

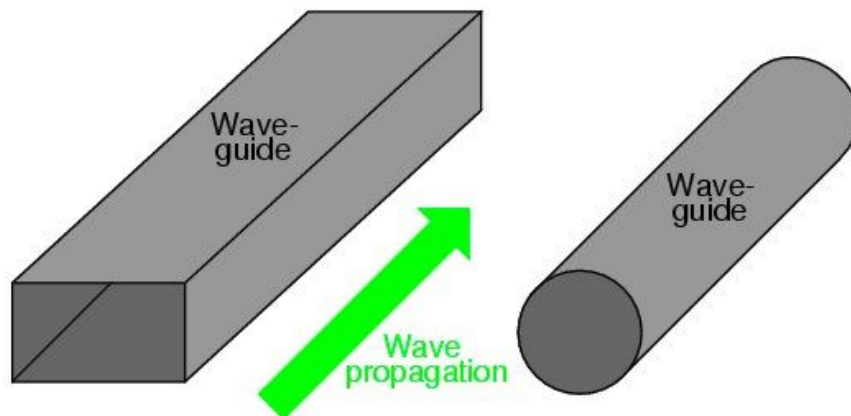
# Guias de Onda - Implementação em python

Hugo G. Soares Fontes  
hugo.soares@lais.huol.ufrn.br

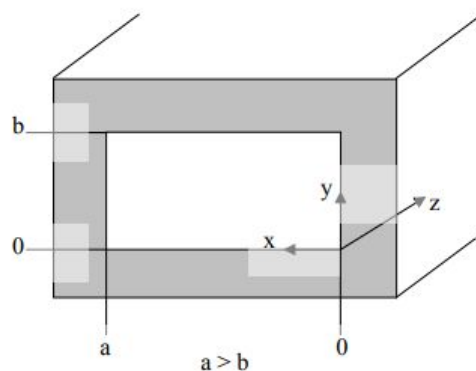
*Eletromagnetismo Aplicado - Dr. Adaildo*

## 1. INTRODUÇÃO

De modo geral, os guias de ondas são estruturas metálicas ocas, normalmente com seção transversal constante, preenchidas com um dielétrico (comumente o ar ou um gás inerte) [2]. A seção transversal de um guia é na maioria das vezes retangular ou circular, ou ainda elíptica. Esse formato também é usado para classificar um guia e interfere diretamente nas equações que regem a propagação da onda guiada.



Geralmente os guias de onda são utilizados na faixa de microondas, desde a transmissão de energia até a fabricação de vários dispositivos, como chaves, filtros, atenuadores, acopladores etc [2]. Um guia retangular padrão é caracterizado pela relação entre  $a$  e  $b$ , onde  $a = 2b$ . Mesmo que o guia não seja padrão, a dimensão  $a$  como mostrado na imagem abaixo, deve ser maior que a dimensão  $b$ .



## 2. REVISÃO TEÓRICA

### 2.1. Vantagens dos guias de onda

Na transmissão de microondas, os guias são forte alternativa em relação às linhas de transmissão, além de ser muito utilizado na transmissão e trato de ondas eletromagnéticas de potência elevada. Isso ocorre devido a menor atenuação, menor perda por unidade de comprimento. Em contrapartida, eles são estruturas mais difíceis de serem construídas, bem como mais pesadas e volumosas.

### 2.2. Modos de propagação

Através das equações de Maxwell e das condições de contorno oriundas do guia (nesse caso, usamos a aproximação de um guia ideal onde as paredes são condutores perfeitos, de modo a fazer com que a componente tangencial de  $E$  da onda se anule nessas superfícies). “Cada configuração espacial de campo que satisfaz as Condições de Contorno (CC) caracteriza um modo de propagação possível no guia considerado. (PISSOLATO FILHO, 2017)”

As equações de onda, com dependência temporal, para os campos elétricos e magnéticos são, respectivamente:

$$\nabla^2 \bar{E} = -\omega^2 \mu \epsilon \bar{E} \quad (1)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = -\omega^2 \mu \epsilon \bar{H} \quad (2)$$

No interior do guia, como não existem cargas nem corrente, as equações de Maxwell se resumem a:

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega \epsilon \bar{E} \quad (3)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \mu \bar{H} \quad (4)$$

A partir dessas equações, pode-se escrever primeiramente as equações de Helmholtz, pode-se escrever as seguintes equações escalares satisfeitas pelas componentes dos campos elétricos e magnéticos, escritas em função das componentes de maior interesse (as componentes longitudinais  $E_z$  e  $H_z$ ):

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \gamma^2 E_z = -\omega^2 \mu \epsilon E_z \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \gamma^2 H_z = -\omega^2 \mu \epsilon H_z \quad (6)$$

Nessas estruturas, a propagação de uma onda é guiada e pode ocorrer de dois modos. Supondo que a onda se propague na direção z, então o modo Transversal Elétrico (TE) ocorre quando a componente z do campo elétrico (E) é igual a 0 e a componente z do campo magnético (H) é diferente de zero, ocorrendo o contrário no modo de propagação Transversal Magnético (TM). Não ocorre propagação da onda guiada no Modo Transversal Eletromagnético.

### MODO TRANSVERSAL MAGNÉTICO

Assim, para o modo TM, como  $E_z = 0$ , tem-se as seguintes conseqüentes condições de contorno:

$$E_z = 0 \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} x=0, a \quad \text{e} \quad 0 < y < b \\ y=0, b \quad \text{e} \quad 0 < x < a \end{array}$$

Que podem ser aplicadas a seguinte equação, resultante de um processo de separação de variáveis na equação 5:

$$E_z(x, y, z) = [C_1 \cos(h_x x) + C_2 \sin(h_x x)][C_3 \cos(h_y y) + C_4 \sin(h_y y)]e^{-\gamma z} \quad (7)$$

Resultando em:

$$E_z(x, y, z, t) = C_2 C_4 \sin(h_x x) \cdot \sin(h_y y) \cdot e^{-\gamma z} \cdot e^{j\omega t}$$

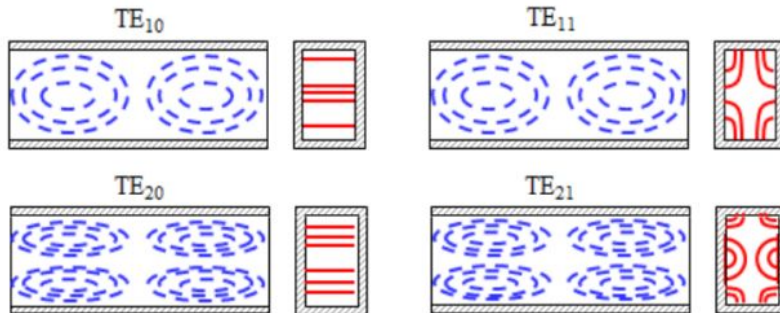
$$m = 1, 2, 3, \dots ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Obtendo-se:

$$\gamma = j\beta = j\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Abaixo podem ser vistos graficamente modos de propagação TM em relação ao campo elétrico (vermelho) e magnético (azul):



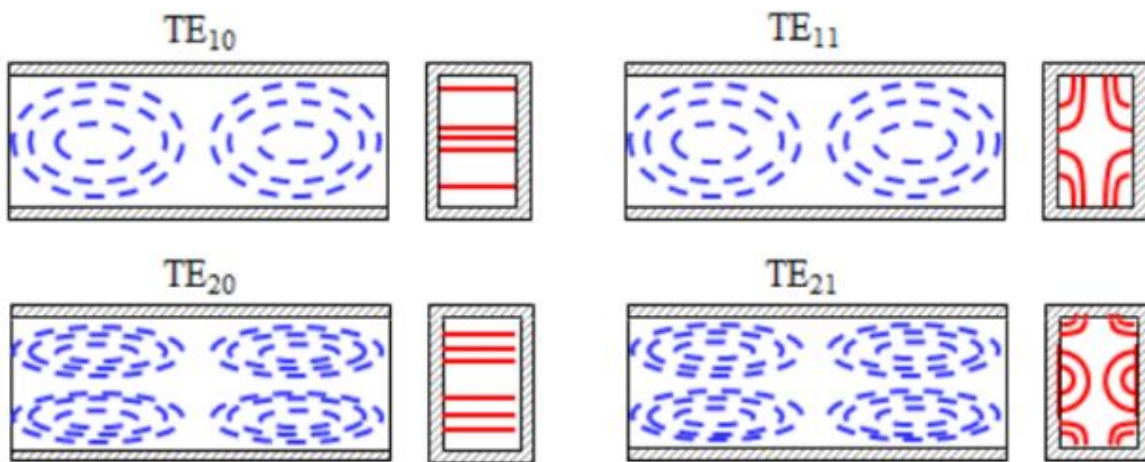
## MODOS TRANSVERSAL ELÉTRICO

O mesmo processo de separação de variáveis usado para o modo TM, a partir da equação 5, pode ser usado no modo TE a partir da equação 6 com as seguintes condições de contorno:

$$\hat{a}_n \cdot \vec{H} = H_n = 0 \quad \text{para } x=0, a \text{ e } 0 \leq y \leq b \\ y=0, b \text{ e } 0 \leq x \leq a$$

Resultando na mesma expressão para a constante de propagação encontrada para o modo transversal magnético. Porém, no modo TM,  $m = 0$  ou  $n = 0$  não eram permitidos, de modo que no modo TE  $m$  e  $n$  podem ser zeros separadamente, porém não ambos.

Abaixo podem ser vistos graficamente modos de propagação TE em relação ao campo elétrico (vermelho) e magnético (azul):



## MODOS HÍBRIDOS

Se os modos TE e TM, em algum caso, isoladamente não satisfizerem as condições de contorno, uma combinação linear dos dois modos, ou seja  $H_z$  e  $E_z$  diferentes de 0, resultará na solução geral e completa. Quando isso ocorre, diz-se que tem-se um modo híbrido (HE ou TE).

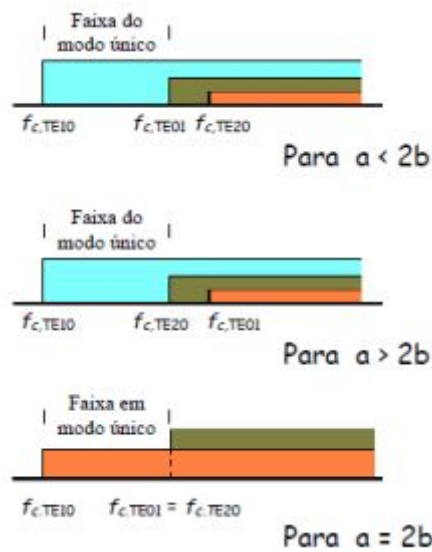
### 2.3. Frequência de corte e Condição de propagação

Com base na equação 9 encontrada acima, referente a constante de propagação no guia retangular, percebe-se que ela está associada a uma frequência de corte, ou seja, uma frequência mínima que um sinal deve ter para se propagar no guia. Dependendo do modo de propagação, algumas condições estão associadas. Abaixo segue a equação 10 referente a frequência de corte, que é a mesma para os dois modos, porém com condições distintas (considerando-se a permissividade e permeabilidade do ar):

$$f_{c,TM} = f_{c,TE} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (10)$$

#### 2.4. Modo dominante

Modo dominante corresponde aquele que possui a menor frequência de corte, ou seja, o modo TE<sub>10</sub>. o Intervalo frequencial limitado por ele e pelo segundo modo de frequência mais baixa (TE<sub>01</sub> ou TE<sub>20</sub>) é chamado de faixa de modo único, pois nesse intervalo apenas o modo dominante se propaga.



Através da imagem acima, percebe-se claramente a faixa de modo único, bem como o fato do modo TE<sub>10</sub> ser o modo dominante. Para ele, a equação 10 se resume a:

$$f_{c,TE_{10}} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (11)$$

#### 2.5. Propagação simultânea de vários modos

Caso sejam utilizados vários modos (multimodo) simultaneamente para a propagação de um sinal na mesma frequência pode ocorrer uma distorção no sinal de saída devido a diferença das velocidades de propagação, isso também chamado de dispersão intermodal. Uma dispersão cromática ocorre quando o sinal é multifrequencial, ou seja, os modos se propagam em frequências diferentes [2].

## ANÁLISE NUMÉRICA E RESULTADOS

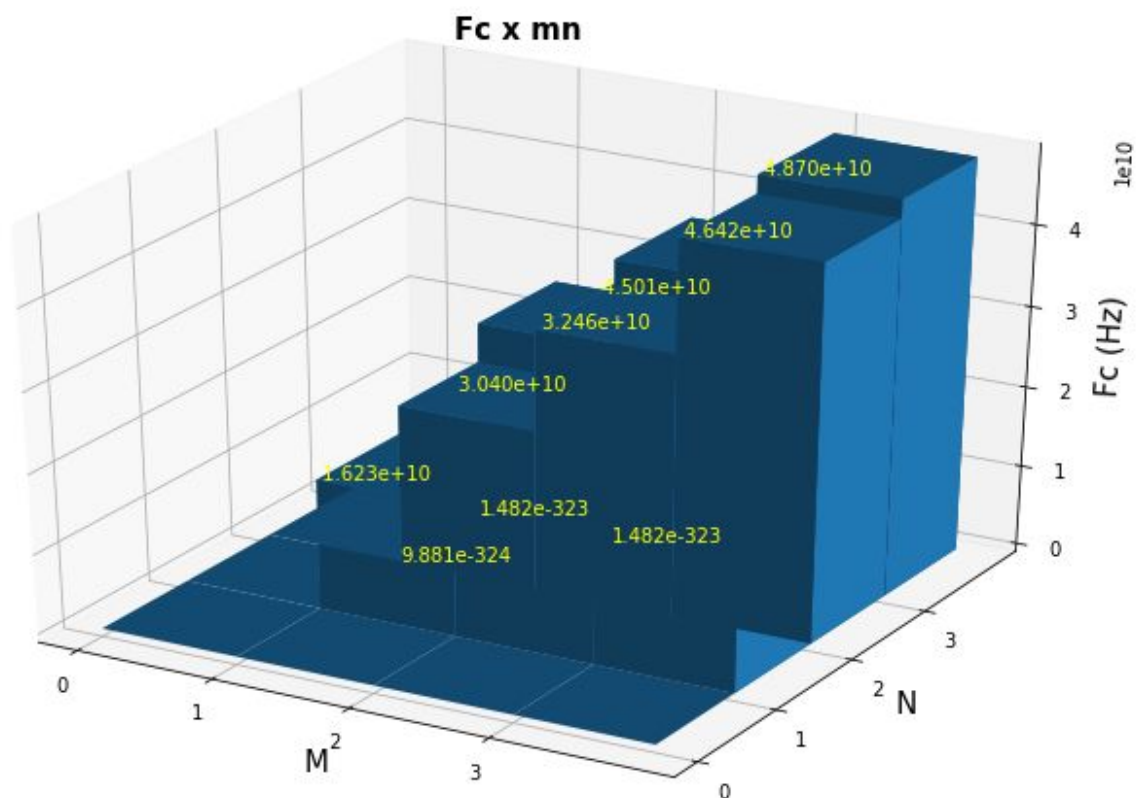
Através da análise teórica realizada acima, implementou-se 3 classes em Python para representar os guias de onda e resolver questões numéricas de maneira automatizada. As questões propostas para esse trabalho, bem como os resultados gráficos e matemáticos encontrados podem ser visualizados no link a seguir: <https://github.com/HugoSoaresFontes/Waveguides/blob/master/tutorial.ipynb>

As 3 classes implementadas foram:

- **Waveguide:** a classe “mãe”, com métodos comuns a guias retangulares e circulares. Esses métodos são: setar permissividade e permeabilidade do meio dielétrico do guia, calcular velocidade de propagação da onda no guia, calcular impedância, calcular velocidades de grupo e de fase, calcular e setar comprimento de onda.
- **RectangularWaveguide:** a classe relacionada aos guias de onda retangulares, herda da classe Waveguide. Ela deve receber como parâmetros para o método construtor a dimensão  $a$  ou  $b$  ou ambas. Caso apenas uma delas seja passada, a classe infere que o guia é padrão. Além disso, ela pode receber como parâmetro o modo de propagação (TE ou TM), caso esse argumento não seja passado, infere-se que o modo é TE.
- **CircularWaveguide:** a classe relacionada aos guias de onda circulares, herda da classe Waveguide. Ela deve receber como parâmetro o raio da seção transversal e pode receber como parâmetro o modo de propagação (TE ou TM), caso esse argumento não seja passado, infere-se que o modo é TE.

Através dessas classes, podemos calcular os modos de menor propagação em um guia, seja ele TE ou TM, como poder ser visto abaixo (modo TM,  $a = 22,8$  mm e  $b = 10,01$  mm):

m \ n	0	1	2	3
0	nan Hz	nan Hz	nan Hz	nan Hz
1	nan Hz	1.623e+10 Hz	3.040e+10 Hz	4.501e+10 Hz
2	nan Hz	1.983e+10 Hz	3.246e+10 Hz	4.642e+10 Hz
3	nan Hz	2.468e+10 Hz	3.564e+10 Hz	4.870e+10 Hz



Também pode-se verificar numericamente e graficamente quais modos podem ser propagados dado as dimensões do guia e a frequência do sinal transmitido ( $a = 3\text{cm}$  e  $f = 10\text{GHz}$ ).

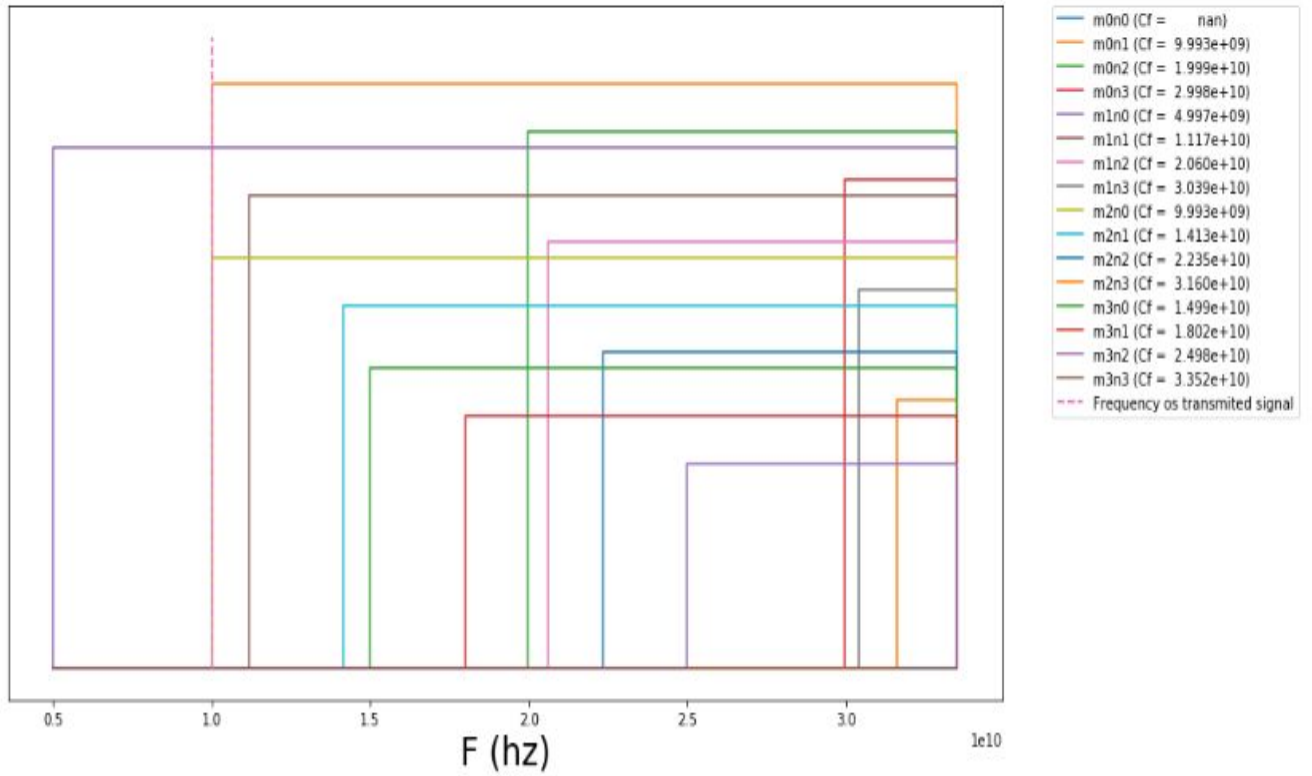
Number of possible modes: 3

Modes:

mode: m0n1 cutoff frequency: 9.993e+09

mode: m1n0 cutoff frequency: 4.997e+09

mode: m2n0 cutoff frequency: 9.993e+09





## CONCLUSÃO

Desenvolveu-se um algoritmo bastante completo para o cálculo das propriedades do sinal transmitido em guia de onda (impedância de onda, velocidades de fase, grupo e de onda, comprimento de corte etc). Além disso, implementou-se de maneira satisfatória uma visualização gráfica condizente com a necessidade de compreensão dos resultados de cada questão. Portanto, como o algoritmo foi implementado em classes com métodos bem definidos, ele pode ser reutilizados em vários trabalhos futuros, como no desenvolvimento de um *software* completo de análise de propagação de ondas.

## REFERÊNCIAS

- [1] BLATTENBERGER, Kirt (Ed.). **Rectangular & Circular Waveguide: Equations, Fields, & fco Calculator.** Disponível em: <<http://www.rfcafe.com/references/electrical/waveguide.htm>> Acesso em: 20 nov. 2017.
- [2] CARVALHO, Maria Inês Barbosa de. **GUIAS DE ONDA: Electrotecnia Teórica.** Porto: Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, 2005. 91 p. Disponível em: <<https://paginas.fe.up.pt/~mines/OE/Guias.pdf>> Acesso em: 20 nov. 2017.
- [3] PISSOLATO FILHO, José. **Ondas Guiadas.** Disponível em: <[http://www.dsce.fee.unicamp.br/~pisso/ee754/Apostila Ondas Guiadas.pdf](http://www.dsce.fee.unicamp.br/~pisso/ee754/Apostila%20Ondas%20Guiadas.pdf)>. Acesso em: 20 nov. 2017.