全新的模型，寻找EOC的最佳位置，并制定合适的无人机悬停位置和侦察路线。根据火灾现场的不同位置，计算两种无人机的最大数量及其比例。结果如图9所示。

对于模型二：该模型其实是对模型一的补充。在模型一中，火灾只出现在很小的区域，研究区域内存在发生极端火灾事件的可能。结合近半个世纪的数据，利用泊松分布得到概率和数学期望，可以得出未来十年可能发生2.99431次极端火灾事件，大约是3倍。之后利用移动式EOC应对极端火灾事件，并利用模型二的方法重建无人机网络，找出需要增加哪些设备成本。由于结果的多样性，将在6.2节中展示。

对于模型三：针对不同地形条件下无人机悬停位置如何优化的问题，禁忌搜索算法（TS）是一个不错的选择。利用禁忌搜索算法可以使无人机悬停位置在不同地形条件下达到全局最优的效果。由于城市地区无人机信号干扰严重，EOC的合理分布使其能够快速组网，应对城市突发火灾。山区地形的遮挡限制了无人机的飞行范围，因此将区域划分为区块，进行分区管理可以有效提高效率。

此外，由于以上三个模型都讨论了丰富的地形和突发事件，使得我们的模型具有很强的适应性，不仅可以在我们研究的区域使用，也可以在澳大利亚其他地区使用。

最后，对极端火灾事件的数学期望进行敏感性分析，结果表明模型对的变化不敏感，即可以适用于不同极端火灾事件的地区。同时，对模型的稳健性也进行了检验，在对和添加5%的随机扰动时，最大时间误差为3.2657%，可以认为模型是稳定的。随后，我们为CFA编写了由稳定模型支持的预算申请。

关键词：扑灭山火；多目标优化；泊松分布；禁忌搜索算法；敏感性分析



关注数学模型
获取更多资讯

内容

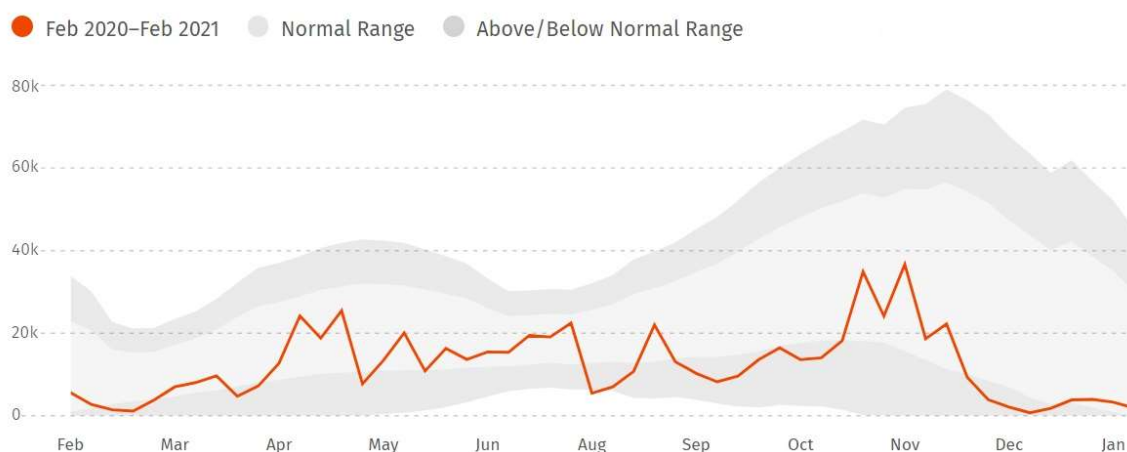
1 简介	3
1.1 问题背景	3
1.2 问题重述	3
1.3 文献综述	4
1.4 我们的工作	5
2 假设和解释.....	5
3 符号.....	6
4 模型准备.....	6
4.1 数据概览	6
4.2 经纬度到距离的转换	7
4.3 两款无人机说明	7
5 栅格化多目标优化模型.....	8
5.1 区域栅格化	8
5.2 火灾频率-距离加权模型	9
5.3 多目标优化模型	11
5.4 结果与分析	11
6 泊松过程模拟模型验证.....	13
6.1 极端火灾事件的泊松过程	13
6.2 模型验证与分析	13
7 基于禁忌搜索的悬停模型.....	17
7.1 山地与城镇模型构建	17
7.2 模拟结果	17
8 敏感性和稳健性分析.....	19
8.1 敏感性分析	19
8.2 敏感性分析	20
9 优势与劣势评估	21
9.1 优势	21
9.2 劣势及进一步改进	21
预算请求.....	22
参考文献.....	24
附录.....	25



1 简介

1.1 问题背景

“就像你们一样，当大火烧毁了土地和一切：生命、房屋、动物和树木时，我感到痛苦和恐惧。但对于我们原住民来说，大火烧毁的是我们的记忆、我们的圣地，以及所有定义我们身份的东西。”一位原住民说。近年来，澳大利亚火灾的规模越来越大，造成了巨大的经济和文化损失。随着气候变暖，火灾发生的概率也大大增加，以至于它已经不能被忽视了。我们可以从下图中看到澳大利亚的火灾情况：



图一：澳大利亚火灾情况（2020 年 2 月 - 2021 年 2 月）

以上数据来自网站 GLOBAL FOREST WATCH[1]，GFW Fires 交互式地图包括来自 NASA 和 NOAA 的近乎实时的火灾警报、实时风向和空气质量数据、特许经营区和森林覆盖地图、高分辨率卫星图像，以及有关火灾发生地点的带有地理标记的社交媒体对话。

如上图所示：在澳大利亚，火灾高峰期通常始于 1 月初，持续 45 周。2020 年 2 月至 2021 年 2 月期间，VIIRS 火灾警报共报告 636,731 条。针对上述情况，建立由无人机集群驱动的快速应对森林火灾的数学模型非常必要且紧迫。

1.2 问题重述

山火是一种严重的自然灾害，具有诸多的复杂性。通过对问题背景的深入分析和研究，结合给定的具体约束条件，问题的重述可以表达如下：

建立一个数学模型来确定 SSA 无人机和无线电中继器无人机的最佳数量和组合。该模型应平衡几个因素。基于该模型，解释它如何适应未来十年极端火灾事件的变化可能性。



根据改进的模型，针对不同地形上不同规模的火灾，优化悬停 VHF/UHF 无线电中继无人机的位置。考虑到上述结果，准备一到两页带注释的预算申请并提交给维多利亚州政府。

1.3 文献综述

本问题主要针对集群无人机灭火问题。近年来，针对无人机集群路径规划优化算法的研究非常热门，大体可以分为两部分，无人机集群路径规划模型和无人机集群路径规划优化算法，本节主要讨论已经提出的模型。

首先，从空间的维数上看：在[2]中，HU等人将规划空间设置为三维，但为了简化模型，更多的作者倾向于将空间视为二维[3]。

其次，在规划空间的方法方面：常用的方法有栅格法[4]、路标法、人工势场法等。

最后，无人机集群路径规划模型的目标函数一般采用飞行距离、威胁成本等，如徐建军等[5]以威胁成本与时间成本的加权和作为优化目标。此外，约束条件往往包括自身约束和环境约束，如飞行速度、地理高度等。

规划空间的优势与劣势可以直观地呈现如下：

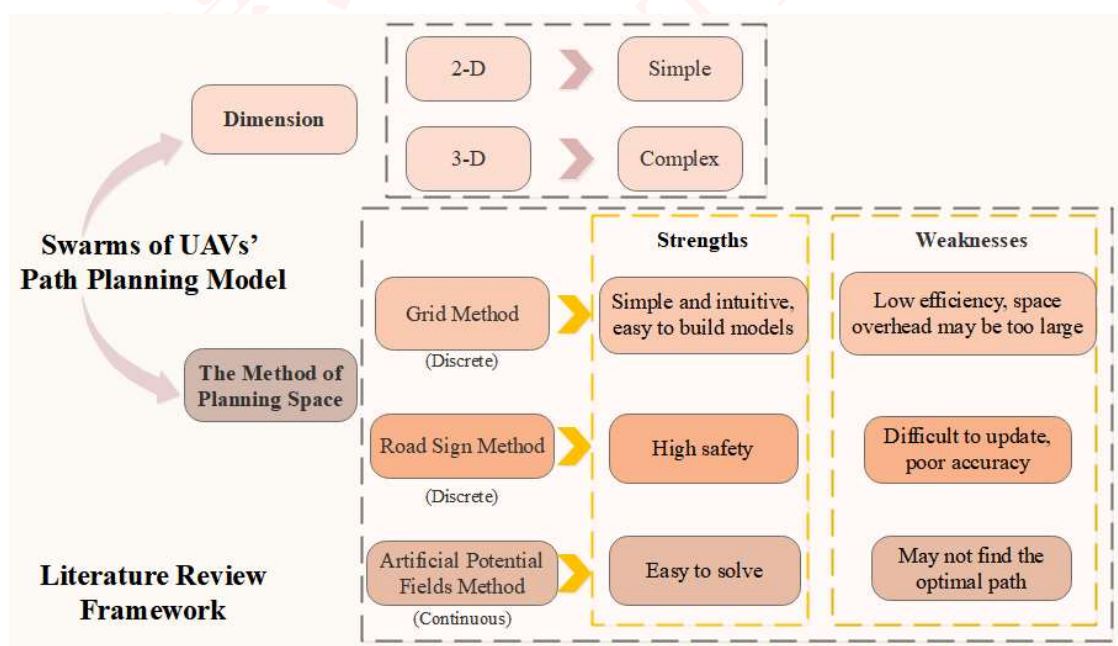


图 2：文献综述框架



1.4 我们的工作

该问题要求我们通过优化两种无人机的部署位置来扑灭火灾。我们的工作主要包括以下内容：

- 1) 基于山火数据，建立栅格化的多目标优化模型；
- 2) 给出两种无人机的混合情况，并考虑极端火灾事件；
- 3) 通过泊松过程模拟的验证模型和基于禁忌搜索的悬停模型，有效论证了本文的有效性和适用性。

为了避免复杂的描述，直观地反映我们的工作流程，流程图如图3所示：

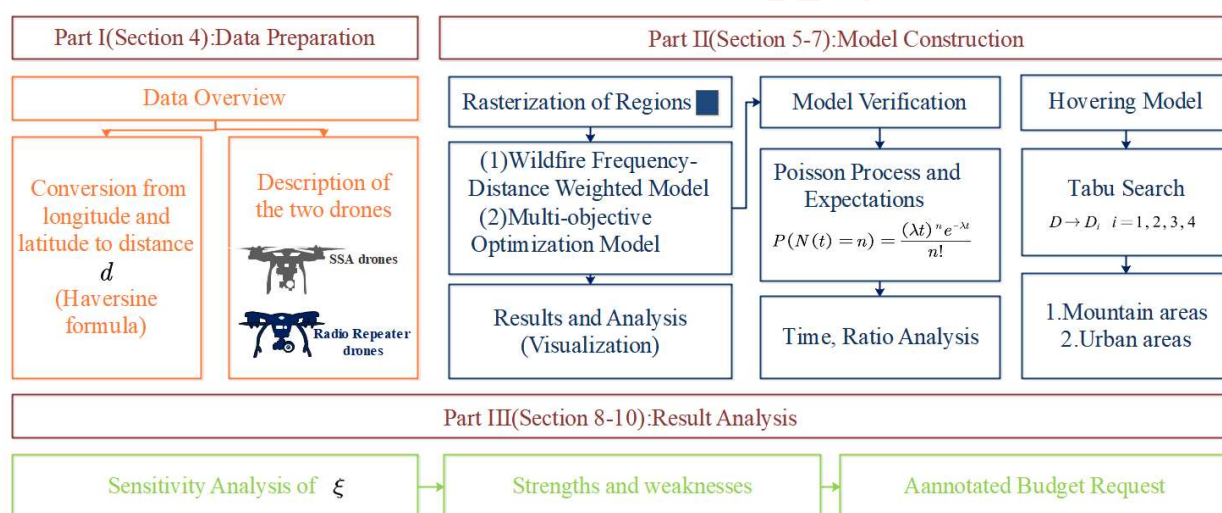


图 3：我们的工作流程图

2 假设与解释

考虑到实际问题总是包含很多复杂的因素，首先需要做出合理的假设来简化模型，而每一个假设后面都紧跟着相应的解释：

假设1：只考虑地形对无人机的影响，忽略温度、湿度、大气等其他因素。解释：无人机的辐射通信范围只受地形因素影响，其他因素影响很小。其实这些因素是互相影响的，但为了简化模型，我们忽略这些因素之间的相互作用。假设2：EOC的部署地点可以部署在火灾周边，以应对紧急情况。

解释：问题中没有明确给出 EOC 的位置。因此，我们假设 EOC 可以设置在火灾现场周围的无火灾区域，因为问题的词汇表说移动 EOC 可以部署在紧急情况发生地点附近。



假设3：可将“地面部队”前锋队伍近似为靠近火灾现场。

解释：小队实际运动情况非常复杂，很难准确计算其位置，因此假设小队在火场附近，无人机到达火场与小队建立连接。

假设4：所收集的数据可以被认为是可靠的，并且能够反映维多利亚州山火的变化规律。

说明：历史维州山火数据，经纬度等数据来自于权威网站，例如澳洲FEC官网，NASA等，准确度较高。

为了简化对个别部分的分析，我们做出了额外的假设。这些假设将在适当的地方进行讨论。

3 符号

表1列出了本文中使用的一些重要的数学符号。

表 1：本文中使用的符号

Symbol	Description
x_i	Longitude within the i -th Wildfire Grid
y_i	Latitude within the i -th Wildfire Grid
Ω_i	The area of the i -th grid
d_{ki}	the distance d_{ki} between the k -th roaming grid and the i -th grid
SC_k	Score for evaluating the k -th wildfire grid
$x_{ki}^{(\alpha)}$	the SSA_α drone sent by the k -th EOC to the i -th wildfire grid
$x_{ki}^{(\beta)}$	the RR_β drone sent by the k -th EOC to the i -th wildfire grid
t_{fly}^δ	The flight time of drones ($\delta = \alpha$ or β)

注意：有些变量没有在这里列出，将在各个部分详细讨论。

4 模型准备

4.1 数据概览

题目并没有直接提供数据给我们，所以我们需要考虑在模型构建中需要收集哪些数据。通过对题目的分析，我们需要收集澳大利亚维多利亚州的相关信息，比如经纬度、海拔、山火次数等。由于数据量很大，不方便一一列出，所以将数据可视化是一个好的方法。



4.1.1 数据收集

查询了澳大利亚维多利亚州FEC官方网站，获取了大量有关山火的数据，其他数据来源如表2所示。

表 2：数据和数据库网站

Database Names	Database Websites
Fire Alerts	https://www.globalforestwatch.org/map/
Altitude	https://search.earthdata.nasa.gov/search
Latitude and Longitude	https://www.kaggle.com/carlosparadis/fires-from-space-australia-and-new-zeland/data
Google Scholar	https://scholar.google.com/
Maps	© 2021 Mapbox © OpenStreetMap

4.1.2 数据筛选

从图4（右）维多利亚州的地图来看，东部地区主要为森林，而西部地区几乎没有森林。此外，为了更好地展示山火的情况，我们在图4（左）中绘制了热力图。

结合我们制作的热力图，展示了2012年至2021年维多利亚州各州的山火数量，颜色越深，火灾数量越多。虽然西部地区也发生过火灾，但东部地区的火灾数量远高于西部地区。

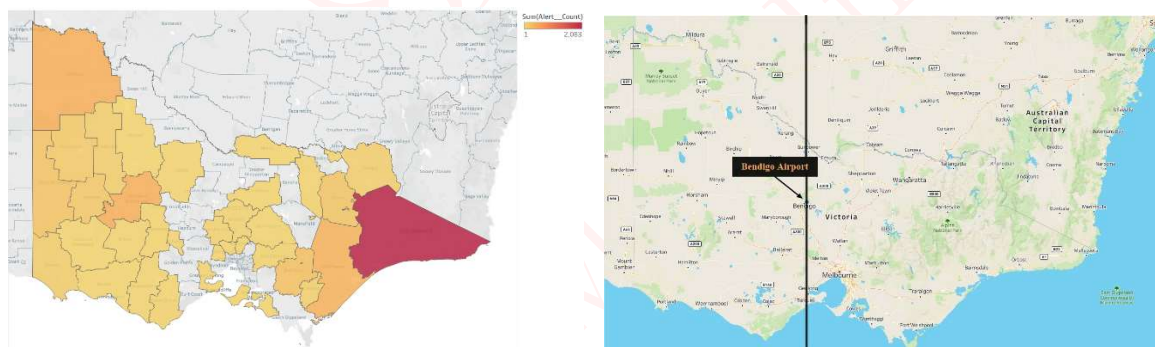


图 4：数据筛选

通过上面的热力图，在建立模型的时候，可以合理的选择区域的大小，因为主要需要解决的问题是山火的应急处理，所以我们取东部作为模型的建立区域。我们选取Bendigo Airport (36.7346S, 144.3305E) 作为划分的边界，以此经度作为划分的依据，并保留东部，特别是考虑到东南沿海地区。

4.2 经度、纬度到距离的转换

半正矢公式可以确定两地之间的距离，能够很好地体现地球曲率的影响，是确定距离的常用方法



地理学中[6]中，给定经纬度，定义两地之间的经度和纬度为：

$$d = 2R \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \sin^2 \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \right)} \right) \quad (1)$$

其中R表示地球半径， φ 表示两地的纬度， λ 表示两地的经度，d为两地间的距离
 λ_1, λ_2

4.3 两款无人机的描述

两类无人机虽然叫法不同，但都是用同一种无人机，只是设备和功能不同，下面将无线电中继器无人机统称为RR无人机，简要示意图如图5所示：

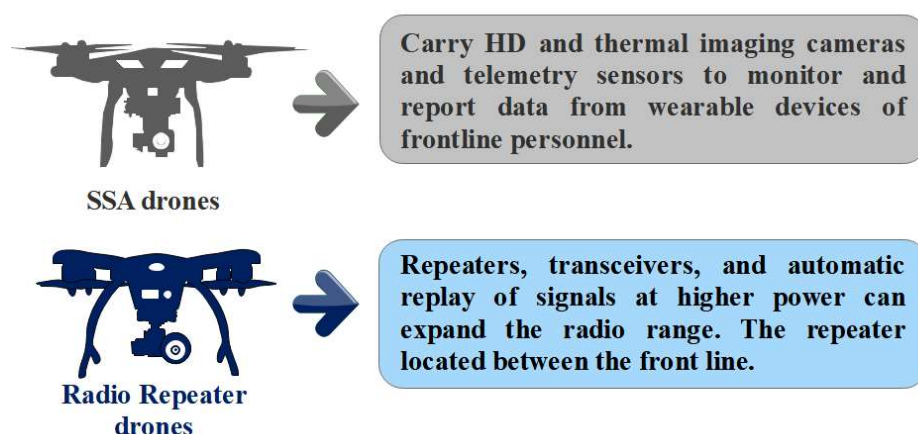


图 5：两种类型的无人机

5 栅格化多目标优化模型

5.1 区域栅格化

前人的工作给了我们一些启发，对于该问题，首先要确定其空间模型[7]，目的是用数学模型来表达实际的物理环境，便于计算机处理。根据文献综述中的调查结果，本文采用网格法来处理该问题。

因此任意点的网格标号N可表示为：

$$N = INT \left(\frac{x}{G_s} \right) + M \times INT \left(\frac{y}{G_s} \right) \quad (2)$$

其中， (x, y) 为潜在地点的坐标，横坐标表示经度，纵坐标表示纬度， G_s 为网格大小， x_{max} 为横轴的最大长度。

$$M = \frac{x_{max}}{G_s}$$

进一步，可以得到网格中心位置的坐标：



$$\begin{cases} x_G = (N \% M) \cdot G_s + \frac{G_s}{2} \\ y_G = INT(N/M) \cdot G_s + \frac{G_s}{2} \end{cases} \quad (3)$$

网格分为三种类型，Barrier Grid、Roaming Grid和Wildfire Grid，具体介绍如下：

障碍网格：障碍网格用于表示实际地图中的山脉。由于无人机的飞行高度有限，飞越高海拔区域非常困难。因此，超过一定限制高度的网格将转变为障碍网格。此网格是任何无人机都无法到达的。

漫游网格：漫游网格是应急移动EOC设置的地点，即一旦发生大火灾，可以在漫游网格内设置EOC。

山火网格：顾名思义，发生山火的地方的网格就称为山火网格，也就是SSA无人机将要飞到的地方。

图 6 可以很容易地看到这些网格：

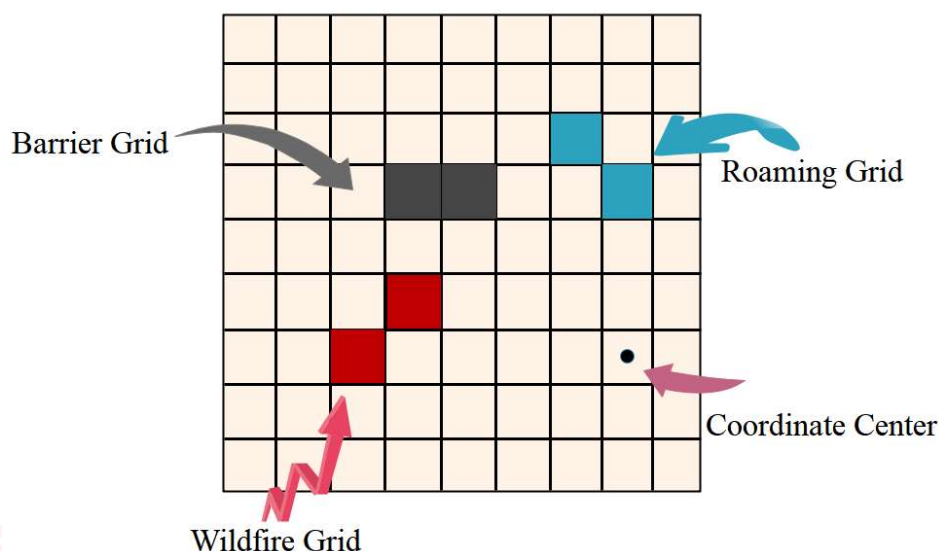


图 6：三种类型的网格

5.2 野火频率-距离加权模型

首先，对维多利亚州东部地图进行栅格化处理，栅格大小为 10km。其次，森林火灾发生频率是建立无人机群模型的关键数据，通过频率-距离加权模型，可以得到火灾周边的EOC。限于篇幅，本文仅展示火灾发生次数最多的东南区域（147.2915~149.1503E，35.8000~39.1005S）。

此外，该地区无人机数量的结果将在 5.4 节中给出。虽然给出的结果针对的是该地区，但该模型具有可扩展性，可以轻松扩展到维多利亚州的所有地区。首先，将栅格化后用 Python 绘制的热力图绘制如下图 7 所示：



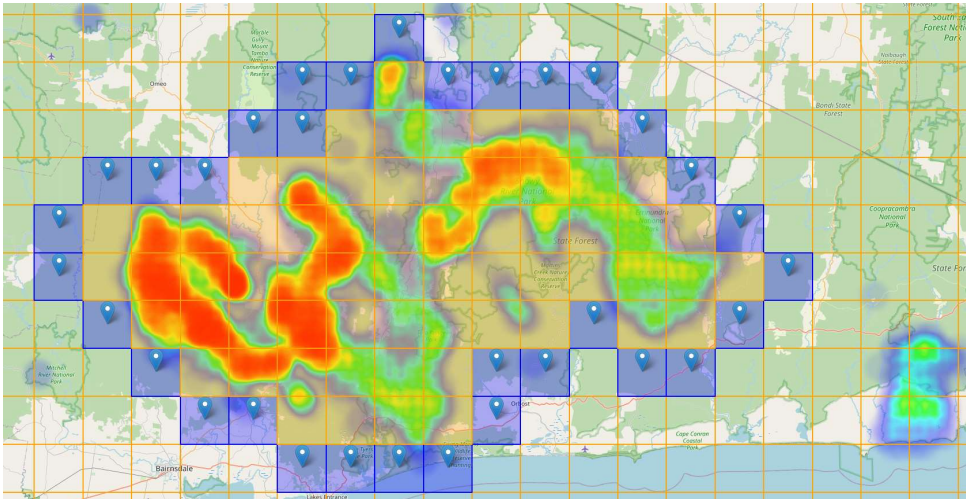


图 7：光栅化后的热图

蓝色网格表示黄色野火网格周围的漫游网格。此地形中没有屏障网格，因此这里暂时不考虑。海拔高度假设相同。实际操作中，略有差异，但进行一些简化也是可以理解的。

可以看出，经过栅格化之后，离散模型求解起来稍微方便一些。表3给出了我们从网站上搜索到的一些数据：

表 3：VIIRS 的经纬度数据

latitude	longitude	bright_ti4	scan	instrument	version	daynight
-37.5296	143.4565	344.8	0.54	VIIRS	1.0NRT	D
-38.0547	143.9076	329.8	0.51	VIIRS	1.0NRT	D
-38.0593	143.9081	339.4	0.51	VIIRS	1.0NRT	D
-38.0566	143.9038	336.7	0.52	VIIRS	1.0NRT	D
-38.0562	143.9098	327.7	0.52	VIIRS	1.0NRT	D
...

注：数据中会用到经度和纬度，一次发生代表该地发生一次山火，数据总量为。

$$S_{VIIRS}$$

通过数据处理,可以得到该地区模拟所需的相关统计数据信息.对于第个山火网格,设其发生频率为,当经度和纬度增加1时,可表示为:

$$N_i$$

$$(x_i,y_i) \in \Omega_i \quad N_i$$

$$N_i = N_i + 1, \text{ if } (x_i,y_i) \in \Omega_i \ \& \ j \in (1,S_{VIIRS}) \tag{4}$$

式中，表示表3中第-行进行遍历，，表示图8中火灾栅格的个数。公式(4)可得到各栅格的火灾总频率。因此，结合第-行漫游栅格与第-行栅格之间的距离，可将定量指标的取值修正为：

$$d_{ki} \qquad k \qquad i$$

$$SC_k$$

$$SC_k = \sum_{i=1}^{\psi} N_i \cdot \frac{1}{d_{ki}} \quad k \in (1,33) \tag{5}$$



关注数学模型
获取更多资讯

越大，EOC建立第 k 个漫游区的可能性就越大。

通过式 (5) 可得到33个漫游网格的得分降序排列。由于东部地区跨度较大，且该问题要求森林火灾响应速度快，2~3个EOC不足以在短时间内组建通信网络。考虑到EOC的建设成本，我们选取排名前4的EOC。

另外，单纯通过该排序得到的EOC分布比较集中，没有考虑均衡性，因此采用如下算法进行改进，该算法流程图如图8所示：

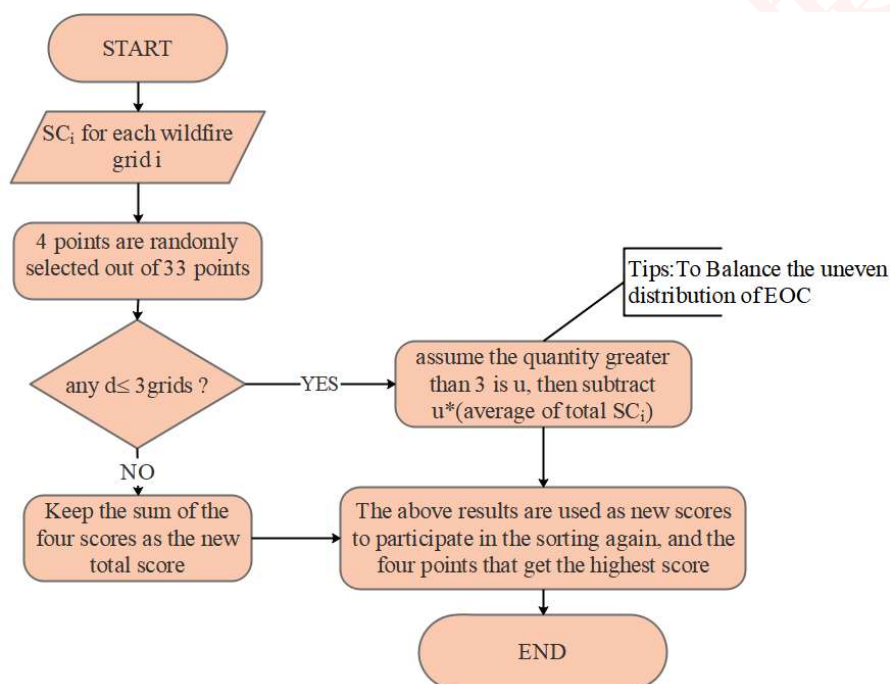


图 8：选择 EOC 的算法

利用该方法可以更加合理、准确地找到最佳EOC，结果见5.4。

5.3 多目标优化模型

多目标优化模型是利用数学规划方法确定最优解的模型，该问题就是在既定目标（如成本最小、距离最短）和给定约束条件（如飞行时间和辐射范围）下，确定如何有效利用无人机资源，解决SSA无人机与RR无人机最佳组合的问题。

决策变量

SSA无人机和RR无人机的标签分别为 α 和 β ，表示第 k 个EOC派往第 i 个山火网格的无人机。同理，表示第 k 个EOC派往第 i 个山火网格的；它们都只能为0和1，即 RR_{β}

$$x_{ki}^{(\alpha)} = 0 \text{ or } 1, x_{ki}^{(\beta)} = 0 \text{ or } 1; \alpha, \beta \in \mathbb{N}^+$$

目标函数

这两个进球都可以归因于无人机数量最少和时间最短。



该任务场景为快速扑灭山林火灾，因此对无人机执行效率的要求很高，因此应设定一个优化目标为完成山林火灾快速响应任务的最短时间；而完成时间可以用最小化每架无人机的最大飞行距离来表示，因此第一个目标函数为：

$$\min \max \sum (d_{ki}^{\alpha} \cdot x_{ki}^{(\alpha)} + d_{ki}^{\beta} \cdot x_{ki}^{(\beta)}) \quad k = k_1, k_2, k_3, k_4 \quad (6)$$

k_1, k_2, k_3, k_4 是通过仿真选取的漫游网格，具体见5.4节。式(6)反映了第 k 个EOC最大灭火距离的最小化可以用两类无人机的调度标签与其对应距离之和来表示。

另一个目标是尽量减少部署的无人机数量，因为和只能是0和1，所以它们的之和就是无人机的总数：

$$\min \sum x_{ki}^{(\alpha)} + x_{ki}^{(\beta)} \quad k = k_1, k_2, k_3, k_4 \quad (7)$$

处理多目标优化问题常用的方法有两种，即分阶段优化和加权优化。考虑到时间成本，本文采用加权法来处理该问题。因此，由(6)、(7)可得公式(8)：

$$\min \max \left[\mu \sum (d_{ki}^{\alpha} \cdot x_{ki}^{(\alpha)} + d_{ki}^{\beta} \cdot x_{ki}^{(\beta)}) + (1 - \mu) \left(\sum x_{ki}^{(\alpha)} + x_{ki}^{(\beta)} \right) \right] \cdot \xi \quad (8)$$

其中，该参数将通过模拟进行优化，当然它们的数量级应该被考虑进去。反映了在极端火灾事件来临时需要增加的无人机比例，通常为。

$$\xi \geq 1$$

约束

时间约束要求无人机的工作时间不超过一次充电后的工作时间。受式(9)约束：

$$\begin{cases} t_{fly}^{\delta} + t_{hover}^{\delta} \leq 2.5h \\ t_{fly}^{\delta} = \frac{d_{ki}}{v} \end{cases} \quad (9)$$

其中，和分别为飞行时间和悬停时间。为无人机的速度，。如果无人机即将耗尽电量，需要返回EOC进行充电。假设当某个位置的无人机需要返回时，会有EOC的无人机接替。距离约束可以表示为：

$$\begin{cases} d_{ki}^{\beta=1} \leq 30 \\ d_{ki}^{\delta} \leq 20 \end{cases} \quad i \in \mathbb{N}^+, k = k_1, k_2, k_3, k_4; \quad (10)$$

$$\delta = \alpha \text{ or } \beta \ \& \ \beta \neq 1$$

还有一些其他的约束，比如考虑到地形，需要加入高度限制等，但由于篇幅有限，本文无法全部给出，模拟结果将在下一节直接给出。

5.4 结果与分析

我们使用Python进行仿真，中间过程稍微复杂一些，在此就不再赘述；区域结果直接展示如图9：



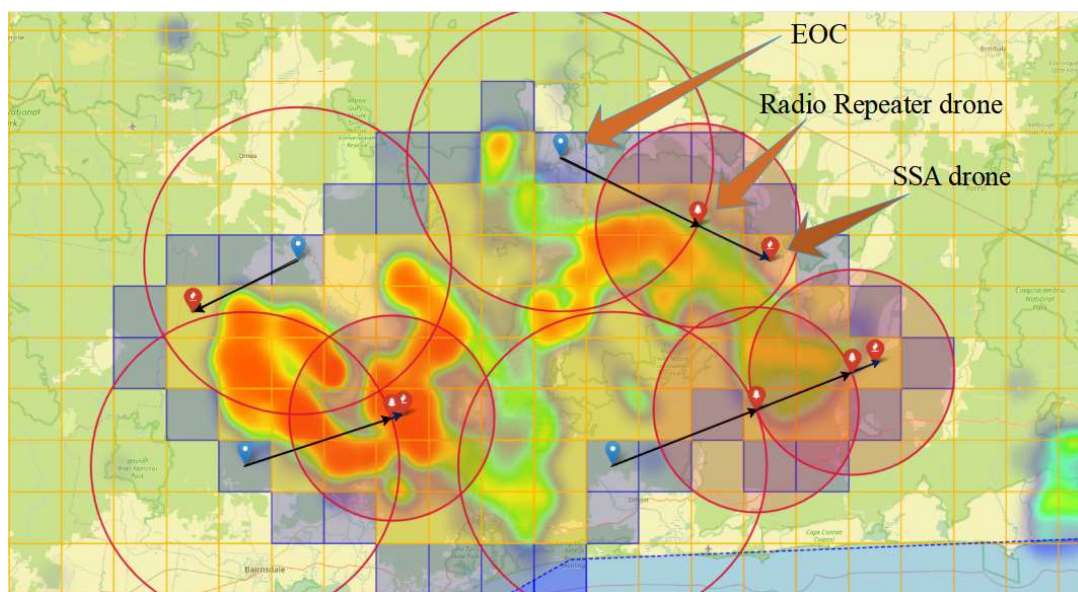


图9：问题1的结果

图 9 显示了在每个 EOC 能够管理的最远距离条件下的 EOC、RR 无人机和 SSA 无人机的数量，这意味着反映了当该区域发生山火时需要快速响应时最多可以出动的无人机数量。这可以作为该区域的无人机总数。

红色圆圈内的范围表示无人机可以覆盖的区域。通过分析上图可以发现：大部分火灾区域都可以得到有效覆盖，这是针对火灾位置最坏情况的路径规划。当火灾距离 EOC 较近时，可以使用较少的无人机来完成任务。整个区域共计出动了 4 架 SSA 无人机和 4 架 RR 无人机，两类无人机的比例接近 1:1。考虑到充电所需时间，该区域共需要 8 架 SSA 无人机和 8 架中继无人机。

6 泊松过程模拟模型验证

6.1 极端火灾事件的泊松过程

我们可以通过过去几十年极端火灾事件的发生情况预测未来十年发生极端火灾事件的可能性，有关澳大利亚前几年极端火灾事件的详细数据可参见网站[8]。

在[9]中，作者提出了一种在泊松模型背景下预测森林火灾的通用统计方法。该文章对我们建立模型提供了启发。

泊松分布是统计学、概率论中常见的离散概率分布，因此我们采用泊松分布模型预测未来十年极端火灾事件数量：

$$P(N(t) = n) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \quad (11)$$

λ 表示单位时间内极端火灾事件的平均发生率（此处设定为



至10年)，即火灾事件发生频率； $N(t)$ 表示 t 时间内该事件发生的次数， n 与 $N(t)$ 含义相同； e 为自然常数。

根据获取的多组极端火灾事件数据，可以得到以下表达式：

λ

$$\lambda = \frac{1}{\theta} \sum_{z=1}^{\theta} \frac{n_z}{t} \quad (12)$$

将其带入式（11），利用遍历的思想，求出 n 从1至10的概率分布。

因为Python中没有直接计算泊松分布的函数，所以我们设计自己的算法来计算概率密度分布，伪代码如下：

算法：极端火灾事件的概率分布

输入：输出(i for t do)

$p(x, t, n)$

$k = 1 \quad 10000$

根据可以计算出泊松分布的参数从集合中随机选取一个整数可以根据泊松分布预测整个数据集中的概率然后将概率记为 $A = \{0, 1, 2 \cdots 9, 10\}$

a

$p(x, t, a)$

结尾

绘制极端火灾事件的概率密度分布

通过仿真得到概率密度分布如图10所示：

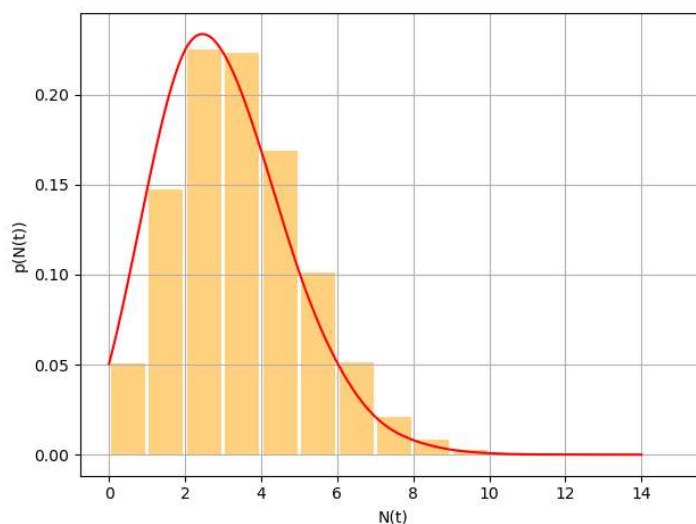


图10：极端火灾事件概率密度分布

从图10可以看出，概率密度最大的位置大致在2~4之间，而平均出现次数可以通过上图中的数学期望准确计算出来。



数学期望，也写作均值，可以表示极值的数量

维多利亚州未来10年可能发生的火灾，记为，其表达式为： ξ

$$\xi = \sum_{n=1}^{10} n \cdot p(N(t) = n) = \sum_{n=1}^{10} \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{(n-1)!} \quad (13)$$

将相关变量代入式（13），结果为2.99431，为简化问题，取。式（8）中反映了发生极端火灾事件时需要增加的无人机比例。将影响因素代入多目标优化模型后，通过仿真，结果见6.2节。 ξ

6.2 模型验证与分析

将参数代入我们在5.3中建立的模型中，可以模拟出新的无人机路径和赋值结果。考虑到极端火灾的发生主要表现为过火面积的增加，我们将给出单位面积（5.3模型中的单位面积即面积）1~10倍大小下的模拟结果。

三次样条插值可用于平滑曲线。其定义如下：

对于区间，，这 n 个节点以及这些点处的函数值， y_i 是我们需要研究的因变量。若函数满足三个条件，则是关于 n 个节点的三次样条插值函数。 y_i

$$g(S) \quad f(S) \quad g(S)$$

采用它的最大优点是当插值节点的密度逐渐增加时，三次样条插值函数不仅收敛于函数本身及其导数，而且收敛于函数的导数，这一点比多项式插值要好。

由于得到的路径图数量较多但页数有限，我们需要关注的是如何验证模型的合理性和分析性；因此我们直接给出带有山火面积的曲线如下：

从数量来看

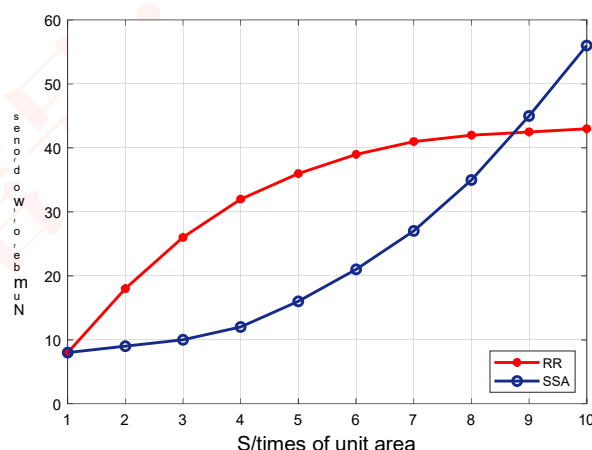


图11 两架无人机数量



关注数学模型
获取更多资讯

1.从两种无人机的数量来看，当火力面积开始增大时，RR无人机的数量增长更快。可能是因为随着火力面积的扩大，需要更多的中继器进行通信，以建立前方团队与EOC之间的联系。

2.但当火灾面积超过9倍甚至大于9倍时，SSA无人机的数量就超过RR无人机，而且增长速度越来越快，RR无人机的数量几乎不变。通过路径的观察和推断，我们猜测可能是因为火灾面积太大，需要更多的SSA进行详细探测。由于一架RR无人机可以和多架SSA无人机进行通信，所以在火灾面积增加到一定程度后，该区域已经被RR无人机完全覆盖，所以基本上只有SSA无人机在继续增长。

从时间和比例来看

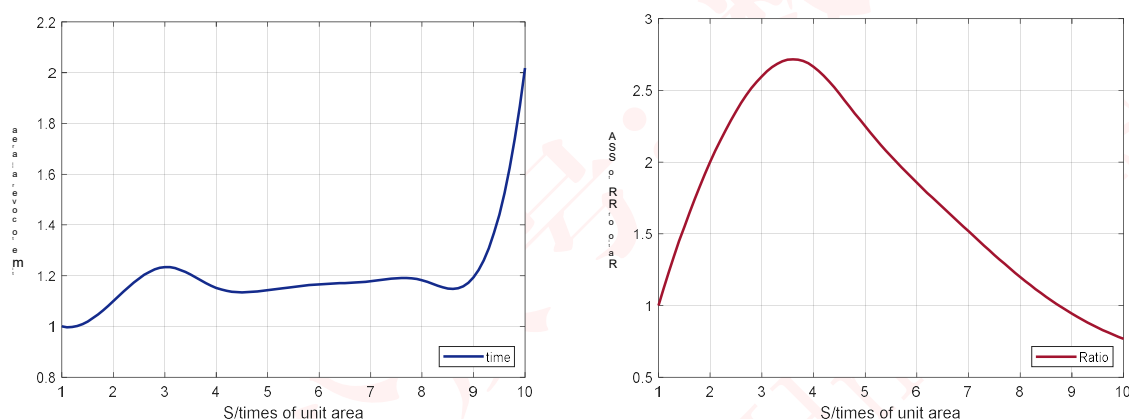


图 12：覆盖时间和 RR 与 SSA 的比率

从图 12（左）可以看出：

1. 刚开始时，覆盖火场区域的时间上升很快，相比原来的时间增加了1.2倍以上。
2. 然而当过火面积由3倍增加到4倍时，部署无人机的时间出现短暂的减少，这可能是因为该区域下的无人机几何分布可以在更短的时间内得到优化。
3. 当由4倍增加到8倍时，无人机的覆盖时间只是缓慢增加，与过火面积达到平衡状态。
4. 继续增加过火面积，覆盖时间增长迅速。我们怀疑失控导致了SSA无人机数量的增加和部署时间的延长。

从图 12（右）可以看出：

两种无人机的配比随着过火面积的变化而变化，配比曲线先上升后下降，这为CFA提供两种无人机的配比提供了很好的依据，在判断卫星观测到的火灾面积后，在两种无人机的配备数量时，按照配比即可达到最优效果。

当然，我们的模型并不完美，可以考虑更多的因素来使分析更加准确。但在误差允许的范围内，我们可以得出结论



那：

- 1.在烧毁面积增加不大的前提下，RR无人机的成本会相对SSA无人机有所增加；
- 2.当烧毁面积超过一定限度后，SSA无人机的成本会大幅增加。

7 基于禁忌搜索的悬停模型

由于第一个问题已经讨论了无人机在平原地区的悬停情况和分布情况，因此本模型不再讨论维州东部的平原地形，我们将重点关注山区和城区。

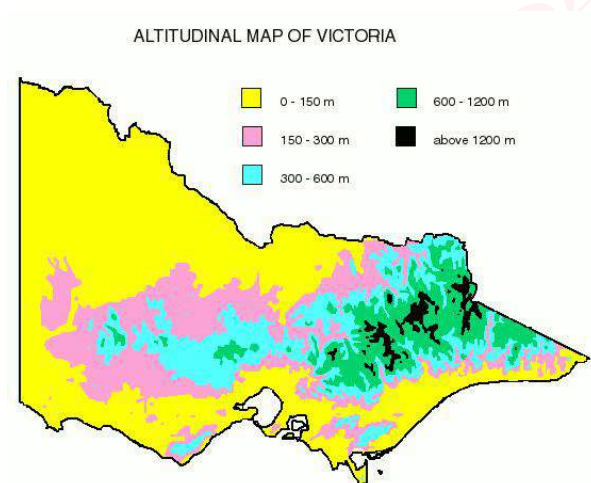


图 13：维多利亚州海拔地图[10]

有一些额外的假设可以简化问题的分析。

假设1：由于城市中电台的信号衰减率为50%，因此我们也考虑直放站的信号衰减率为50%。假设2：在山区地形中，由于地形复杂，随着无人机飞行高度的上升，直放站的信号会下降，我们假设其为线性关系。假设3：根据网上[11]得到的资料，无人机的最大飞行高度不具备直接跨越山峰的能力，我们假设其最大飞行高度阈值为800m。

考虑到篇幅限制，本文无法讨论维州东部所有城市和山脉，我们重点选取问题给出的图中山脉和著名城市墨尔本进行模型构建和优化。由于无人机飞行高度限制，我们将在山脉的南北两侧部署EOC，其无人机在执行中继和探测任务时不会绕过山脉。

7.1 山地及城镇模型构建

对于RR无人机悬停位置优化问题,禁忌搜索(TS)无疑是一种合适的算法。我们仍然沿用问题1中的网格法,将边界相交线的网格设为相互邻域,即对于任意一个网格,邻域网格可以理解为在上的邻域映射。确定四个邻域

D



关注数学模型
获取更多资讯

表达式为 $\{D_2, D_3, D_4\}$

$$D \rightarrow D_i \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (14)$$

对于连射无人机的最佳悬停位置，综合考虑经济因素和效率，可以认为距离所在栅格与火源所在栅格连线最近的栅格临时评价价值最高，放入候选集，以此类推，可以整合出一条临时考虑的最优路径，并计算的成本。

ω_1

由于此过程完全遵循局部最优原则，可能会出现过拟合的情况。我们回到根节点，同时列出刚刚被选为禁忌对象的元素，放入禁忌表中进行讨论。在剩下的邻域中选择一个元素进入候选集，再次重复上述算法，计算代价。

ω_2

我们定义需要从走到某个网格，并将其设为 D 上的第层邻域映射。当第一层邻域映射完全遍历后，我们发现从第二层映射开始也会出现过拟合的情况。

此时，我们将禁忌表中的所有元素全部赦免，并用同样的方法对待接下来的几级邻居，逐层遍历域，对不同路径下的值分别计算并放入禁忌表中，最后通过比较，确定值最小的路径。

ω

然后，我们考虑中继器和无线电信号随着海拔的增加而衰减的情况，其符合以下表达式：

$$l = l_0 - \mu h \quad (15)$$

其中，表示无线电衰减后能够发射的距离，表示无线电衰减前能够发射的距离，表示衰减系数，为高度。

μ

h

相对于城市来说，山区没有其他电磁波的干扰，所以它的衰减系数比城市要小一些，我们查阅了资料计算出来在0.4~0.45之间，为了计算方便，我们将其设为0.4。

7.2 仿真结果

根据以上信息，基本可以确定RR无人机的分布位置。受篇幅影响，这里不会发布所有的计算结果，最优结果将通过下面的直观图展示：

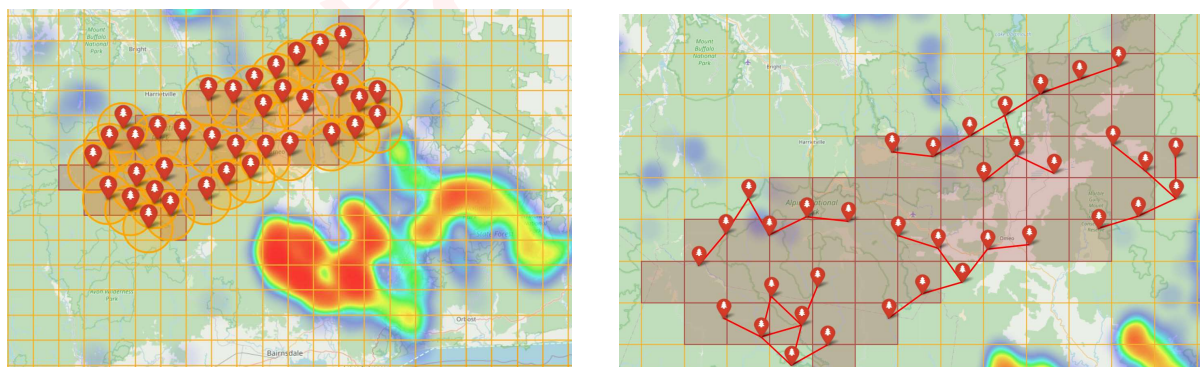


图 14：山区



左图中黄色区域为RR无人机的覆盖范围，说明使用TS算法得到的结果可以很好的覆盖山区。

右图为RR无人机的运动路径，从图中可以看出这样的规划方案可以使用较少的中继无人机实现山地的全覆盖，从侧面说明我们采用的方法是快速有效的。

网络还考虑到时间成本，因此在组网时，最大层数为3层，如果设置的EOC较少，网络层数就会过多，无人机的部署时间会大大增加，以满足快速应急响应要求。

同样，城区模型的构建也采用与山地模型相同的禁忌搜索算法，寻找最经济的路径。只是对于墨尔本周边较小的城市，我们还需要考虑它们面临突发火灾的情况，因此我们在墨尔本周边设置了EOC，以防Geelong和Cranbourne的突发火灾。由于标题明确写到在城区内无线电会衰减到2公里，这里就不再多加表达了。最终计算出来的RR无人机悬停位置如下图所示：

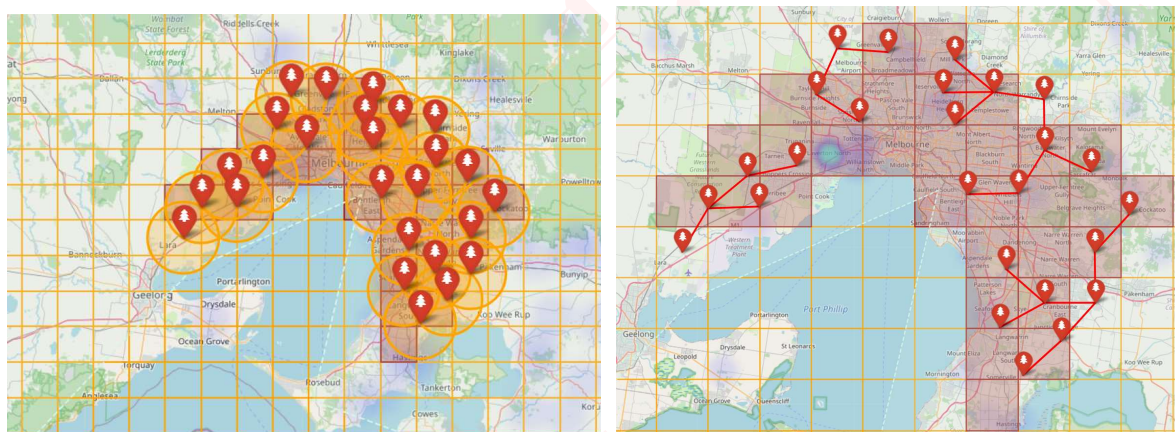


图 15：城市地区

至此，我们的模型已经建立、完善并验证完毕，可以看出优化后的模型能够适用于不同的地形，并且兼顾了经济成本和时间成本，是一个可用性较高的模型结果。

8 敏感性和稳健性分析

8.1 敏感性分析

在5.3节中引入了因子来估计极端火灾事件的参数，因此，改变这个参数的大小，也就是每十年平均发生的极端火灾次数发生了变化，我们要分析这个参数的敏感性。

$$\xi_i = \xi + 0.05, \xi + 0.1, \xi + 0.15, \xi + 0.2 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (16)$$

之所以只考虑增加而不是减少，是为了反映最坏的情况，即平均每十年的火灾次数较多，观察我们的模型是否对这个参数敏感。



因此，对计算结果重新进行模拟，得到如图16所示的4组曲线：

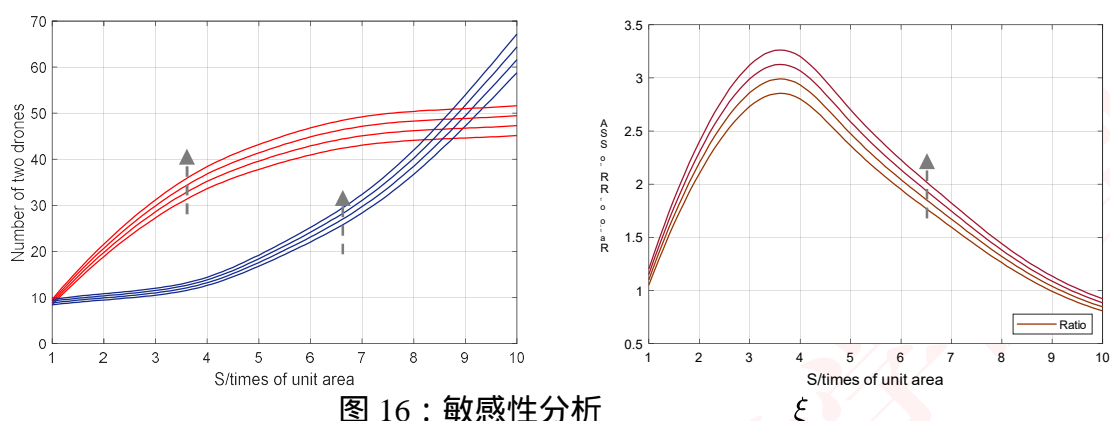


图 16：敏感性分析

结果表明，随着每增加5%的步长，两种无人机的数量都呈上升趋势，但两者的增长并不呈现曲线形式。

相应地，CFA需要配备的两架无人机的比例也有所增加，这是合理的，可以解释的，灵敏度测试得到的曲线趋势与实际情况一致。

8.2 敏感性分析

此外，我们还验证了模型的鲁棒性。虽然我们对和添加了5%的随机扰动，但其实际意义在于我们希望研究当两地数据存在一定偏差时，无人机是否能够准确到达目的地，并计算所需时间受到多少扰动：

$$\begin{cases} d_{ki}^{\alpha*} = d_{ki}^{\alpha} \times (1 \pm 5\% \times \varepsilon_{rand}) \\ d_{ki}^{\beta*} = d_{ki}^{\beta} \times (1 \pm 5\% \times \varepsilon_{rand}) \end{cases} \quad (17)$$

$$t_{error} = (t^* - t) \times 100\% \quad (18)$$

我们进行了1000次仿真，计算发现95.7%的无人机能够正确到达目的地，与原定时间的偏差程度如下表所示：

表 4：与原始时间的偏差程度

Number	Time Error	Number	Time Error
1	-0.9654%	6	0.2689%
2	1.5987%	7	-3.2657%
3	2.1391%	8	2.1894%
4	-1.9439%	9	UNFOUND
5	0.3823%	10	-1.2243%
...

可以发现的扰动对结果有一定影响 α_{ki} ，但在可接受的范围内，因此CFA在处理火灾时，即使距离计算出现微小的误差，也能在很大程度上完成任务，时间误差不超过5%。



9 优势和劣势评估

9.1 优势

我们的模型具有以下优势：

它的主要优势在于其巨大的可扩展性，将所有因素都纳入一个单一的、强大的框架中。例如，悬停 VHF/UHF 无线电中继器无人机火灾位置的快速部署计划不仅可以应用于澳大利亚维多利亚州，还可以应用于新南威尔士州和其他地区，通过计算并使用图 9 所示的算法；

栅格化多目标优化模型科学合理，创造性地运用了栅格化的思想，能够适用于不同的实际情况；基于泊松分布的极端火灾事件预测结果具有可靠的统计描述；

可视化工作我们做得很好，比如文献综述中研究方法的框架，引言中两架无人机的示意图，火灾研究中做的热力图，泊松分布的曲线等等。枯燥的数据也许能体现规律，但不如那么多图像那么直观；

我们的模型有效地实现了所有目标。它不仅速度快，能够处理大量数据，而且还具有我们想要的灵活性。例如，与基本模型相比，极端火灾事件的发生也被考虑在内，并取得了良好的结果；

通过敏感性分析可以证明模型在不同参数下的有效性，因此该模型可以应用于更多的山火事件。

9.2 不足之处及进一步改进

特斯

我们的模型有以下局限性和相关改进：如果有更完整的数据，那么悬停甚高频/超高频无线电中继器无人机灭火位置的分析会更准确；假设“地面部队”前锋队伍可以近似地靠近火灾现场，这种假设有点理想化。如果考虑队伍的轨迹，可以得到更实用的模型和结果。有些近似分析方法应用于其他地方的建模，这可能导致情况不是最优的。



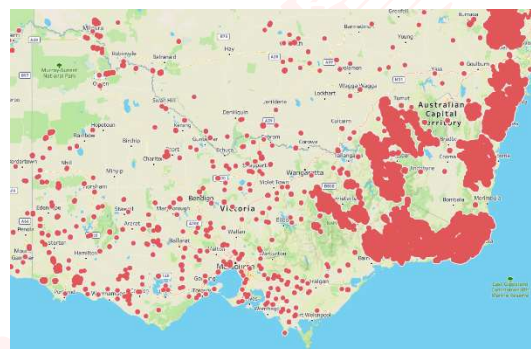
关注数学模型
获取更多资讯

预算请求

尊敬的维多利亚州政府：

森林火灾一直是澳大利亚最大的威胁，每年都有数以万计的人在火灾中丧生，我们对此非常担忧。经过调查，我们发现维多利亚州东部沿海平原是火灾最常发生的地方，从右图可以清楚的看到。

人员直接进入火灾现场太危险了。因此，我们认为应该使用无人机探测火灾现场，确保安全后再允许人员进入。同时，我们也知道



(红点表示火灾现场)

无人机价格非常昂贵，所以我们尽可能优化模型，降低预算。但一些必要的开支还是不可避免的：

对于东部沿海平原地区，由于该地区火灾发生频率最高，因此我们部署了更多的无人机以确保安全。我们一共安排了十六架无人机来应对该地区发生的各种突发事件，费用可能在 16 万美元左右。根据过去半个世纪的数据，我们发现该地区存在发生极端火灾事件的可能性。因此，我们预测了未来十年极端火灾事件的数量，并规划了相应的应对措施。保守估计，未来十年应对极端火灾事件可能需要大约 97 万美元。

对于山区，由于地形的阻碍，无人机无法穿越山脉，所以我们在山的南北部署了EOC，以提高灭火效率。因此，我们需要更多的无人机来克服信号和地形的各种障碍。根据计算结果，满足上述需求大约需要83万美元。

对于大城市，由于建筑物的遮挡，电磁波的干扰，城市内无线电信号效果较差，考虑到这些，无人机的布置难度更大，也更复杂，经过多次优化，我们终于找到了更好的方法，但设备成本仍需要57万美元。

最后，为了方便大家阅读，我们列出了所需的所有资金



下表：

Cost Condition	Normal events(\$)	Extreme events(\$)	Total(\$)
Eastern coast plain	160,000	970,000	1,130,000
Mountains	10,000		830,000
Metropolis	10,000		570,000

摘自维多利亚州 CF
A 2021 年 2 月 8 日



关注数学模型
获取更多资讯

参考

- [1] 澳大利亚全球森林报告 <https://www.globalforestwatch.org/top-ics/fires/?topic=fires#footer> [2] 胡腾, 刘占军, 刘洋, 等. 多无人机三维侦察路径规划. 系统工程与电子技术学报, 2019, 41(7): 1551 – 1559. [3] BASBOUS B. 使用模拟退火算法进行事件检测的带雷达威胁区域的二维无人机路径规划. 2018 年国际人工智能与数据处理会议. 马拉蒂亚, 土耳其: IEEE, 2018: 1 – 7. [4] 王文锋, 吴永昌, 张鑫. 基于栅格法的移动机器人单元分解遍历方法研究. 自动化技术与应用, 2013, 32 (11) : 34 – 38. [5] 徐建, 周德云, 黄河. 基于改进遗传算法的多无人机路径规划. 航空计算技术, 2009, 39 (4) : 43 – 46. [6] G T S Lee, Lee G T S, Arisandi D, 等. 旅游应用程序-使用Haversine公式显示最近的旅游站点和使用 Google Maps 的方向. 2020, 852 (1) : 012161-. [7] 陈坤. 动态环境下多无人机协同控制技术研究与验证. 2019 [8] 澳大利亚主要丛林火灾列表 摘自维基百科, 免费百科全书 https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_major_bushfires_in_Australia [9] Mandallaz, D, R Ye. 使用泊松模型预测森林火灾. 森林研究杂志. 1997 [10] 维多利亚州海拔地图 <http://romseyaustralia.com/rombook1map1.html> [11] 澳大利亚无人机法律 <https://web.archive.org/web/20170515150737/http://uavcoach.com/drone-laws-in-australia/>



附录

Python 代码

```
1. from haversine import haversine, Unit
2. import folium
3. import pandas as pd
4. from folium.plugins import HeatMap
5. import numpy as np
6.
7. def mark_Repeater(location: tuple, length,color = 'red'):
8.     folium.Circle(
9.         radius=length,
10.        location=location,
11.        color='orange',
12.        fill=True,
13.    ).add_to(m)
14.    folium.Marker(location, icon=folium.Icon(color=color, pre-
15.        fix='fa', icon='tree')).add_to(m)
16.
17. def fill_grid(m, boundary, color):
18.     for (a, b) in boundary:
19.         a = a-1
20.         b = b-1
21.         folium.Polygon([
22.             [-35.8 - (b - 1) * 0.09, 144.4 + (a - 1) * 0.1158849],
23.             [-35.8 - (b - 1) * 0.09, 144.4 + a * 0.1158849],
24.             [-35.8 - b * 0.09, 144.4 + a * 0.1158849],
25.             [-35.8 - b * 0.09, 144.4 + (a - 1) * 0.1158849],
26.         ], color=color, weight=2, fill=True, fill_color=color, fill_opac-
27.             ity=0.3).add_to(m)
```



关注数学模型
获取更多资讯