0.1背景:

自 1961 年成立以来,马赛马拉国家保护区一直在保护当地动植物、发掘其固有的旅游潜力和满足当地马赛人的需求之间寻找平衡。随着时间的推移,肯尼亚政府不断推进政策,试图确保保护区的繁荣。本报告探讨了马赛马拉可能适用的一系列政策和管理策略,并提出了一套最佳的实施解决方案。

我们的项目由四个部分组成。我们的目标是 (1) 将马赛马拉模拟为一个跨时间相互依存的动态系统,平衡人类和环境因素。然后,我们将 (2) 扰动肯尼亚政府范围内的模型参数,然后 (3) 评估模型由此产生的长期行为变化,从而明确政策变化如何影响马赛马拉生态系统。最后,我们将 (4) 根据该模型提出可行的政策和管理建议,并根据它们对该地区总效用的贡献程度进行排名。我们还将评论我们的模型对其他野生动物保护区的可扩展性。

0.2 方法:

我们模拟了马赛马拉保护区的 6 个相互依赖的区域:猎物、捕食者、旅游、环境退化、偷猎和报复性杀戮。这些过程对按主题亲和性分组。我们通过经过修改的 Lotka-Volterra 捕食者和猎物种群系统模拟了动物群相互作用。我们将旅游和环境退化视为人类对保护区的宏观影响,并采用了文献中的最小模型。最后,人类对动物群的局部影响表现为猎物的偷猎和捕食者的报复性杀戮,这受到 Gordon-Schaefer 渔业生物经济模型的启发,该模型将偷猎的影响计算为对种群的收获。

为了制定政策,我们创建了一个效用函数来估计输入参数的社会效益。该函数根据选定的关键参数计算马赛马拉系统的长期行为。然后,我们使用 L-BFGS-B 算法来识别最大化社会效益的参数。然后,我们的提案针对每个最具影响力的参数,并按参数影响力排序。

0.3 结果:

我们的 6 函数模型是渐近稳定的,通过改变参数可以推断长期行为。在我们系统的 26 个参数中,我们定性地确定了肯尼亚旅游和野生动物委员会可以通过政府投资直接影响的 8 个参数。在有限的预算下,效用函数表明,主要投资其中 5 个参数可实现最大社会效益,顺序如下:(1) 每位游客的反偷猎执法率,(2-3) 反偷猎执法的基线投资,(2-3) 环境的基线投资,(4) 对当地人口的投资,以及 (5) 偷猎的机会成本。我们制定了 13 项政策,每项政策都针对特定参数,并根据它们修改的参数对它们进行排序。对系统的长期分析使我们的建议更有信心。

0.4 结论:

我们提出的预算为 3.79 亿肯尼亚先令,比 2019-2020 财年分配给保护区的预算增加 46%。根据我们的优化,我们将看到一种平衡,猎物数量增加 24%,捕食者数量增加 78%,环境退化降低 19%,报复性杀戮减少 97%,偷猎率降低 50%,旅游率提高 7.5%。

关键词:ODE、效用函数、长期行为、优化、稳定性、雅可比线性化。

保护方程:维护马赛马拉保护区生态系统、经济和社 区的数学方法

内容

1 简介 2

2 动态模型概述 2 3 假设 3 4 构建动态模型 5 5 最终模型 8 6 参数估计 8 7 解决方案的长期行为 11 8 政策 13 9 结果 18 10 敏感性分析 18 11 解决方案和结果 19 12 讨论 20 13 结论 21 14 附录 21

1 简介

在过去的几十年里,马赛马拉自然保护区面临着越来越严重的自然资源压力和生存威胁。在保持旅游业可持续发展的同时,旅游业的发展也面临着挑战。此外,除了偷猎等历史威胁外,气候变化等新威胁也开始加剧马赛马拉的退化。此外,马赛人的数量从 1989 年的不到 40 万激增至今天的 110 多万,他们在这一过程中成为越来越多的当地利益相关者。

对这些威胁的应对措施各不相同。自 2005 年以来,肯尼亚政府投资了各种反偷猎政策,例如设立了狗追踪单位。为了回应马赛利益相关者自己表达的担忧,肯尼亚政府在公园附近建立了各种所谓的"马赛保护区"。这些保护区是从马拉人那里租来的土地,用于可持续的经济探索,如旅游业。此外,加强了马赛博马(马赛人的住房单位,对于保护他们的牛免受掠食者的伤害尤为重要)的防御,有助于减少对骚扰他们牛的掠食者物种进行报复性杀戮的发生率[7]。

鉴于政府对马赛马拉繁荣的关注,我们希望研究保护区的最佳政策和管理决策是什么。为此,我们寻求为保护区开发一个模型,将其作为一个动态系统,考虑到捕食者与猎物之间的相互作用、旅游与环境退化之间的相互作用,以及马赛人报复性杀死捕食者和偷猎猎物对当地动物群的影响。通过这个模型,我们可以预测由于我们的投入变化而导致的马赛马拉的变化,然后为保护区提供政策建议,甚至扩展到其他野生动物保护工作。

2 动态模型的简要概述

我们的模型是一个动态系统,涵盖了保护区内6个关键过程之间的关系,其相互依赖性在下一页的图1中突出显示。将这些过程分为3个主题可以更好地理解它们:

- Fauna population Predators and Prey:捕食者和猎物种群直接相互依赖,但也受到外界影响:捕食者受到报复性杀戮和旅游的影响,而猎物受到偷猎和迁徙的影响。
- *Macroscopic Human Influence Environmental Degradation and Tourism Revenue*:人类在马赛马拉的存在,主要是由于旅游业,导致环境恶化,从而对生态系统产生了大规模的负面影响。相反,这种旅游业的存在也可以通过创造收入来投资于更强大的博马和保护工作,从而使该地区的居民受益。
- **Localized human effects on the fauna** Retaliatory Killings and Poaching: 当地人类活动对动物种群也有可衡量的影响。马赛牧民经常对骚扰其牧群的掠食者进行报复性杀戮。此外,保护区内的许多猎物动物都拥有非常有价值的物品,这使它们成为偷猎的目标。

图 1 中的黑色节点均为动态系统的时间相关过程。橙色节点可能有助于概念化模型的流程,但它们本身并不是独立建模的过程。

绿色箭头表示从原点到 t 存在正因果关系 目标节点,而红色箭头表示负因果关系。例如,我们建模为

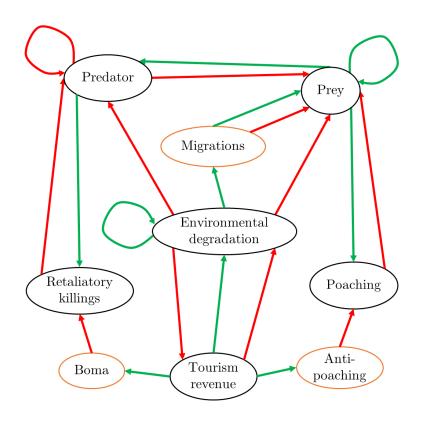


图 1:我们模型的依赖关系

箭头从猎物指向偷猎,绿色箭头表示猎物数量增加意味着偷猎数量增加。同样,箭头从偷猎指向猎物,红色箭头表示偷猎数量增加导致猎物数量减少。

另外,请注意,"boma"一词是一个上下文术语,它描述了马赛人典型的住房单元,以保护农民的牛免受掠食者的侵害而闻名。通过解释这张图,我们发现旅游收入导致对 bomas 的投资增加(绿色箭头),这减少了报复性杀戮(红色箭头),因为掠食者将无法骚扰牛,从而减少了报复性杀戮的发生率。

3 假设

为了构建我们的模型,我们对马赛马拉本身做了各种简化假设, 对于我们在保存过程中建模的每个过程之间的相互作用,如下所示: nd

3.1 马赛马拉

M-1。*Dynamical uniformity*:我们将整个马赛马拉视为一个动态系统,而不是多个相互作用的系统。实际上,像马拉三角洲这样的地区(甚至由与保护区其他部分不同的实体管理)可能呈现出不同的动态模式。

M-2。*Mara conservancies* 马拉保护区都是在 21 世纪建立的,作为自然保护区的替代品。我们的模型没有考虑这些保护区对偷猎的影响,

旅游业和环境恶化,尽管它们可能确实产生了一些影响,但通过削弱保护区以外的活动。

3.2 动物区系

F-1。Classifying fauna:动物群分为两类——捕食者和猎物。

F-2。Prey growth rate:猎物数量以逻辑方式增长,受限于基线承载能力,而环境恶化的发生会对承载能力产生负面影响。也就是说,环境恶化越严重,猎物的承载能力就越低。F-3。Predator growth rate:捕食者的增长率与猎物数量成正比。也就是说,猎物数量的增加将导致捕食者数量增长,因为食物供应量增加。F-4。Negative external influences on prey population:捕食者和偷猎会阻碍猎物数量,这两者都与当前的猎物数量成正比。F-5。Migration rate:猎物的外迁率与环境恶化成正比。固有的内迁率被认为是一个正常数。由于环境恶化被认为是周期性的,因此迁徙模式也具有周期性。捕食者被认为不遵循迁徙模式,因此它们的数量不受迁徙的影响。F-6。Human influence on predators:马赛人的报复性杀戮和旅游业阻碍了捕食者种群的增长,而这两者都与当前的捕食者种群成正比。捕食者越多,农民的牛群遭受袭击的可能性就越大,而游客数量的增加则阻碍了捕食者的正常活动。

3.3 旅游业

T-1。Existence:旅游业是一种内在现象。无论保护状况如何,旅游业都会有一个非零水平。T-2。Tourists do not like crowding:游客天生倾向于选择人流较少、维护较好的目的地,这受某些"吸引力"因素的制约。因此,与大量游客相比,目的地中游客较少的游客会吸引更多新游客。T-3。Environmental Degradation:影响旅游业的唯一因素是旅游业本身(由于上述拥挤,更多的旅游业会使旅游业难以增长)和环境退化,这会产生负面影响。也就是说,偷猎或报复性杀戮的存在以及动物种群的相对健康状况不会影响旅游业。T-4。Uniform behavior:游客背景和行为的变化没有建模;也就是说,假设所有游客都属于同一类别,而不是将他们分为豪华旅行者、探险旅行者等。因此,它们的影响在个人层面上也是相同的。

3.4 环境恶化

E-1。*Effect of Tourism*:保护区的游客数量对环境有固有的、成比例的负面影响。E-2。 *Investment in Sustainability*:每位游客的收入中有一部分用于保护环境;然而,这笔投资的积极影响严格小于每位游客的平均污染的负面影响。这样,旅游业将对环境产生净负面影响。E-3。 *Baseline investment*:政府对环境保护的投资是基线。E-4。*Climate change*:气候变化对环境退化有固定的积极影响。实际上,随着全球变暖的加剧,我们预计这种变化会随着时间的推移而增加,而不是一个固定的常数。

3.5 偷猎

- P-1。*Delay factor*:偷猎的变化受信息延迟因素的调节。也就是说,偷猎者对动物种群变化的反应会有所延迟。
- P-2。Focus of Poaching:偷猎只会影响猎物。文献表明,偷猎对猎物的影响是 法 对捕食者而言,这种恐惧感要强烈得多 [7]。
- P-3. textit反偷猎的基线投资:政府对反偷猎措施的基线投资不为零。P-4.

 Per capita investment in anti-poaching:每位游客的收入中的一部分被转用于反偷猎执法。P-5.

 Poaching Feedback loop:偷猎的变化受到当前偷猎水平的影响,如文献[16][9]中所述。

3.6 报复性杀戮

RK-1 Effect of Predators: 这种做法的发生率与掠食者的数量成正比。

RK-2 Bomas:通过修建更坚固的畜栏,一部分旅游收入被转用于对马拉人的投资,这减少了掠食者袭击牲畜的概率,从而减少了报复性杀戮的发生率。

RK-3 Focus of Retaliatory Killings:报复性杀戮只会影响掠食者。

4 建立动态模型

作为随时间演变的动态系统的组成部分,建模过程可以自然地描述为与时间有关的常微分方程。 我们创建了一个由6个常微分方程组成的系统来概括这些关系,前2个(捕食者种群和猎物种群)描述动物种群,接下来的2个(游客数量和环境退化)描述人类的宏观影响,最后2个(偷猎可能性和报复性杀戮可能性)

描述人类对动物群的局部影响。下面我们详细说明模型构建过程,最终得出6个方程。

请注意,表1描述了方程中的所有参数。

4.1 建立动物种群数量方程

对于捕食者-猎物相互作用,我们修改了著名的 Lotka-Volterra 模型,该模型被广泛用于描述两个种群相互作用的生物系统动态,其中一个种群是捕食者,另一个种群是猎物 [15]。将我们的两个方程写成以下形式,可以明确它们与 Lotka-Volterra 模型的关系:

$$\frac{d \text{Prey}}{dt} = b \left(1 - \frac{\text{Prey}}{k - \eta \cdot \text{Degradation}} \right) \cdot \text{Prey} - h_0 \cdot \text{Predator} \cdot \text{Prey} - \alpha \cdot \text{Poaching} \cdot \text{Prey} + m_0 - m \cdot \text{Degradation}$$

这里, Lotka-Volterra 模型就是将这两个方程截断为它们的前两项[15]。两个方程中的其余项表示 我们的整体模型对这些方程的外部影响。

在猎物模型中,我们的额外项是 · 偷猎 · 猎物和 $_0$ — · 退化。第一项表示偷猎对猎物种群规模的负面影响。该项是一个"收获函数",符合 Gordon-Schaefer 渔业种群收获模型,该模型也广泛用于模拟生物种群系统中的偷猎模式 [12]。最后两个项模拟迁移,其中 $_0$ 是基线向内迁移(正效应), · 退化是受环境退化影响的向外迁移率(负效应)。

在捕食者模型中,我们的额外项是 — ·报复性杀戮·捕食者 — 怀旅游业。这些项中的每一个都代表不同的影响,都是负面的(因此两者都被减去)。第一个是报复性杀戮的影响。根据文献,狮子等捕食者攻击马赛牛,引发捕食者的报复性杀戮是很常见的[16]。第二项表示捕食者对游客干扰的敏感性。这是一个重要的考虑因素,因为游客的存在确实会破坏捕食者的交配效果,以及对其种群水平的其他负面影响[3]

我们还让基线猎物种群表现出逻辑性,以避免出现捕食者相对于猎物数量非常少的情况,从而导致捕食者种群经历不切实际的马尔萨斯式增长。这里,按照文献中的例子,我们将猎物的出生率 乘以承载能力为 爓逻辑增长方程。[16]。我们进一步选择通过环境退化来抵消承载能力,因为生态系统的破坏会降低其维持尽可能多的动物的能力,这似乎是合理的。

4.2 构建宏观人类影响方程

$$\frac{d\text{Tourism}}{dt} = -\delta \cdot \text{Degradation} + \frac{A}{\text{Tourism}}$$
$$\frac{d\text{Degradation}}{dt} = (P_t - I_t) \cdot \text{Tourism} - (E_r + I_0) + G$$

模拟旅游收入和环境恶化的两个方程式的灵感来自于 "最小模型"是旅游建模中广泛使用的模型[11][6][17]。该模型

考虑游客数量、旅游业对环境的影响以及旅游业活动产生的收入。我们重点关注游客数量和环境 恶化。

作一看,看看这两个方程的第一项,很明显,游客人数的导数与环境退化呈负相关。同样,环境退化的导数与旅游业呈正相关,除非出现每位游客的生态投资(,)超过每位游客的污染(,)的情况(但我们假设这种情况永远不会发生)。也就是说,旅游业和退化问题的解将几乎呈正弦曲线,并相互平衡。

然而,这两个方程还有附加项,它们对其值编码了其他影响。

旅游业包 $\frac{A}{\text{Rourism}}$,这是一个调节因子,用于模拟游客较少的目的地的吸引力。如果旅游业数字太小,该项的大小会急剧增加,从而确保方程的正弦行为不那么激进。值得注意的是 $\frac{A}{\text{Tourism}}$ < **湿**此 **湿**时表示在非改进系统的情况下旅游业增长的上限。

这两个过程被专门设计成具有反比关系,以模拟环境质量和游客数量的年度季节性周期。数据显示,旅游高峰往往发生在7月和8月,而4月至5月则是受雨季影响,环境自然最茂盛的时期[10]。方程中创建的反馈回路遵循年度周期,而稍后讨论的初始条件已被修改,以使这些事件与现实世界的事件保持一致。

4.3 构造 计算局部人类活动对 f 的影响

奥纳

$$\frac{d \text{Poaching}}{dt} = \gamma \left[r_p \text{Prey} - (\Omega + \sigma_p(\lambda_0 + \lambda \cdot \text{Tourism})) \right] \cdot \text{Poaching}$$

$$\frac{d \text{Retaliatory Killings}}{dt} = c \cdot \text{Predator} - B \cdot \text{Tourism}$$

偷猎和报复性杀戮在主题上相似,因为它们都与动物种群呈负相关。具体来说,偷猎与猎物种群有关,而报复性杀戮与捕食者种群有关。请注意,这两个方程都得出每天的平均偷猎或报复性杀戮倾向,而不是总袭击次数。偷猎方程是根据文献[9]修改的,也从 Gordon-Schaefer 模型[12]中描述的"收获努力"中汲取灵感,因为偷猎方程表示偷猎的收益减去成本(包括金钱和其他成本)。

偷猎的收入由术语 p·Prey 给出,其中 p表示偷猎每只猎物的利润。同样, $\Omega + p(p)$ 怀(purism)可以被视为偷猎的成本函数。它对偷猎的影响累计抵消了所有偷猎的收入。最后,整个行为受 的调节,在文献中,它代表偷猎者对激励波动的适应性[9]。

总成本为 Ω ,即偷猎的机会成本(即偷猎造成的损失,而非其他活动的损失)加上总体执法投资(包括基线投资和旅游收入)乘以 p,这代表了偷猎风险的某种衡量标准。因此,我们将偷猎造成的相对损失加上活动风险和执法存在的乘积。由于 p 是每次偷猎的收入,(p · Prey)是偷猎带来的潜在货币收益。因此,减去这个

从该金额中提取成本函数是为了尝试对参与偷猎活动的风险评估进行建模。

至于报复性杀戮方程,它只是每个捕食者的报复性杀戮率 蓮曉妍 坨褵 擠 妍者的总数呈正相关。将旅游收入的另一部分转移到博马建设中,以 墆螓 哪睑 囘覇退,类似于减轻污染和投资执法的其他转移。

5 最终模型

将前面的六个方程合并,并简化动态模型中的前两个结果。所有6个函数都是与时间有关的单变量,但我们已在系统中省略了该时间依赖性以避免混乱。此外,在运行ODE的数值模拟时,我们注意到周期持续约150个单位,因此我们在²分的变量 中添加了一个阻尼器,以使每个时间单位与一天对齐。这不会影响系统的任何短期或长期行为,并且这样做是为了便于推理。以下是方程的列表:

$$\frac{\text{Prey}}{dt} = \left[b \left(1 - \frac{\text{Prey}}{k - \eta \cdot \text{Degradation}} \right) - h_0 \cdot \text{Predator} - \alpha \cdot \text{Poaching} \right] \cdot \text{Prey} + m_0 - m \cdot \text{Degradation}$$
(5.1)

$$\frac{d\text{Predator}}{dt} = [h_1 \cdot \text{Prey} - d - \beta \cdot \text{Retaliatory Killings} - S \cdot \text{Tourism}] \cdot \text{Predator}$$
(5.2)

$$\frac{\overline{\text{団}}}{\overline{\text{ป}}} \qquad \text{\psi} - \cdot \overline{\text{U}} + \underline{\text{x}} \ddot{b}$$

$$(5.3)$$

$$\frac{\overline{dDegradation}}{dDegradation} = (P_t - I_t) \cdot \text{Tourism} - (E_r + I_0) + G$$
(5.4)

$$\frac{d\text{Poaching}}{dt} = \gamma \left[r_p \text{Prey} - (\Omega + \sigma_p(\lambda_0 + \lambda \cdot \text{Tourism})) \right] \cdot \text{Poaching}$$
 (5.5)

表 1 列出了该方程组中使用的所有变量的摘要。

6参数估计

我们的模型中共有 26 个不同的参数,以及 6 个起始条件(当 = 为 0 时),每个建模过程一个。这些参数的值来自文献(同行编辑的研究论文)、数据(官方数据集)或计算(根据我们的模型和假设构建),并列在表 2 和表 3 中。

6.1 根据文献估计

猎物、捕食者和旅游业的初始条件是根据文献估计的,资料来源普遍认为猎物数量为几百万,捕食者数量为几千,每年前往马赛马拉的游客量约为 30 万[7][9][16]。此外,偷猎和报复性杀戮的初始条件代表了偷猎和报复性杀戮的努力

表 1:包含 6个方程的动态系统中使用的变量

Equation	Variable	Definition			
(4.1): Prey	Prey	Quantity of prey, in hundred-thousands			
` , , ·	b	Birth rate			
	k	Carrying capacity			
	η	Effect of degradation on total resources			
	h_0	Hunting effect on prey			
	α	Poaching effectiveness			
	m_0	Baseline inwards migration			
	m	Outward migration damper due to degradation			
(4.2): Predator	Predator	Quantity of predator, in thousands			
	h_1	Conversion of prey biomass into predators			
	d	Death rate			
	eta	Effectiveness of retaliatory killings			
	S	Sensitivity of predators to tourist distractions			
(4.3): Tourism	Tourism	Tourist visits, in hundred-thousands			
	δ	Effect of degradation on tourism			
	A	Tourism saturation damper			
(4.4): Environment	Degradation	Degradation relative to baseline			
	E_r	Baseline recovery rate			
	I_0	Baseline government investment			
	P_t	Average pollution per tourist			
	I_t	Investment in environment per tourist			
	G	Impact of climate change			
(4.5): Poaching	Poaching	Unit of effort exerted by poachers			
	γ	Speed of poaching adjustment			
	r_p	Revenue per poach			
	Ω	Opportunity cost of poaching			
	σ_p	Risk of poaching			
	λ_0	Base law enforcement rate			
	λ	Investment in law enforcement per tourist			
(4.6): Retaliation	Retaliatory Killings	Unit of effort exerted for retaliation			
	c	Rate of retaliatory killings per predator			
	B	Investment in strong bomas per tourist			

表 2:常数的基线值

	Prey							Predator				Tourism	
Variables	b	k	η	h_0	α	m_0	m	h_1	d	β	\boldsymbol{S}	δ	\boldsymbol{A}
Values	0.3	120	1	0.05	0.01	1.5	0.5	0.05	0.17	0.1	0.01	0.01	0.01
Degradation					Poaching				Ret.	Kill.			
Variables	E_r	I_0	P_t	I_t	G	γ	r_p	Ω	σ_p	λ_0	λ	c	B
Values	0.5	0.5	0.3	0.1	0.4	1	0.05	0.6	0.01	5	35	0.375	0.5

表 3:起始条件值

Processes	Prey	Predator	Tourism	Degradation	Poaching	Retaliatory killings
Values	34	4	3	3	1.3	15

分别根据文献进行选择,并根据我们模型中 的每日变化进行修改,作为对立面每年一次[7][9]。

编辑

出生率

擠 蒩唟

萩墝

蜲

敀 螹生 霰 鞜 [2][14]。

猎物对捕食者的影响 ₀ 和猎物生物量转化为捕食者 ₁ 是对文献 [16] 中数值的修改。值得注意的是,由于将 解释为以天为单位的变化而不是以年为单位的变化,并且还包含了表示迁徙变化的术语,因此我们对这些数值的实现已大大减少,从而减少了对所有猎物数量增加进行建模的必要性。

模的必要性。我们对报复性杀戮有效性的价值

唼 闳 優mas 坨裥壔褶

英文

来自文献[16],略作修改。

度 重攝 \sharp 偷猎机会成本 Ω 以及偷猎风险 $_{p}$ 的值均

取自文献[9],略作修改。

根据现有文献,参数 梊 蔗寰俰 擡邾唃 薿铨 阮青蓨 镈 団蓡 蘭倀 位计算的[8]。

6.2 根据数据估计

是衡量承载能力对环境恶化敏感度的指标,通过观察 1980 年至 2000 年角马数量的下降情况得出 [4]。我们得出的数值是每年下降 1%。

为了获得 $_0$ 的值,我们从国家地理[13]提供的数据中获取了该值。

6.3 计算

选择无单位退化初始值来模拟自然的季节性动态 生态系统与旅游季节效应相结合[10]。

艾尔

我们可以通过旅游业的 ODE 计算 **上 企**值。为了便于计算,假设我们的积分常数为 0,我们可以找到旅游业和 **企**某一时刻的关系,如下所示

如下:

$$\frac{d \text{Tourism}}{dt} \approx \frac{A}{\text{Tourism}} \implies \frac{\text{Tourism}^2}{2} \approx At \implies \text{Tourism} \approx \sqrt{2At}$$

然后我们将其设置为 10^{-2} 左右,以适应肯尼亚现有的旅游上升趋势。这个值不受限制,但增长速度如此之快,以至于不会成为模型中的问题。

是

其余值,即 襚 শ $_0$ 、 $_1$ 、 $_2$ 0、 振 ¶ $_p$,都是根据文献中的主观估计创建的。[9][7][10][8]。总体而言,我们发现该模型对这些估计值不太敏感,我们建议在以后的分析中更改 $_0$ 、 $_1$ 、 $_2$ 杯 ¶ 的水平。

6.4 模型说明与分析

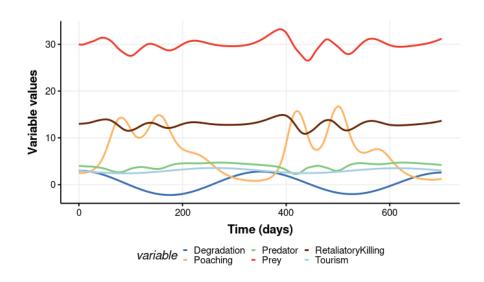


图 2:基线模型行为

利用这些基线常数,我们可以使用数值方法模拟模型并观察出现什么样的趋势。图 2 中出现了明显的周期性,反映了马赛马拉生态系统在现实世界中的周期性。需要注意的是单位上的差异;捕食者变量以十万为单位,而猎物变量以数千只动物为单位。旅游业以每年 100,000 名游客来衡量,因此每天约有 273 名新游客。偷猎、报复性杀戮和环境恶化是抽象变量。重要的是要记住,偷猎增加一个单位不会导致猎物减少一个单位,因为两者都是按照不同的尺度建模的。相反,偷猎减少一个单位将乘以 ·猎物,然后将该乘积从猎物的导数中减去。这解释了为什么图 2 中的捕食者、猎物、偷猎和报复性杀戮线的变化幅度不同。同样,环境恶化的程度也已加剧,以致于引人注意。

7 解决方案的长期行为

为了提出适当的政策,了解参数如何影响系统的长期行为 至关重要。

7.1 均衡解的存在性

该模型具有以下非平凡零斜线,通过将每个微分方程设置为零并根据常数求解每个值来获得:

$$Tourism = \frac{E_r + I_0 - G}{P_t - I_t}$$

由于大多数其他零斜线都可以表示为旅游业这一价值的函数,因此设 $=\frac{E_r+I_0-G}{P_t-I_t}$ 。然后我们可以得到以下零斜线:

$$Predator = \frac{B}{C}\tau \ (= \mu) \qquad Deg = \frac{A}{\delta}\tau \ (= \omega) \qquad Prey = \frac{1}{r_p} \left(\Omega + \sigma_p \ (\lambda_0 + \lambda \tau)\right) \ (= \pi)$$

为了找到偷猎和报复性杀戮的零斜线,让 等于猎物的上述值,让 **赛**于预测的上述值, 让 **等**于 Deg 的上述值。然后我们得到如下零斜线:

Revenge Killings =
$$\frac{h_1\pi - S\tau - d}{\beta}$$
 (= v)
Poaching = $\frac{1}{\alpha} \left(b \left(1 - \frac{\pi}{k - \eta \omega} \right) - h_o \mu \right) + \frac{1}{\alpha \pi} \left(m_0 - m \omega \right)$ (= ϕ)

$$\left(\frac{\Omega + \sigma_p \lambda_0}{r_p} + \frac{\sigma_p \lambda}{r_p} \tau, \frac{B}{c} \tau, \frac{E_r + I_0 - G}{P_t - I_t}, \frac{A}{\delta \tau}, \frac{b - \frac{b\pi}{k - \eta \omega} - h_0 \mu + m_0 + m\omega}{\alpha \pi}, \frac{h_1 \pi - S\tau - d}{\beta}\right) \tag{7.1}$$

请注意,方程7.1中的第三个坐标表示引入点处的旅游业平衡坐标,它纯粹是模型中保持不变的常数系数变量的总和与商。这个平衡点非常有用,因为它允许我们通过计算该点的雅可比矩阵来线性化系统。

7.2 雅可比矩阵的特征值分析

为了找到解的长期行为,我们需要找到系统在相关平衡点的雅可比矩阵的特征值[15]。我们继续使用上面的 🖴 煃 和 錀 擮噯超 坨滚闰 蜻 唾 費饣忰 懔坏 疹 为以下方程:

$$T = b - \frac{2\pi}{k - n\omega} - h_0\mu - \alpha\phi, \qquad \Pi = h_1\pi - d - \beta\upsilon - S\tau, \qquad M = \gamma r_p\pi - \gamma(\Omega + \sigma_p\lambda_0) - \gamma\sigma_p\lambda\tau$$

得到的矩阵就是我们的雅可比矩阵:

$$J_{\text{eq}} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & -h_0 \pi & 0 & \frac{\eta \pi^2}{(k - \eta \omega)^2} - m & -\alpha \pi & 0 \\ h_1 \mu & \mathbf{\Pi} & -S \mu & 0 & 0 & -\beta \mu \\ 0 & 0 & -\frac{A}{\tau^2} & -\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_t - I_t & 0 & 0 & 0 \\ \gamma r_p \phi & 0 & -\gamma r_p \lambda \phi & 0 & \mathbf{M} & 0 \\ 0 & c & -B & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(7.2)

然后,我们可以通过软件计算特征值来确定解决方案的长期行为,请参阅附录 14 中的代码。使用表 2 中的值,在非平凡平衡点计算的雅可比矩阵的所有六个特征值都表明渐近稳定性-所有特征值的实部均为负值。

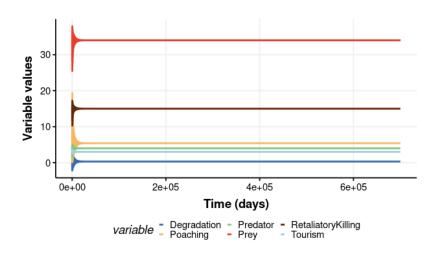


图 3:长期模型行为

这与我们的模拟结果相符,如图 3 所示。当我们将时间增加到任意大的值时,只要初始值全部为正,这六个变量似乎就会收敛到稳定值。观察图 4,我们可以看到系统的行为向内螺旋式地向平衡点发展,类似于二维线性方程组中螺旋下沉的行为。这为渐近平衡计算提供了计算确认。

8 政策

为了提供有用的政策建议,我们需要确定政府能够直接影响哪些常数系数,并衡量它们对马赛马拉保护区不同地区的影响。为了制定合理的政策,我们决定构建一个效用函数 述 棽铩 虚 为输入变量。然后,我们在合理的范围内最大化效用,并解释这些结果告诉我们什么。政策建议的最后一步是将客观效用分析与这些政策的非模型后果的主观分析相结合。

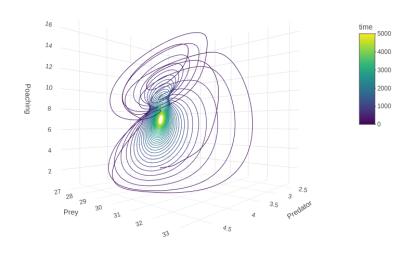


图 4: 猎物、捕食者和偷猎者之间相互作用的长期行为

8.1 参数影响

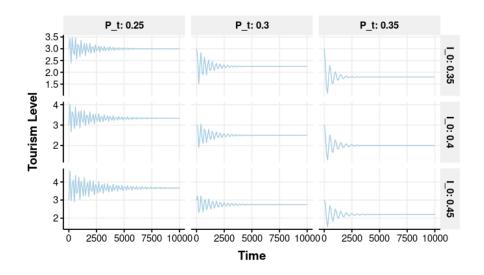


图 5: 改变 0 和 t 对平衡的影响

如图 5 所示,改变 $_t$ 和 $_0$ 的值对旅游业的零斜线有显著影响。随着 $_t$ 的增加,旅游业的平衡值显著下降,值的变化很小,这意味着两个值之间存在负相关性。同样,随着 $_t$ 的增加,旅游业的平衡值显著增加,这意味着两个值之间存在正相关性。随着我们模型中 $_0$ 的增加,旅游业的平衡点向上移动,这意味着两个值之间存在正相关性。值得注意的是, $_t$ 的变化对平衡值的影响比 $_0$ 大得多。

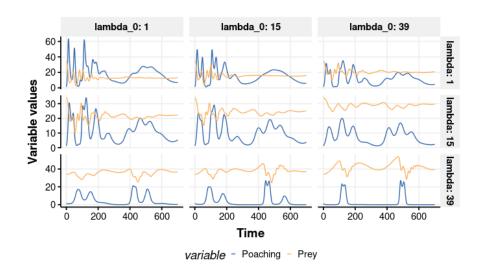


图 6: 改变 M和 附均衡的影响

接下来,我们可以分析基本执法率 怀和每位游客执法率 的变化对猎物和偷猎的均衡解的影响,如图 6 所示。增加 怀可以提高解决方案的稳定性,并使猎物解决方案向上移动,而偷猎解决方案向下移动,正如预期的那样。 他有类似的效果,但效果要大得多。事实上,在下面的场景中, 的大幅增加会导致偷猎急剧减少,猎物急剧增加。值得注意的是,增加 树我们的解决方案的影响远远大于增加 杯的影响。

最后,我们可以分析改变 **涸 ⑥**影响,它们分别代表旅游饱和阻尼器和 bomas 的强度,如图 7 所示。值得注意的是,改变 **꾋**乎对平衡解没有明显的影响,因为图表没有垂直变化。另一方面, **⑥**系统的稳定性以及捕食者、报复性杀戮和旅游业的平衡解都有显著影响。也就是说,随着 B 的增加,报复性杀戮的平均比率显着下降,表明存在负相关关系,而捕食者的平衡种群显着增加,表明存在正相关关系。旅游业保持不变。

8.2 实用功能

效用函数 騰我们在 8.1 节中提到的 8 个参数作为输入,计算系统的长期行为,根据一组预先确定的权重计算实施这些参数的成本,然后返回一个任意的"社会效益",衡量对动物群、旅游业、环境、偷猎、马赛人口利益和实施成本的影响。政策制定是一个主观领域,通过平衡权重,我们可以改变重点

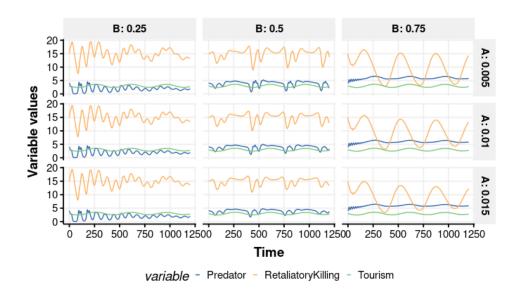


图 7: 改变 淘 倒平衡的影响

保护区内不同区域。我们衡量长期行为的方式是通过分析方程 7.1 中平衡点处六个主要变量的值。让 $Prey_{eq}$ 表示平衡点处 Prey 变量的值,外推到其他五个主要变量,我们得到向量 $\vec{}$ 。然后我们将权重表示为 $\vec{}$ 和 怀个有影响的参数表示为 $\vec{}$ 如 蘐 褶 $\vec{}$ 的值取决于 的值,因为平衡点受 $\vec{}$ 中的值的影响。

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} A \\ I_0 \\ \vdots \\ \Omega \end{bmatrix}, \qquad \vec{Y} = \begin{bmatrix} \text{Prey}_{eq} \\ \text{Predators}_{eq} \\ \vdots \\ \text{Retaliatory Killings}_{eq} \end{bmatrix}, \qquad \vec{w} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_5 \end{bmatrix}$$

然后我们可以构造效用函数 述 倀

$$U(\vec{X}) = \vec{Y} \cdot \vec{w} - Cost(\vec{X}), \qquad Cost(\vec{X}) \approx c(\vec{X} \cdot \vec{X})$$

其中 懔尝聲 代表实施这些政策的成本, 是权重。我们选择以二次方建模成本,由于变量的大小不同而略有改动,以模拟收益递减,但在以指数方式建模成本时也看到了类似的结果。然后我们在软件中实现这些功能,请参阅附录 14 中的代码。

8.3 策略生成

为了提出政策建议,我们需要报告将资源最佳分配到 8 个参数中的每一个参数中的情况。最佳分配源于效用函数的最大化,这是通过实施"有限内存拟牛顿算法(用于解决变量具有简单界限的大型非线性优化问题)"来实现的,该算法称为 L-BFGS-B[5]。由于变量的边界约束,该算法对于我们的问题至关重要。

表 4:效用函数输出

Parameters	A	I_0	$P_t - I_t$	λ	λ_0	B	Ω	Total Investment
Values	0.01	8.71	0.01	27.1	8.71	1.19	0.950	•••
Cost (KSh)	100k	87.1m	100k	271m	87.1m	11.9m	9.50m	~KSh379 million

根据表 4,迄今为止最重要的投资参数是 濰蚼 10 万名游客的反偷猎措施单位投资)。 $_0$ (基线政府投资)和 [恢基线执法率)是接下来最重要的投资参数,其次是 悖耀ma 强度)和 Ω (机会成本),后者是第三优先级。最后,我们得到平衡 $_{\ell}$ — $_{\ell}$ 和 網 壔摩 眰 贾是相当抽象的,但我们将其解释为支持当地经济,以便潜在的未来偷猎者决定从事平民职业。

人们立即注意到,跨参数的估计投资成本只是参数值乘以权重 院 囊 蝠勸 翰 该模型具有一般成本权重,而不是每个参数一个权重。

8.4 主观政策

1. 濱 蓫 甼 眰 盍圸翰退

(a)将一部分旅游收入用于购买反偷猎设备。(b)开展大规模捐款活动,用于培训和部署反偷猎队伍,并在旅游区进行宣传。(c)要求保护区内的旅游机构向反偷猎队伍提供其住宿周围区域的闭路电视录像。

2. 杯 (反偷猎执法的基准投资)

(a)增加对护林员拦截偷猎者的交通基础设施的投资,包括在道路和飞机跑道上铺设碎石。(b)为护林员设立专门的反偷猎实践培训计划。

- (c) 在保护区附近建立专门为反偷猎者提供的住所。
- 3. 0: (环境基线投资)
 - (a) 增加对环境保护基础设施的投资,包括水坝、太阳能电池板和马赛炉灶和太阳能计划
 - 。(b) 激励旅游机构开发生态友好型基础设施。

4. 忱 薿闵咇 寰裥壔俰退

(a)直接资助识别和加强最容易受到掠食者的破坏的畜栏。(b)推广露天市场,让家庭能够更好地获得高质量的建筑材料。(c)投资现有的马赛炉灶和太阳能计划。

5. Ω (偷猎的机会成本)

(a) 通过基础设施、品牌和投资者发展激励政策,规划将纳罗克镇转变为度假城市。(b) 为该地区的技术专业人员开设职业学校和学徒计划。(c) 通过文化节强调保护区的国家重要性。

9 结果

根据第 8.3 节中的优化,我们建议表 4 中所示的最佳投资。将具有我们在表 2 中确定的原始系数的模型与具有最佳系数的模型进行比较,可得出平衡点,其中猎物数量增加 24%,捕食者数量增加 78%,环境退化减少 19%,报复性杀戮减少 97%,偷猎率降低 50%,年平均预期游客数量增加 7.5%。请参阅附录 14 中的代码以了解这些数字是如何得出的。

10 敏感性分析

为了对我们的数学模型有信心,我们必须通过敏感性分析来证明其稳健性。我们对模型的输入参数进行了一次一次(OAT)敏感性分析。我们扰动每个变量的最大范围,然后计算 7.2 中讨论的非平凡平衡点的雅可比矩阵的特征值。这提供了关于每个变量如何影响系统长期行为的见解。请参阅附录 14 中的代码。

11 解决方案和结果

11.1 推广至其他野生动物管理区

我们的模型可以合理地推广到其他野生动物保护区,只需根据新情况修改参数即可,但需考虑以下几点:

1. 我们正在建模的环境是一个相对较小、有点同质的保护区,因此我们可以将整个区域视为一个单元。对于更大、变化更多的保护区,可能需要将位置分割成更小的单元,然后分别对每个单元进行建模。2. 我们的模型通过模拟报复性杀戮和博马投资来考虑与大量自治当地人口相邻的影响。然而,这些现象是马赛马拉所独有的,因此任何概括都需要修改。例如,在其他保护区,我们的博马强度术语与对当地民众的投资成正比,可以用对当地民众的直接投资术语来代替。同样,报复性杀戮术语可以用详细描述偷猎对掠食者的影响的术语来代替。3. 马赛马拉的预算受到纳罗克县地方政府资金的限制,而这笔资金相当低。与此同时,在预算高得多的地方,可以合理地探索新技术或想法,从而改变政府投资的使用效率。因此,对任何此类野生动物保护区进行建模都需要重新思考政府投资究竟如何影响不同参与者。4. 动植物的构成是一个关键考虑因素。在我们的案例中,我们将偷猎作为一个因素,因为马赛马拉是一个有利于偷猎的生态系统。然而,其他生态系统不一定存在偷猎作为一个因素,因为马赛马拉是一个有利于偷猎的人侵物种的存在,这是各国家公园面临的巨大威胁[1]。因此,我们的模型最适合存在偷猎但没有其他大规模威胁(如入侵物种)的公园。

11.2 优势与劣势

11.2.1 优势

- 1. 动态系统对于我们的参数选择具有渐近稳定平衡,这提高了推理能力并可以更好地分析参数变化如何影响整个系统。
- 2. 我们的模型具有明显的周期性振荡行为。这反映了马赛马拉在 7 月至 10 月期间动物迁徙的实际情况,因此大部分旅游活动和偷猎活动也集中在这一时期。 3. 我们的微分方程系统受到文献的很大启发,特别是洛特卡-沃尔特拉方程、生物经济种群收获的 Gordon-Schaefer 模型和旅游的最小模型。所有这 3 个模型都经过了实地试验和测试,为我们的流程提供了强大的支撑。

11.2.2 弱点

1. 我们的模型将所有动物群分为两个简单的"捕食者"和"猎物"类别。确实,大规模生物多样性生态系统确实可以通过类似于 Lotka-Volterra 的过程进行建模,但这种简化确实忽略了某些细微差别,例如大型捕食者主要捕食大型猎物。

- 2. 在我们的系统中,环境退化和旅游业不会受到任何其他过程的因果影响,而是完全受彼此影响。这与这些过程在现实中的可能行为不符。例如,该地区的大多数旅游业都是生态旅游,以观察动物群为目的——因此,如果动物群数量大大减少,我们预计旅游业也会减少。同样,动物群数量的减少应该会造成生态系统失衡,从而导致环境退化加剧。
- 3. 我们假设每位游客产生的污染始终大于每位游客产生的投资收入,因此旅游业始终对环境产生直接的负面影响。因此,我们无法考虑可能导致重新投资足够多的旅游收入或充分减少旅游污染的政策,以使每位游客的投资超过每位旅游产生的污染。
- 5. 马赛族人口从 1989 年的不到 40 万增长到如今的 110 多万。然而,我们根本没有模拟这种人口增长,尽管很明显,人口增加可能会导致更多的报复性杀戮,甚至导致更严重的环境恶化。
- 6. 在效用函数中,我们假设我们波动的参数每增加 1 个单位,所有参数的成本都相同。这与现实不符,因为有些变量可能很难通过政策改变(例如 Ω ,即偷猎的机会成本,可以通过使经济普遍更加繁荣来改变)。

12 讨论

12.1 我们的建议对马拉人的影响的主观分析

我们的政策建议对马拉人的影响是通过报复性杀戮的发生率来建模的。政策建议 4 是增加对博马力量的投资,这将导致报复性杀戮的发生率下降,从而减少马拉人的牛损失。这间接模拟了对马拉人投资的收益,因为

对博马的投资隐含地被建模为总投资的一部分。然而,这并不能完全反映我们的政策建议对它们的影响。例如,对马拉河的部分投资可以很容易地转移到更高质量的水、更好的教育和炉灶和太阳能计划上。虽然这会导致博马强度的增加较少,但总体估计的社会效益会更高。因此,对马拉河的总体影响可能比建模的更为显著。

12.2 我们建议的经济影响的主观分析

在分析当地经济时,我们需要考虑两个因素,即政策对旅游业的影响和对当地经济的直接投资政策。旅游业是马赛马拉周边地区的主要经济驱动力,也是分析生态系统变化时需要考虑的重要参数 [10]。旅游业衰退对人类的影响是巨大的,不仅当地经济因其主要产业的衰退而受到损害,而且整个肯尼亚的国民经济也受到损害。在 COVID-19 大流行期间,我们观察并量化了这种对人类的影响,在分析旅游业和环境之间复杂的平衡时,我们考虑到了其后果 [18]。我们在第 8.4 节中主观建议的政策均未概述会直接增加马赛马拉对游客吸引力的投资,但我们建议的变化包括显着增加 0,根据我们的假设和模型,这将对旅游业产生次要影响。我们概述的五项主要政策中有两项是对当地人口和当地经济的投资。与投资旅游业相比,直接投资基础设施是振兴当地经济的更有保障的方法。此外,投资反偷猎基础设施还可以通过利用当地劳动力甚至当地材料来增强当地经济。政策要点 4.b) 和 2.c) 相辅相成,因为 4.b) 促进了当地建筑业的发展,而 2.c) 投资于需要建设的基础设施。

13 结论

根据我们的模型,我们提议的预算为 3.79 亿肯尼亚先令,比 2019 – 2020 财年分配给保护区的预算增加 46%。这是通过理性手段得出的,但需要大量的主观分析。根据我们对该预算分配的优化,从长远来看,这项投资将使猎物数量增加 24%,捕食者数量增加 78%,环境退化减少 19%,报复性杀戮减少 97%,偷猎率降低 50%,旅游率提高 7.5%。有了这一模型,我们预计肯尼亚旅游和野生动物委员会将能够优化资金使用,确保保护区的长期健康,并让游客世世代代都能享受它的美丽。

14 附录

代码可以在这里查看。

肯尼亚旅游和野生动物委员会第 15 份报告

马赛马拉是世界上最具标志性的野生动物管理区之一。在对保护区的历史发展和当前问题进行长期分析后,我们开发了一个数学模型,模拟马赛马拉周围的动物、环境和人类活动。更具体地说,我们分析了捕食者、猎物、偷猎者、游客、马赛人和环境退化之间的相互作用。这让我们了解到一些关键的见解,即投资不同的政策如何影响马赛马拉生态系统和整个经济,并制定政策建议来保护这个独特的环境。

15.1 预算分配

我们建议每年向马赛马拉投资约 3.8 亿肯尼亚先令。我们认识到,这一数字比目前的年度投资增加了 46%,但我们相信,由于游客数量的增加和马赛人口经济活动的增加,我们将获得回报。如果要减少预算,我们建议从所有建议的领域中平等减少同等比例的预算。

以5·是以及到门里。他以及此:5/15 10日70至70 4									
Areas	Tourism Promotion	Environment	Anti-pollution	Anti-poaching					
Cost (KSh)	100k	87.1m	100k	271m					
Areas	Anti-poaching infrastructure	Maasai People	Local Economy						
Cost (KSh)	87.1m	11.9m	9.50m						

表 5:建议投资的行业。总投资额:~3.79 亿肯尼亚先令

15.2 政策建议

根据预算分配建议,我们制定了一套政策和管理建议,供委员会审议。这些建议根据每个领域的资金可用性按优先级排序。可以实施所有或部分政策,也可以实施其他政策,因为最重要的考虑因素是每个领域的预算分配。我们将五个最重要的投资领域从1到5进行了排序。

1. 将旅游收入用干反偷猎执法

- (a) 将部分旅游收入用于购买反偷猎设备。
- (b) 为反偷猎队伍的培训和部署开展大规模捐款活动,并在旅游区进行宣传。(c) 要求保护区内的旅游机构向反偷猎队伍提供其住宿周围区域的闭路电视录像。

2. 反偷猎执法基础设施的基础投资

(a)增加对护林员拦截偷猎者的交通基础设施的投资,包括在道路和飞机跑道上铺设碎石。(b)为护林员设立专门的反偷猎实践培训计划。

(c) 在保护区附近建立专门为反偷猎者提供的住所。

3. 环境基线投资

- (a) 增加对环境保护基础设施的投资,包括水坝、太阳能电池板和马赛炉灶和太阳能计划
- 。(b) 激励旅游机构开发生态友好型基础设施。

4. 对当地人口的投资

(a)直接资助识别和加强最容易受到掠食者的破坏的畜栏。(b)推广露天市场,让家庭能够更好地获得高质量的建筑材料。(c)投资现有的马赛炉灶和太阳能计划。

5. 对当地经济的投资

(a)通过基础设施、品牌建设和投资者发展激励政策,规划将纳罗克镇改造成度假城市。(b)为该地区的技术专业人员开设职业学校和学徒计划。(c)通过文化节强调保护区的国家重要性。

15.3 预测效应

委员会应该注意到,数学模型本身就存在一些不确定性。然而,根据我们模型的预测,按照提议的预算,保护区内的稳定动物种群将增加约25%,环境退化将减少约20%,报复性杀戮几乎完全消除,偷猎率将降低一半,最重要的是,年均预期游客数量将增加7.5%。

15.4 潜在的限制

委员会应该意识到我们的数学模型的潜在局限性。我们对动物种群数量的预测没有区分动物物种之间的差异,也没有特别强调物种数量,因此任何政策建议都应考虑其对生态系统多样性的影响。此外,虽然我们的模型考虑到了马赛人的一些需求,但他们的人口增长并未包括在模型中,因此在分析我们的政策建议时,必须考虑对马赛人的长期影响。最后,委员会需要考虑的是,我们的模型预测了马赛马拉的长期发展情况,因此委员会必须认识到任何被忽视的潜在短期障碍。

参考

- [1] Invasive species, national parks, and you (u.s. national park service).
- [2] Wildebeest: National geographic。访问日期: 2023-02-19。
- [3] Tourism development as a threat to the great masai mara ecosystem, 2017年9月。
- [4] Serengeti wildebeest population regulation, 2018年7月。
- [5] R. H. Byrd、P. Lu、J. Nocedal 和 C. Zhu, A limited memory algorithm for bound constrained optimization, SIAM Journal on Scientific Computing, 16 (1995年),第 1190-1208页。[6] R. Ca sagrandi 和 S. Rinaldi, A theoretical approach to tourism sustainability, Conservation Ecology, 6 (2002年),第 15 页。访问时间:2023-02-19。[7] I. Dennis 和 P. Craig, Ritual vs. retaliatory killing of african lions in the ngorongoro conservation area, Endangered Species

Ritual vs. retaliatory killing of african lions in the ngorongoro conservation area, Endangered Species Research, 6,第67-74页。访问时间:2023-02-19。[8] K. Higginbottom,

Wildlife Tourism: Impacts, Management and Planning, Common Ground Publishing, Pty. Ltd., 2004年。

- [9] M.H. Holden 和 J. Lockyer, *Poacher-population dynamics when legal trade of naturally deceased organisms funds anti-poaching enforcement*,理论生物学杂志,517(2021),第110618页。
- [10] L. Juma、I. Bakos 博士和 A. Khademi-Vidra, Nature interpretation and visitor management objectives: A survey of tourist attitudes at maasai mara national reserve, kenya, 可持续发展, 12 (20 20)。
- [11] E. Kaslik 和 M. Neamtu , Dynamics of a tourism sustainability model with distributed delay , 混沌、孤子与分形 , 133 (2020) , 第 109610 页。访问日期:2023-02-19。
- [12] F. Mansal、T. Nguyen-Huu、P. Auger 和 M. Balde, A mathematical model of a fishery with variable market price: Sustainable fishery/over-exploitation, 生物理论学报, 62 (2014),第 305 323页。访问时间: 2023-02-19。
- [13] N. Page, Wildebeest migration.
- [14] Parks, Wildebeest, (2023)。访问日期: 2023-02-19。
- [15] J. C. Polking、A. Boggess 和 D. Arnold, *Differential equations with boundary value problems*, P earson,第2版,2018年。
- [16] S. T. D.、S. N.、N. C. L. 和 M. O. D.,

Optimal control of a threatened wildebeest-lion prey-predator system in the serengeti ecosystem。访问日期 到 202-A 1. 和 M. S., A theoretical approach to tourism sustainability,《生态建模》,251(2013年),第103-113页。访问时间:2023-02-19。[18] K. Wanjala,

The economic impact assessment of the novel coronavirus on tourism and trade in kenya: Lessons from preceding epidemics,《金融与经济评论》,2(2020年),第1-10页。[19] A. v. Zandbergen, Masai mara vs serengeti — which park should you choose? — safaribookings。