2200084

解法描述

题目对于使用水和发电水的分配问题值得学习，对于后面问题的解决使用了经济学专业知识，无法在短时间内学习，所以我们重点学习第一个模型的建立。

1. 模型一的解决思路：线性优化引入时间变化来模拟分配问题

模型一要解决的问题就是给定两个水库，一个在上游D_1，一个在下游D_2，每个水库的水有两个用途：

- 用来发电，供给5个州，这五个州表示为$A_i, (i=1,2,3,4,5)$
- 给5个州正常用水

然后题目给出初始的水位高度：

$$D_1 \to P$$
$$D_2 \to M$$

需要我们回答，如果在每日需求不变（电和水）的情况下，我们的策略可以维持多久的正常供水。

首先我们要自己查询的东西是：

- $d_j^{water}, d_j^{power}, (j=1,2,3,4,5)$，即州$A_j$需要日用水和需要的电是多少。**二者单位不同。**
- $\alpha_{ij}, \gamma_{ij}, (i=1,2; j=1,2,3,4,5)$，即$D_i$向$A_j$运输的水的效率和电的效率，就是实际用户用到的电和产生的电的比例。
- $v_f=0$，v_f是上游的D_1每日流入的水量，在这里是0。
- $S_i, (i=1,2)$，即D_i的底面积，**这里题目把水库当作圆柱。**
- $\beta_i, (i=1,2)$，即D_i的发电机的效率，就是把重力势能转化为电势能的效率。
- $h_i^{lowest}, (i=1,2)$，表示水库D_i的最低发电水位，如果低于这个水位，就无法发电。

我们要求解的变量即：

- $v_{ij}^t, (i=1,2; j=1,2,3,4,5; t=0,1,2,\ldots)$，表示第$t$天从$D_i$流到$A_j$的日用水量。单位为$m^3$。
- u_{ij}^t，表示第t天从D_i流到A_j的发电水量。单位为m^3。
- $h_i^t, (i=1,2)$，表示第t天的两个水库的水位高度。

此时的关系有：

- 两个水库的流量守恒：

对于D_1：

$$
\begin{aligned}
S_1(h_1^{t+1} - h_1^t) &= -\sum_{j=1}^{5}(\alpha_{1j} v_{1j}^t + u_{1j}^t) + v_f \\
&\Rightarrow -\sum_{j=1}^{5}(\alpha_{1j} v_{1j}^t + u_{1j}^t)
\end{aligned}
$$

对于D_2：

$$S_2(h_2^{t+1} - h_2^t) = -\sum_{j=1}^{5}(\alpha_{2j} v_{2j}^t + u_{2j}^t) + \sum_{j=1}^{5} u_{1j}^t$$

- 供需平衡：

即两个水库的日用水供应量和每日需求量要平衡。

用水：

$$\sum_{i=1}^{2} \alpha_{ij} v_{ij}^t = d_j^{water}$$

用电：

这里首先要根据能量守恒求出发电公式：

$$W_{ij}=\beta_i\rho^{water}g\cdot\frac{h_i^t+h_i^{t+1}}{2}\cdot u_{ij}^t\cdot I_{[h_i^t\ge h_i^{lowest}]}$$

再考虑运输损耗:

$$\sum_{i=1}^{2}\gamma_{ij}\beta_i\rho^{water}g\cdot\frac{h_i^t+h_i^{t+1}}{2}\cdot u_{ij}^t\cdot I_{[h_i^t\ge h_i^{lowest}]}=d_j^{power}$$

- 常规:

$$v_{ij}^t,u_{ij}^t\ge 0$$
$$h_i^t\ge 0$$

我们的优化目标是:

$$\min_{v_{ij}^t,u_{ij}^t}\sum_{i=1}^{2}\sum_{i=1}^{5}(v_{ij}^t+u_{ij}^t),(i=1,2;j=1,2,3,4,5)$$

约束条件是:

$$v_{ij}^t,u_{ij}^t\ge 0$$
$$h_i^t\ge 0$$
$$d_j^{water}=\sum_{i=1}^{2}\alpha_{ij}v_{ij}^t$$
$$d_j^{power}=\gamma_{1j}\beta_1\rho^{water}g\cdot[h_1^t-\frac{1}{2S_1}\sum_{j=1}^{5}(\alpha_{1j}v_{1j}^t+u_{1j}^t)]\cdot u_{1j}^t\cdot I_{[h_1^t\ge h_1^{lowest}]}+$$
$$\gamma_{2j}\beta_2\rho^{water}g\cdot[h_2^t-\frac{1}{2S_2}(\sum_{j=1}^{5}(\alpha_{2j}v_{2j}^t+u_{2j}^t)+\sum_{j=1}^{5}u_{1j}^t)]\cdot u_{2j}^t\cdot I_{[h_2^t\ge h_2^{lowest}]}$$

这时我们通过求解之后可以的到对应的v_{ij}^t,u_{ij}^t，然后就可以根据前面的流量守恒更新h_i^{t+1}，进行下一轮迭代，知道优化问题无解，则停止，表明已经无法满足我们的约束。其中:

$$h_1^0=P;h_2^0=M$$

问题

1. 解决优化问题

[zt] 我们给定如下几组P,M的值，然后需要得到:

- $v_{ij}^t,(i=1,2;j=1,2,3,4,5;t=0,1,2,\ldots)$，表示第$t$天从$D_i$流到$A_j$的日用水量。单位为$m^3$。
- u_{ij}^t，表示第t天从D_i流到A_j的发电水量。单位为m^3。
- $h_i^t,(i=1,2)$，表示第t天的两个水库的水位高度。

初始数据如下:

	h_i^{lowest}	平均情况	最好情况
h_1	110m	142m	216m
h_2	119m	158m	221m

的出数据之后填入Excel表格

[ly] 可视化

这里并不需要上面的东西。

- 这里设计两层分配的饼图。

借助 USGS [9] 和 EIA [10] 的数据，图[7]和图[8]制作了各州各部门用水量和水电分配的两个饼状图。

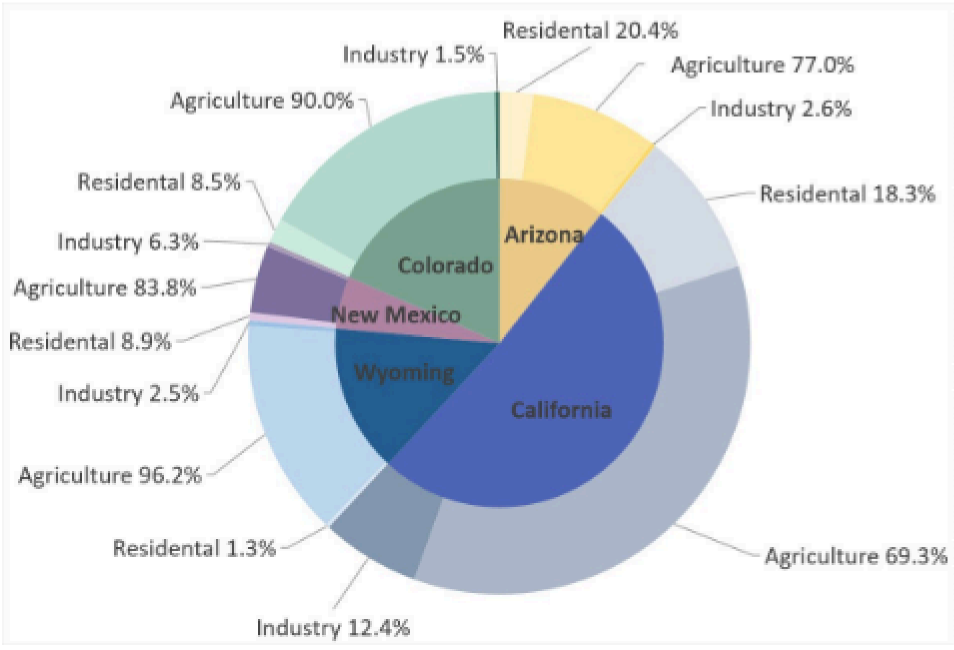

图 7：州用水分配概况

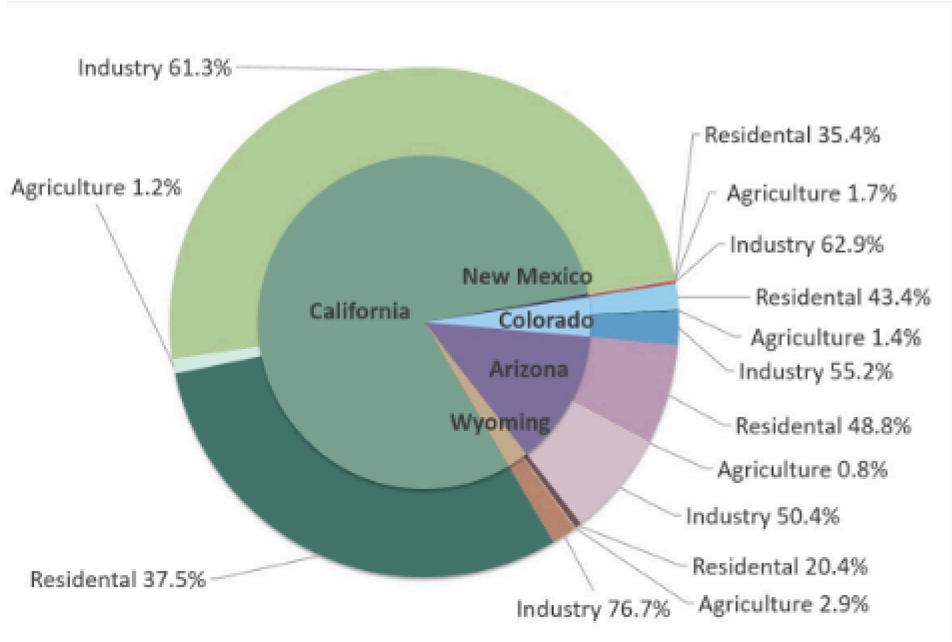

图 8：各州水电使用分配概况

- 两层分配的桑基图。

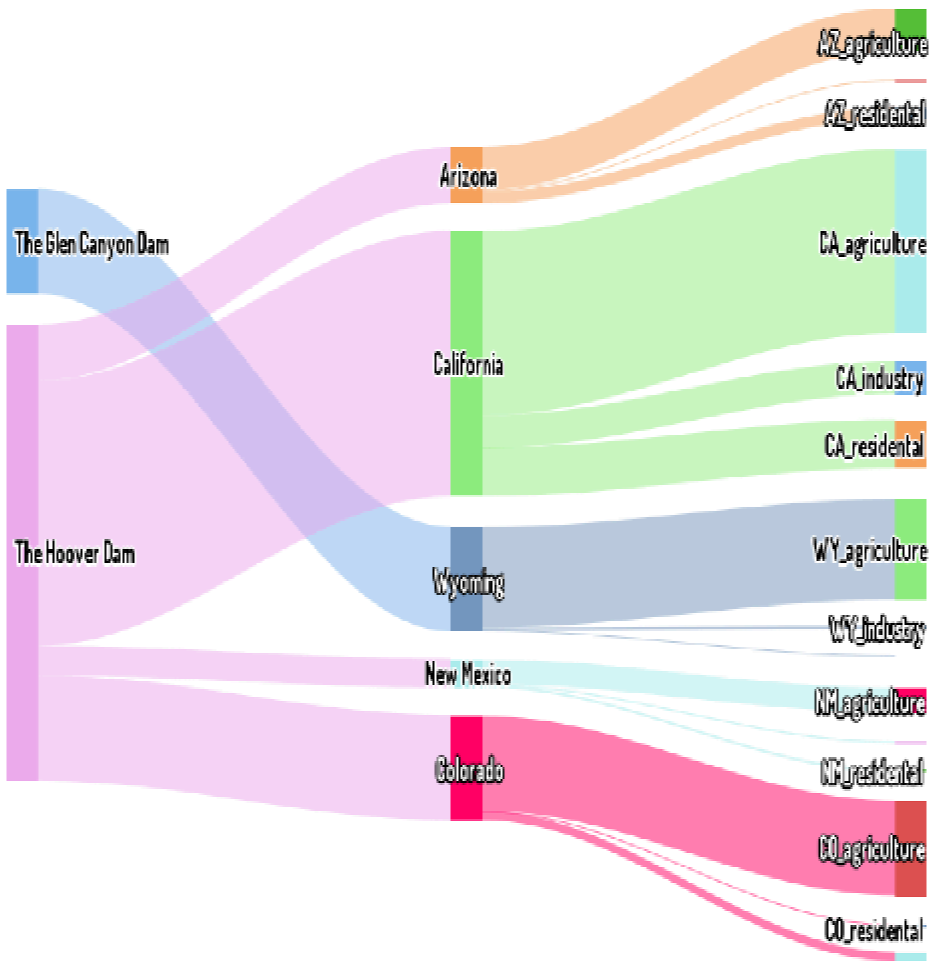

图 9：用水量桑基图

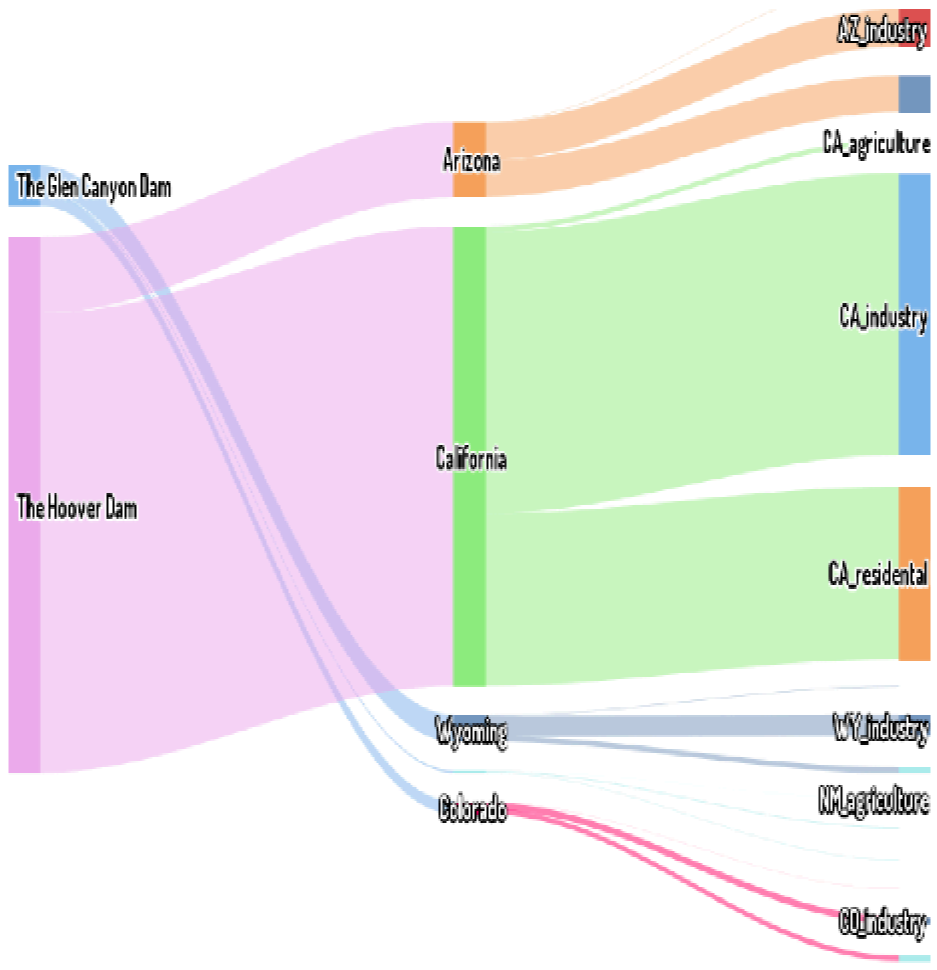

图 10：水电使用情况桑基图