PROGRAMA RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO - SEDUC

GOVERNO DO PIAUÍ
AQUI TEM TRABALHO. AQUI TEM FUTURO.

2ª SÉRIE
ENSINO MÉDIO

1º MATERIAL ESTRUTURADO

MATEMÁTICA

Estudante

2024

Prezado(a) estudante,

Este material retoma o estudo das frações e está previsto para ser usado em duas semanas. Sua estrutura é formada por um **total de 5 lições**, sendo que **as três primeiras devem ser estudadas na primeira semana**, e **as duas últimas devem ser estudadas na segunda semana**.

Lição 1

Esta lição tem por objetivo introduzir frações unitárias a partir de modelos visuais contínuos, tais como “discos”, “retângulos”, “hexágonos” e “segmentos”, fazendo uso de expressões verbais como, por exemplo, “metade de...”, “um terço de...”, “a terça parte de...”, “um quarto de...”, para indicar essas frações. A expressão “fração unitária” nomeia cada uma das partes da divisão de uma unidade em partes iguais

Começando a falar sobre frações

EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Três amigos vão repartir uma barra de chocolate. Um deles sugere a seguinte divisão:

a) Você concorda com essa divisão? Explique.

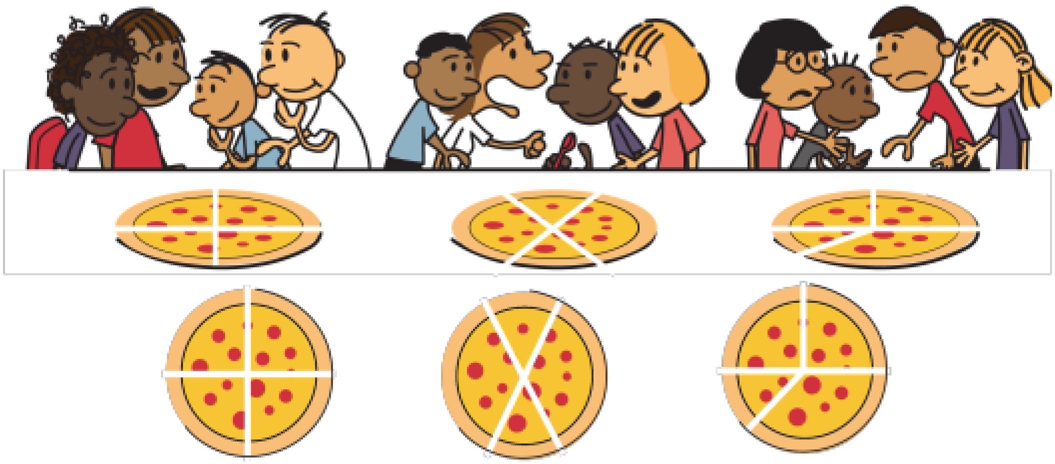
b) Com essa divisão, os três amigos receberão a mesma quantidade de chocolate?

c) Use a imagem a seguir para mostrar uma divisão da barra de chocolate que permita que os 3 amigos recebam quantidades iguais de chocolate.

d) Considerando a divisão da barra de chocolate em 3 partes iguais, como você nomearia a quantidade de chocolate que cada amigo receberia?

Atividade 2:

Três pizzas inteiras, de mesmo tamanho, foram repartidas entre as crianças de uma turma. Para isso, a turma foi dividida em três grupos com quatro crianças cada. Veja como cada grupo repartiu a sua pizza.



a) Cada um dos três grupos repartiu a sua pizza na mesma quantidade de fatias que os outros grupos?

b) Dessa maneira, todas as crianças da turma receberam a mesma quantidade de pizza?

c) Em algum dos grupos, as 4 crianças receberam a mesma quantidade de pizza? Se sim, em qual? Considerando a pizza inteira, como você nomearia cada uma das fatias de pizza desse grupo?

ORGANIZANDO AS IDEIAS

Nas atividades anteriores, as quantidades registradas exigiram a partição de uma unidade. Por exemplo, para obter um terço de uma barra de chocolate foi necessário partir a barra de chocolate. Já para obter um quarto de pizza, foi necessário partir a pizza. Outros exemplos aparecem no dia a dia: "comprei meio metro de tecido" ou "gastei um terço da minha borracha".

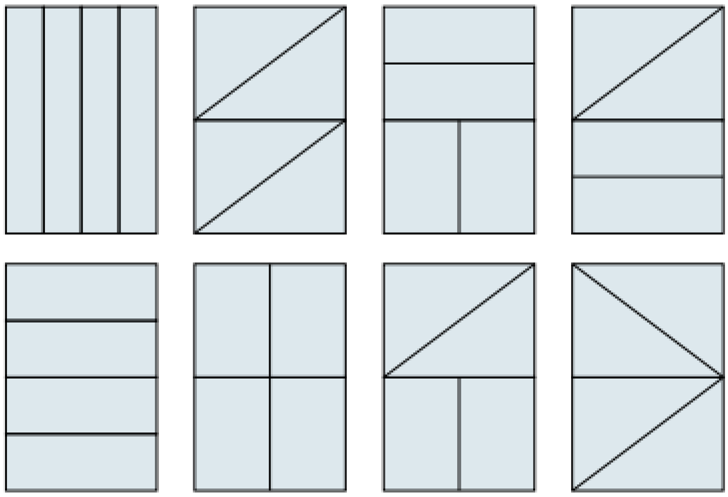
A barra de chocolate e a pizza foram partidos em partes com quantidades iguais. Em cada um dos casos, o que foi repartido é chamado unidade. Cada uma das partes em que essas unidades foram repartidas igualmente é uma fração da unidade. Assim, por exemplo, um quarto de uma pizza é uma fração da pizza e a pizza é unidade. Se a unidade for um pedaço de barbante, um quarto do pedaço de barbante será uma fração do pedaço de barbante.

O nome dado à fração da unidade depende da quantidade de partes em que a unidade é dividida. Ao dividir uma unidade qualquer em duas partes iguais, ou ao meio, cada uma das partes é chamada de *um meio* ou *a metade* da unidade.

MÃO NA MASSA

Atividade 3

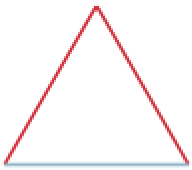
a) Quais dos oito retângulos a seguir foram repartidos em quartos?

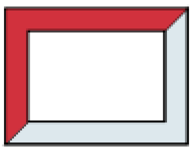


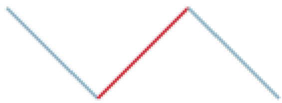
b) Desenhe um retângulo e faça uma partição desse retângulo em quatro partes que não sejam todas quartos.

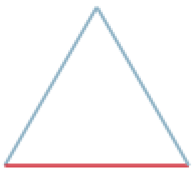
Atividade 4

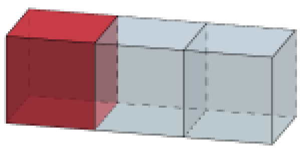
Em cinco das figuras a seguir, a parte em vermelho é um terço da figura. Identifique essas figuras.

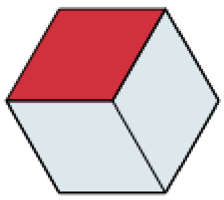
a) 

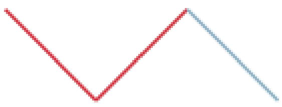
b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

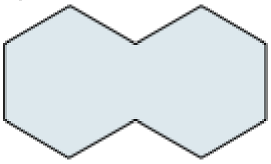
g) 

h) 

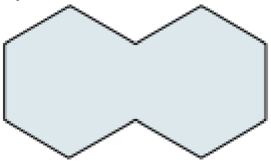
i) 

Atividade 5

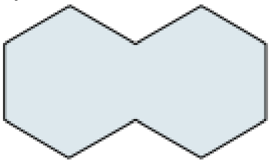
a) Pinte metade da figura.



b) Pinte metade da figura de forma diferente da do item anterior.

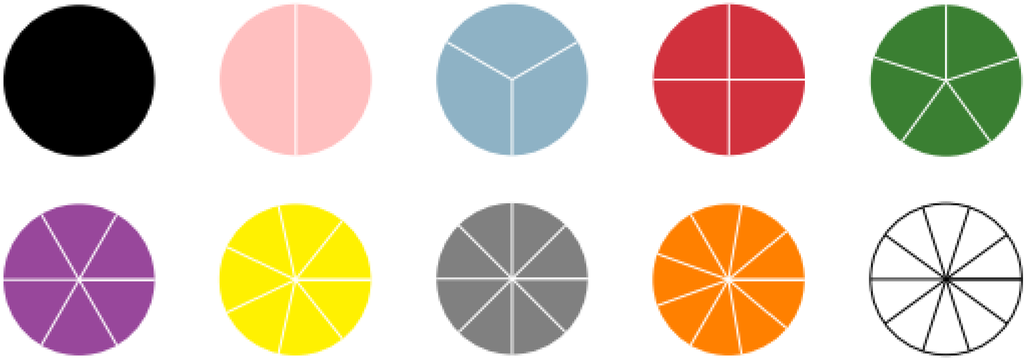


c) Pinte a metade da figura de forma diferente das dos dois itens anteriores.



Atividade 6

Observe os Círculos e responda:



a) Qual é a cor da peça que é igual a um terço do círculo preto?

b) Qual é a cor da peça que é igual a um quarto do círculo preto?

c) Qual é a cor da peça que é igual a um sétimo do círculo preto?

d) Qual é a cor da peça que é igual a um nono do círculo preto?

e) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor roxa?

f) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor cinza?

g) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor branca?

h) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor rosa?

i) Qual fração do círculo preto é maior, um terço ou um sétimo? Explique a sua resposta.

j) Qual fração do círculo preto é menor, um nono ou um quarto? Explique a sua resposta.

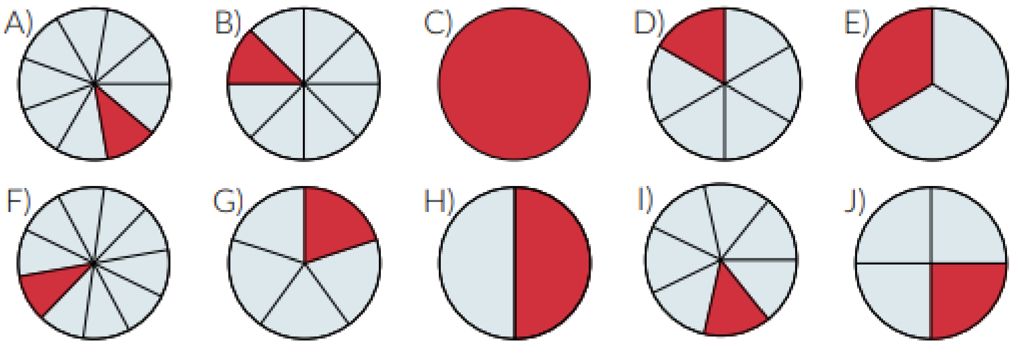
k) Qual fração do círculo preto é menor, um quinto ou um sétimo? Explique a sua resposta.

l) Qual fração do círculo preto é maior, um oitavo ou um quarto? Explique a sua resposta.

m) Qual fração do círculo preto é maior, um sexto ou um sétimo? Explique a sua resposta.

Atividade 7

Nas figuras a seguir, um mesmo círculo azul aparece diferentemente dividido em regiões iguais e colorido em vermelho.



a) Complete as sentenças a seguir identificando os círculos que as tornam verdadeiras.
I) A parte do círculo colorida em vermelho na figura ____ é um quinto do círculo.

II) A parte do círculo colorida em vermelho na figura ____ é a sexta parte do círculo.

III) A parte do círculo colorida em vermelho na figura ____ é um sétimo do círculo.

IV) A parte do círculo colorida em vermelho na figura ____ é um oitavo do círculo.

V) A parte do círculo colorida em vermelho na figura ____ é a nona parte do círculo.

VI) A parte do círculo colorida em vermelho na figura ____ é um décimo do círculo.

b) Dentre as frações do círculo destacadas em vermelho, identifique uma que seja menor do que um sexto do círculo.

c) Dentre as frações do círculo destacadas em vermelho, identifique uma que seja maior do que um nono do círculo.

d) Identifique uma fração do círculo que seja menor do que um sexto e maior do que um nono do círculo.

PROGRAMA RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO - SEDUC

GOVERNO DO PIAUÍ

AQUI TEM TRABALHO. AQUI TEM FUTURO.

Lição 2

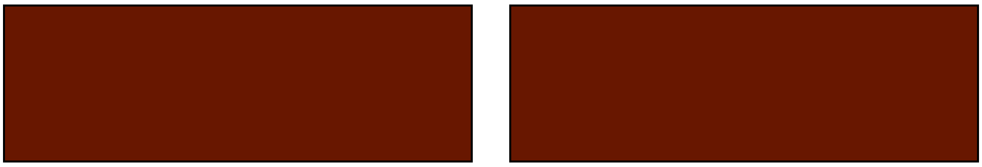
Nesta lição, serão estudadas as frações com numeradores diferentes de 1, tanto as próprias (caso em que o numerador é menor do que ou igual ao denominador) como as impróprias (caso em que o numerador é maior do que o denominador). Também serão abordadas a notação simbólica de frações e a comparação entre frações de mesmo denominador

Multiplicando a fração da unidade

EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

O pai de Ana, Beatriz e Clara trouxe duas barras de chocolate para serem repartidas entre elas.



Ana propôs que cada barra fosse dividida em três partes iguais e que cada irmã ficasse com duas dessas partes.

a) Na divisão de cada uma das barras de chocolate em três partes iguais, cada parte é que fração de uma barra de chocolate?

b) Você concorda com a divisão que Ana sugeriu? Explique.

c) Com essa divisão, as três irmãs receberiam a mesma quantidade de chocolate?

d) Na divisão proposta por Ana, como você nomearia, usando fração de uma barra de chocolate, a quantidade de chocolate que cada irmã receberia?

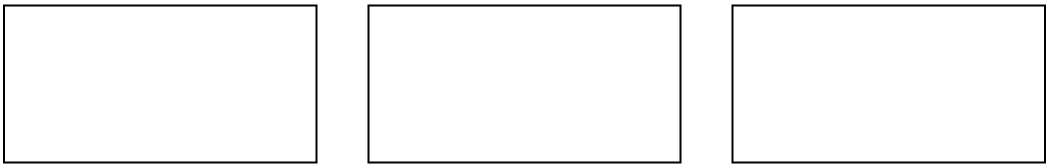
Ana não quer o chocolate e decidiu dar a quantidade de chocolate que recebeu na divisão das barras para as suas irmãs.

e) Se Ana desse metade da quantidade de chocolate que recebeu para cada uma de suas irmãs, que quantidade de chocolate Beatriz e Clara passariam a ter? Como você nomearia, usando frações, essas quantidades?

f) E se Ana desse toda a quantidade de chocolate que recebeu para Beatriz, que quantidade de chocolate Beatriz passaria a ter? Como você nomearia, usando frações, essa quantidade?

Atividade 2

Um grupo de cinco amigos (Amarildo, Beto, Carlos, Davi e Edilson) encomendou três tortas salgadas para uma comemoração.



a) Como dividir as três tortas de modo que cada amigo receba a mesma quantidade de torta? Faça um desenho no seu caderno mostrando sua proposta de divisão. Indique qual parte é de qual amigo!

b) Considerando-se uma torta como unidade, como você nomearia, usando frações, a quantidade de torta que:

I) Amarildo recebeu?

II) Amarildo e Beto receberam juntos?

III) Amarildo, Beto e Carlos receberam juntos?

IV) Amarildo, Beto, Carlos e Davi receberam juntos?

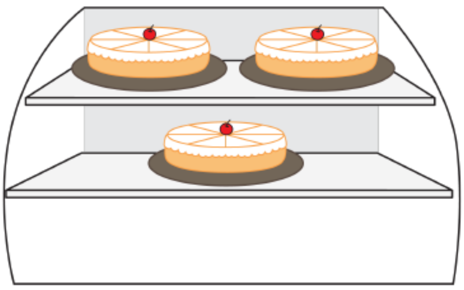
V) Amarildo, Beto, Carlos, Davi e Edilson receberam juntos?

c) A quantidade de torta que cada amigo recebeu é menor do que um quinto de torta? E do que dois quintos de torta? Explique sua resposta.

d) A quantidade de torta que cada amigo recebeu é maior do que três quintos de torta? E do que quatro quintos de torta? Explique sua resposta.

Atividade 3

Para a sobremesa do almoço de domingo, papai passou em uma confeitaria que vende tortas divididas igualmente em 8 fatias, como na figura abaixo.



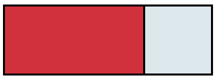
a) Que fração de uma torta é uma fatia? Explique.
b) Domingo papai comprou 4 fatias, quantos oitavos de uma torta havia para a sobremesa?

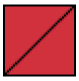
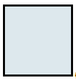
c) Na pergunta anterior, apresente outra fração que represente a quantidade de torta que papai comprou. Explique sua resposta.

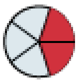
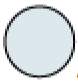
d) Hoje papai comprou 10 fatias de torta. Como podemos representar essa quantidade de torta em termos de frações **de uma torta**? Lembre-se que oito fatias formam uma torta inteira.

Atividade 4

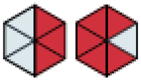
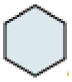
Complete as afirmações com uma das frações: “dois meios”, “dois terços”, “dois quintos”, “três quartos”, “oito sextos” e “nove meios”, para que sejam verdadeiras.

a) A parte pintada de vermelho em  é _________ de .

b) A parte pintada de vermelho em  é ________ de .

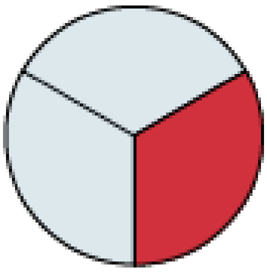
c) A parte pintada de vermelho em  é ________ de .

d) A parte pintada de vermelho em  é ______ de .

e) A parte pintada de vermelho em  é _______ de .

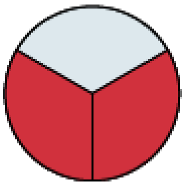
ORGANIZANDO AS IDEIAS

Se uma torta está dividida em três partes iguais, a torta fica separada em três terços. Assim, como visto na historinha do início da lição, tanto faz escrever: “$\frac{1}{3}$ da torta” ou “um terço da torta” para se referir à fatia destacada na figura.

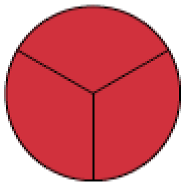


$\frac{1}{3}$ da torta

Duas fatias são “dois terços da torta”, o que pode ser expresso simplesmente por “ $\frac{2}{3}$ da torta”. Deste modo, “três terços da torta” é uma torta inteira.

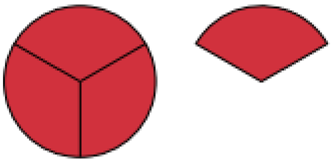


$\frac{2}{3}$ da torta

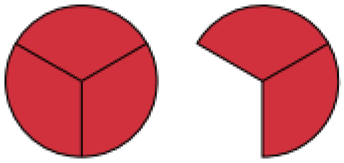


$\frac{3}{3}$ da torta

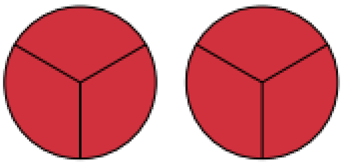
Também pode-se considerar quatro terços, cinco terços ou seis terços da torta, basta juntar novos terços à torta inteira.



$\frac{4}{3}$ da torta = 1 torta e $\frac{1}{3}$ da torta



$\frac{5}{3}$ da torta = 1 torta e $\frac{2}{3}$ da torta



$\frac{6}{3}$ da torta = 2 tortas

Se uma torta é repartida em três partes iguais, cada fatia é um terço da torta - ou, simplesmente, $\frac{1}{3}$ da torta. Juntando essas fatias, é possível se ter dois terços ($\frac{2}{3}$) e três terços ($\frac{3}{3}$) da torta. Com mais do que uma torta repartida em três partes iguais, pode-se obter quatro terços ($\frac{4}{3}$), cinco terços ($\frac{5}{3}$), seis terços ($\frac{6}{3}$) etc de torta. Na representação simbólica, as frações que registram essas quantidades têm o número 3 “abaixo” do traço de fração, e, por isso, são denominadas terços. O número que informa a parte da unidade que “dá nome” à fração é chamado de *denominador* da fração. Assim, nas frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{3}$, o 3 é o denominador, identificando “terços”.

Já o número que aparece “acima” do traço de fração informa quantos terços estão sendo considerados. Esse número é chamado de *numerador* da fração. Por exemplo, na fração $\frac{1}{3}$ o numerador é 1 e na fração $\frac{4}{3}$ o numerador é 4.

Essa mesma forma de nomear vale para outras frações, mesmo que o denominador seja diferente de 3:

Em $\frac{2}{5}$, por exemplo, o numerador é 2 e o denominador é 5. Lê-se *dois quintos*.

Em $\frac{10}{8}$, por exemplo, o numerador é 10 e o denominador é 8. Lê-se *dez oitavos*.

Como você pôde observar, a nomeação de uma fração depende fortemente do denominador da fração. Para ler a fração deve-se ler o **número** do numerador seguido do **nome que identifica a equipartição da unidade, e que está indicado no denominador**, nessa ordem. Veja:

$$\frac{1}{3} \rightarrow \text{um terço;} \quad \frac{2}{3} \rightarrow \text{dois terços;} \quad \frac{5}{3} \rightarrow \text{cinco terços;}$$

$$\frac{1}{8} \rightarrow \text{um oitavo;} \quad \frac{3}{8} \rightarrow \text{três oitavos;} \quad \frac{7}{8} \rightarrow \text{sete oitavos.}$$

Anote agora os nomes de algumas outras frações:

$$\frac{1}{2} \to \text{um meio;} \quad \frac{1}{3} \to \text{um terço;} \quad \frac{1}{4} \to \text{um quarto;}$$

$$\frac{1}{5} \to \text{um quinto;} \quad \frac{1}{6} \to \text{um sexto;} \quad \frac{1}{7} \to \text{um sétimo;}$$

$$\frac{1}{8} \to \text{um oitavo;} \quad \frac{1}{9} \to \text{um nono;} \quad \frac{1}{10} \to \text{um décimo.}$$

Para a fração $\frac{1}{11}$, fala-se um onze avos. Da mesma forma, são nomeadas frações cujo denominador é maior do que 11. Por exemplo:

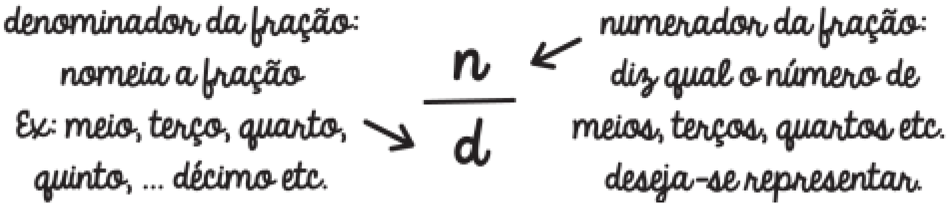
$$\frac{1}{12} \to \text{um doze avos;} \quad \frac{1}{13} \to \text{um treze avos;} \quad \frac{5}{13} \to \text{cinco treze avos.}$$

O importante é lembrar que, para denominadores maiores 11, acrescenta-se a expressão “avos” ao final da leitura da fração.

Contudo, para frações cujo denominador é uma potência de 10, usa-se outra formar de ler:

$$\frac{1}{100} \to \text{um centésimo;} \quad \frac{13}{100} \to \text{treze centésimos;} \quad \frac{33}{1000} \to \text{trinta e três milésimos.}$$

Pronto! Agora você já é capaz de ler diversos tipos de frações.



MÃO NA MASSA

Atividade 5

Uma pizza gigante foi dividida em doze fatias iguais. Pedro comeu quatro fatias, Isabella cinco fatias, Bernardo duas fatias e Manuela apenas uma fatia.

	Pedro	Isabella	Bernardo	Manuela
Pinte a fração de pizza consumida por cada pessoa				
Escreva, por extenso, a fração de pizza consumida por cada pessoa				
Escreva, usando notação simbólica matemática, a fração de pizza consumida por cada pessoa				

a) Na sua opinião, qual representação de fração “gasta menos lápis” para ser escrita: usando notação simbólica matemática, escrevendo por extenso ou pintando?

b) Na sua opinião, qual a representação que mais rapidamente ajuda a decidir quem comeu mais e quem comeu menos pizza?

Lição 3

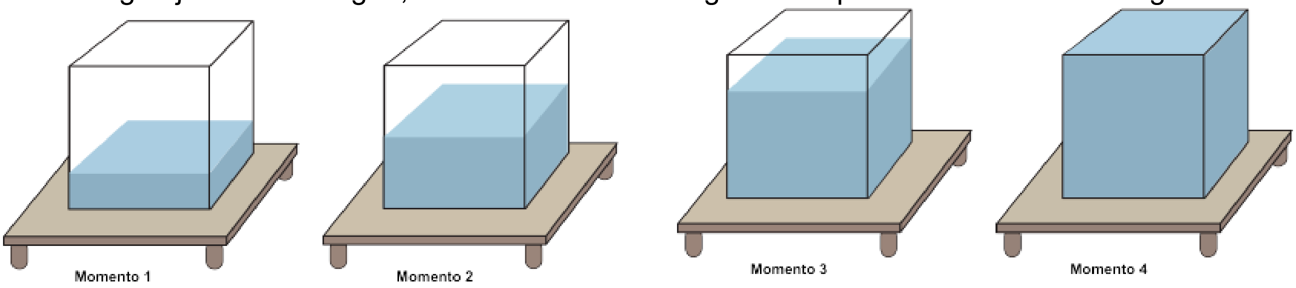
Esta lição retoma a reta numérica como uma representação organizada para os números. Objetiva-se a inclusão das frações nessa representação. Assim, espera-se do aluno maior abstração: agora a fração não é mais apenas "fração da unidade" mas também quantidade, um número. Espera-se ainda que os alunos reconheçam a evidência da ordem na reta numérica.

Frações na reta numérica

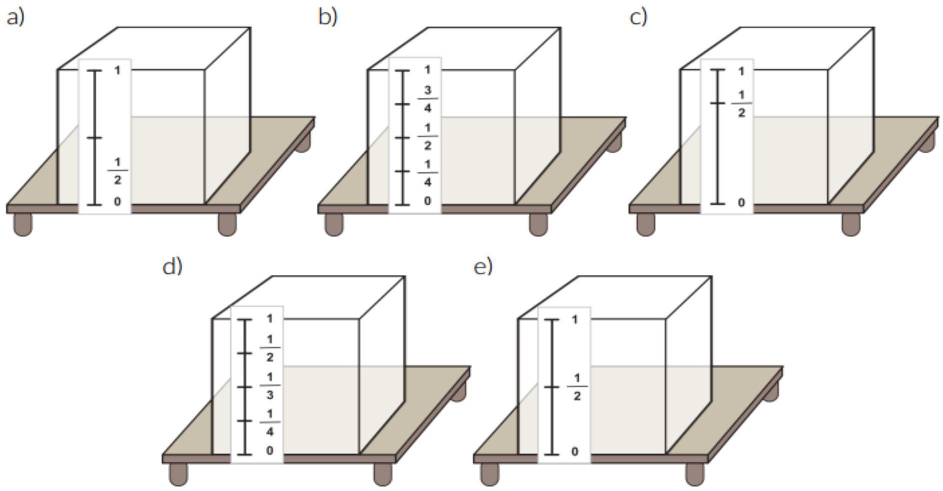
EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Os quadrinhos a seguir mostram uma caixa-d'água sendo cheia. Para saber que fração da capacidade da caixa-d'água já está com água, será usada uma faixa graduada para indicar o nível de água na caixa.



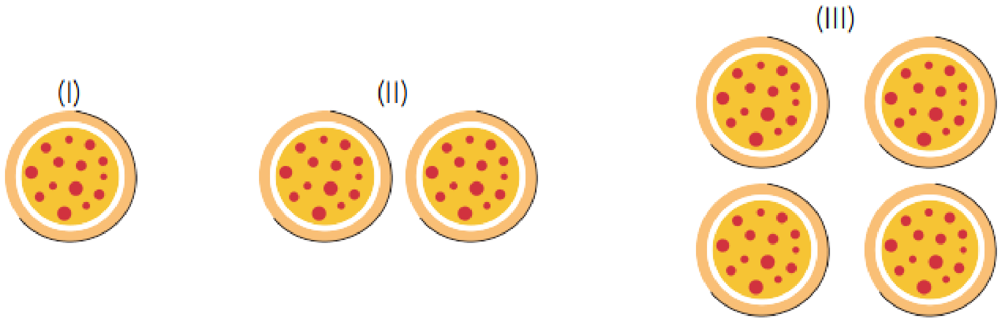
Escolha, para cada um dos momentos, a graduação que lhe parece mais adequada para registrar a quantidade de agua representada em cada uma das imagens. Explique sua escolha.

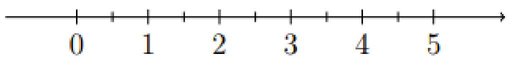


Atividade 2

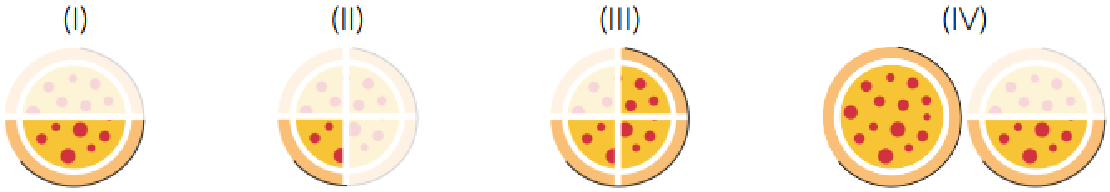
Relembrando a representação na reta numérica: você já conhece a reta numérica com os números naturais destacados.

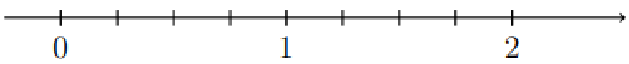
a) Marque na reta numérica pontos que representem as 3 quantidades de pizza nas imagens a seguir.





b) E no caso destas imagens, que pontos na reta numérica representam as 4 quantidades de pizza ilustradas? As partes claras das imagens representam frações retiradas.

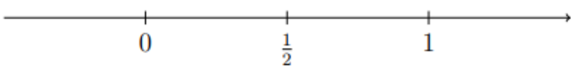




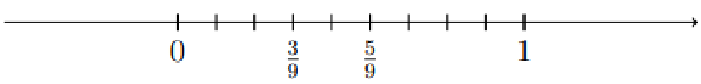
Atividade 3

Para cada par ou trio de figuras a seguir, há uma reta numérica. Considerando a região colorida de vermelho como uma fração da figura, ligue cada uma das figuras ao número, sobre a reta numérica, correspondente à região colorida da mesma.

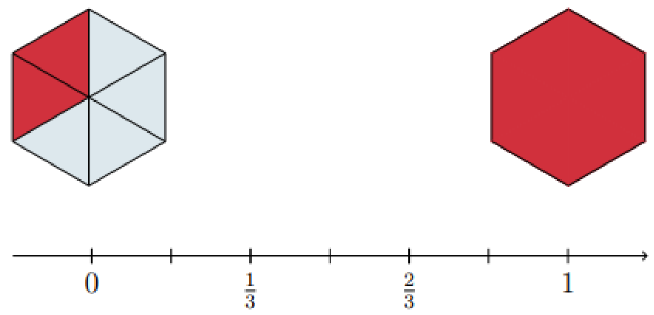
a)



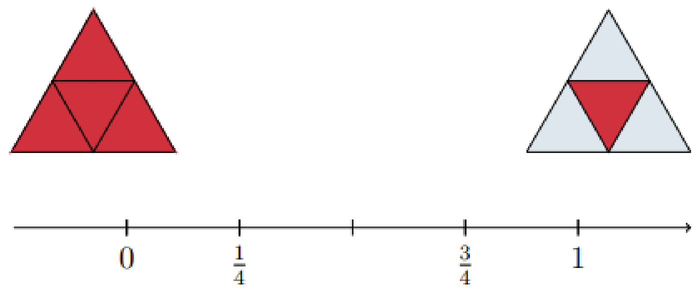
b)



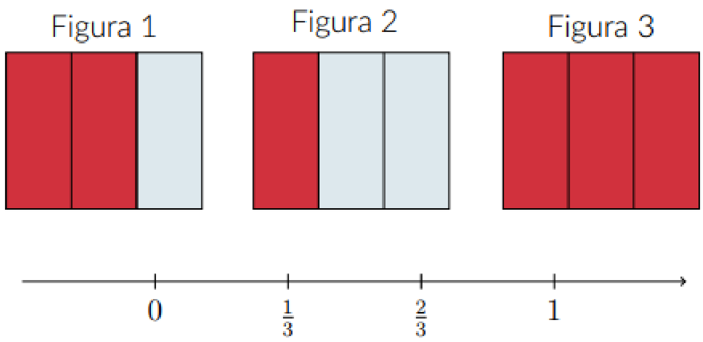
c)



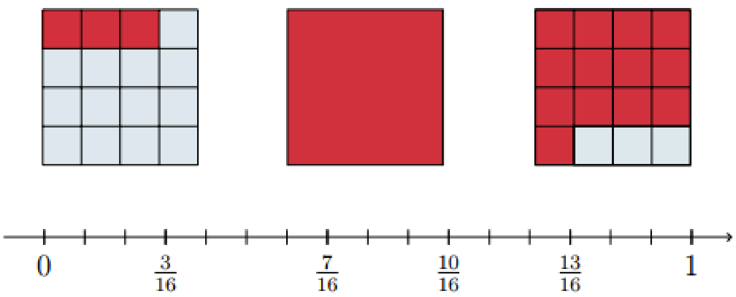
d)



e)



f)



Atividade 4

Três amigos foram a uma pizzaria e cada um pediu uma pizza média, de três sabores diferentes: João comeu $\frac{3}{4}$ da pizza de calabresa, Maria comeu $\frac{2}{4}$ da pizza de presunto e Miguel comeu $\frac{3}{5}$ da pizza de milho. Sabendo que todas as pizzas eram do mesmo tamanho, pergunta-se:

a) Quem comeu mais pizza, João ou Maria? Explique.

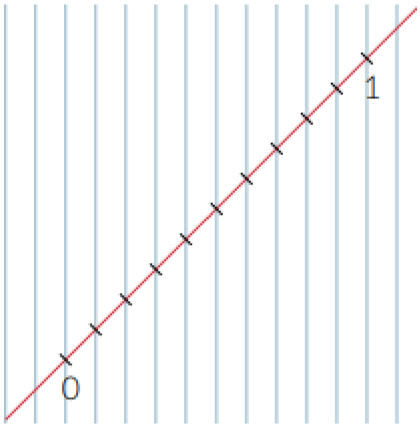
b) E no caso de João e Miguel, quem comeu mais pizza? Explique.

c) Dos três amigos, quem comeu mais pizza? Explique.

d) Marque na reta numérica a seguir as frações correspondentes às porções de pizza que cada amigo comeu, e confirme na reta numérica sua resposta em c.

Atividade 5

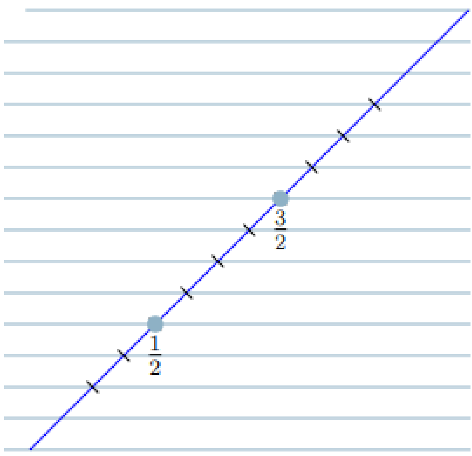
Na figura, há várias retas paralelas igualmente espaçadas e outra reta, destacada em vermelho, não paralela às anteriores. Observe que as retas paralelas marcam na reta destacada em vermelho, pontos também igualmente espaçados. Dois desses pontos correspondem ao 0 e ao 1. A reta vermelha torna-se uma reta numérica, como ilustra a figura.



a) Marque, usando os pontos destacados na reta numérica, a fração $\frac{1}{2}$.

b) Associe frações a cada um dos pontos destacados na reta numérica. Explique a sua resposta.

Como na figura anterior, há várias retas paralelas igualmente espaçadas e outra reta, destacada em azul, não paralela às anteriores. Observe que as retas paralelas marcam, na reta destacada em azul, pontos também igualmente espaçados. Dois desses pontos correspondem às frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, como ilustra a figura.



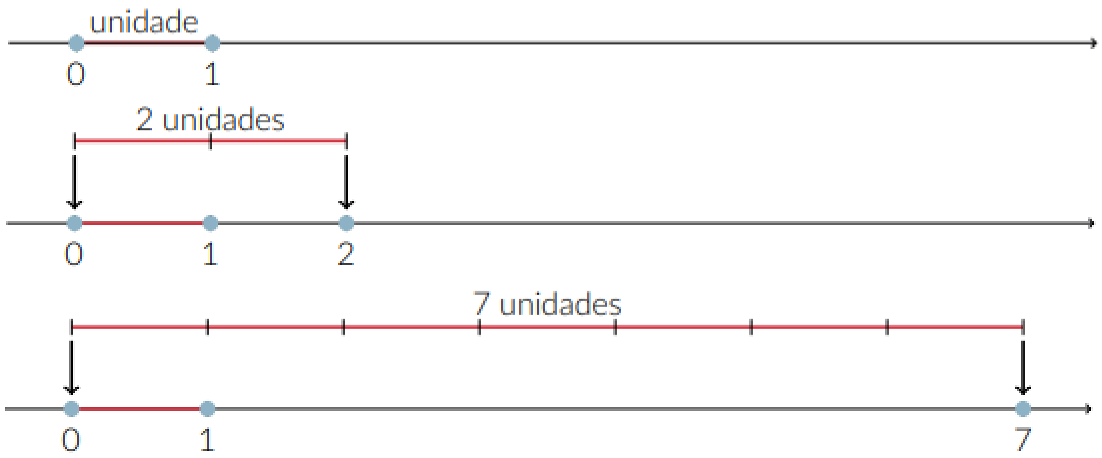
c) Marque, usando os pontos destacados na reta numérica, os pontos correspondentes ao 0 e ao 1.

d) Marque, nesta mesma reta numérica, as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$.

ORGANIZANDO AS IDEIAS

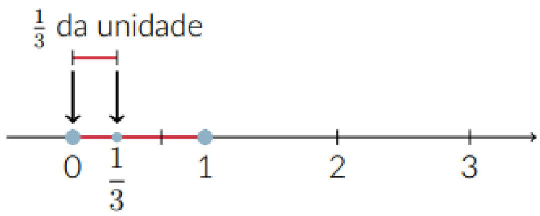
FRAÇÕES NA RETA NUMÉRICA

Já é conhecido que os números naturais podem ser representados por pontos em uma reta. Para isso, é preciso começar escolhendo dois pontos que vão corresponder ao 0 e ao 1 e, a partir deles, são marcados os pontos que corresponderão aos demais números naturais.

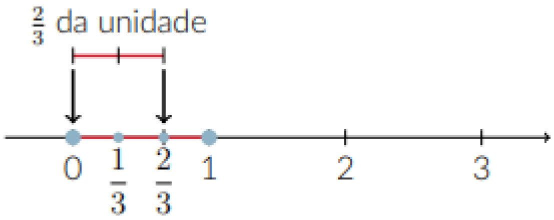


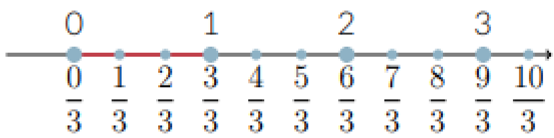
As frações também podem ser associadas a pontos na reta numérica. Para isso, é preciso identificar o segmento unitário, aquele cujos extremos são os pontos correspondentes ao 0 e ao 1. Esse segmento representa a unidade.

Dividindo-se a unidade em partes iguais, cada uma das partes identifica uma fração da unidade na reta numérica. Por exemplo, a divisão da unidade em 3 partes iguais identifica terços. O ponto correspondente a $\frac{3}{4}$ é a extremidade do segmento que, a partir do 0, identifica o primeiro terço da unidade.

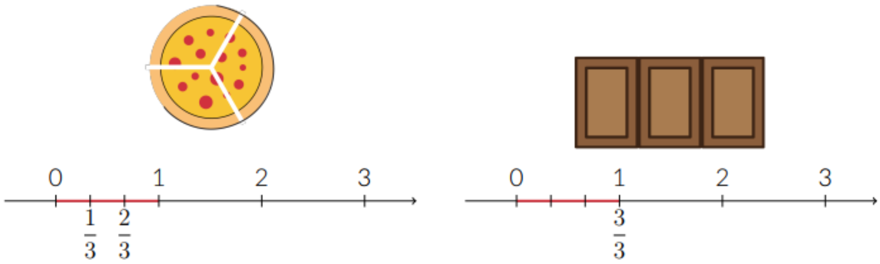


A partir dele, por justaposições desse segmento, são identificados na reta numérica os pontos correspondentes a $\frac{2}{3}, \frac{3}{3}$ *e* $\frac{4}{3}$, e assim por diante.

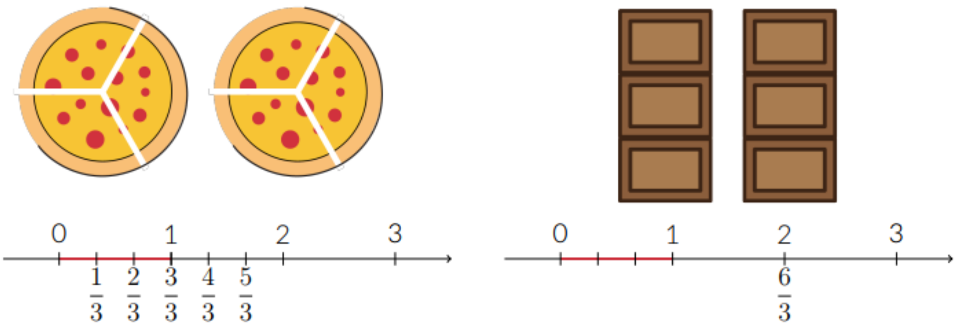




A representação dos números na reta numérica ajuda a perceber que os pontos correspondentes a algumas frações são os mesmos que os correspondentes a alguns números naturais. Por exemplo, $\frac{3}{3}$ é igual a 1. Portanto, $\frac{3}{3}$ de uma pizza é igual a 1 pizza e $\frac{3}{3}$ de uma barra de chocolate é igual a 1 barra de chocolate.

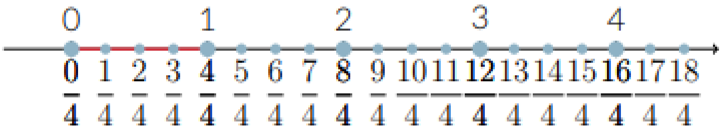


Já $\frac{6}{3}$ é igual a 2. Assim, $\frac{6}{3}$ de uma pizza é igual a 2 pizzas e $\frac{6}{3}$ de uma barra de chocolate é igual a 2 barras de chocolate.

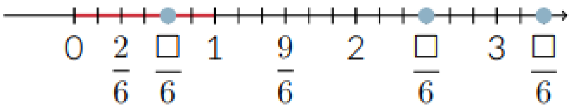


E $\frac{12}{3}$ é igual a que número natural? $\frac{12}{3}$ = ____

Para identificar na reta numérica os pontos correspondentes às frações $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}$, e assim por diante, o processo é o mesmo:

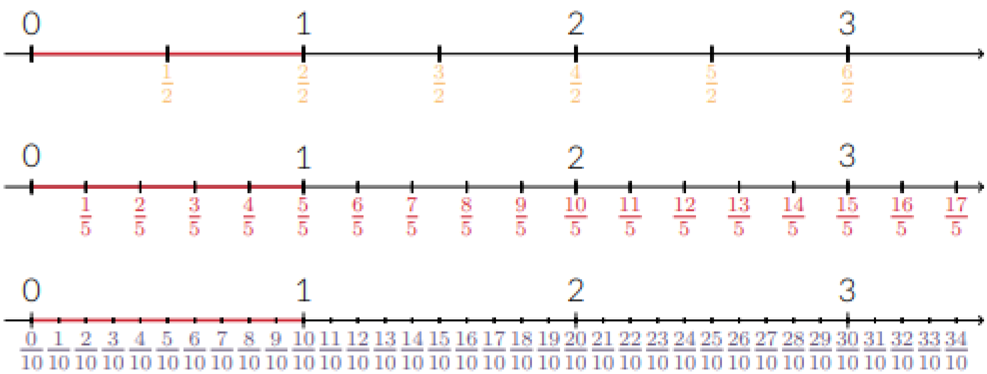


Na reta numérica a seguir estão destacados alguns pontos e as frações correspondentes a eles. Observe e complete as frações em destaque indicando seus numeradores.



A ORDEM NA RETA NUMÉRICA

Na reta numérica, os números são organizados em ordem crescente, a partir do zero no sentido do 1. Assim, o que vale para o 0, o 1, o 2, o 3, etc. também valerá para as frações:



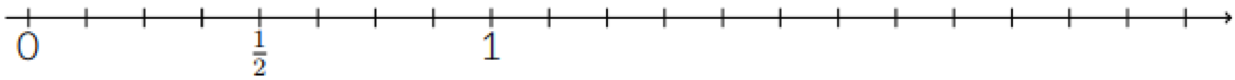
Na reta numérica, quanto mais distante do 0 estiver o ponto correspondente ao número, maior será o número.

Por exemplo, $\frac{4}{3}$ é maior do que $\frac{4}{5}$. Ou ainda, $\frac{4}{5}$ é menor do que $\frac{4}{3}$. O símbolo $<$ é usado para dizer “menor do que”.
Por exemplo, a frase “oito é menor do que quinze” pode ser expressa de modo mais resumido com “$8 < 15$”. Já a expressão $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$ indica que “um meio é menor do que três meios”.
Do mesmo modo, o símbolo $>$ é usado para significar “maior do que”, portanto, também pode se escrever $15 > 8$ para expressar “quinze é maior do que oito” ou $\frac{3}{2} > \frac{1}{2}$ para expressar “três meios é maior do que um meio”.

MÃO NA MASSA

Atividade 6

Na reta numérica já estão marcados o 0, o 1 e a fração $\frac{1}{2}$. Marque $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{8}{4}, \frac{10}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{10}{8}$ e 2.



Atividade 7

Complete as sentenças a seguir com os sinais $>$ (maior que) ou $<$ (menor que) de modo a torná-las verdadeiras.

a) $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{10}$ ☐ $\frac{1}{20}$

d) $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{35}$ ☐ $\frac{1}{43}$

f) $\frac{1}{99}$ ☐ $\frac{1}{100}$

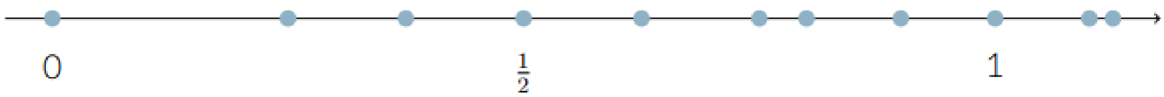
g) $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{50}$

h) $\frac{1}{100}$ ☐ $\frac{1}{10}$

Atividade 8

Na reta numérica a seguir estão destacados os pontos correspondentes ao 0, ao 1 e a $\frac{1}{2}$. Os demais pontos correspondem às frações apresentadas a seguir. Associe cada fração ao ponto correspondente.

$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{11}{10}$



Atividade 9

Na reta numérica a seguir:

a) Marque $\frac{1}{2}$. Justifique sua resposta.

b) Marque $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$. Explique como raciocinou para fazer essas marcações.

Observando a reta numérica com as marcações feitas, compare:

c) $\frac{1}{4}$ é maior ou menor do que $\frac{1}{2}$?

d) $\frac{3}{4}$ é maior ou menor do que $\frac{1}{2}$?

e) $\frac{5}{4}$ é menor do que 1?

f) Escreva as frações marcadas na reta em ordem crescente, completando os espaços a seguir:

$$0 < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < 1 < \frac{\square}{\square}.$$

Volte à reta e marque outras três frações que atendam às seguintes condições:

g) A primeira deve ser maior do que 3 e menor do que 4.

h) A segunda deve ser maior do que $\frac{7}{2}$.

i) A terceira deve ser maior do que $\frac{17}{4}$ e menor do que 5.

Lição 4

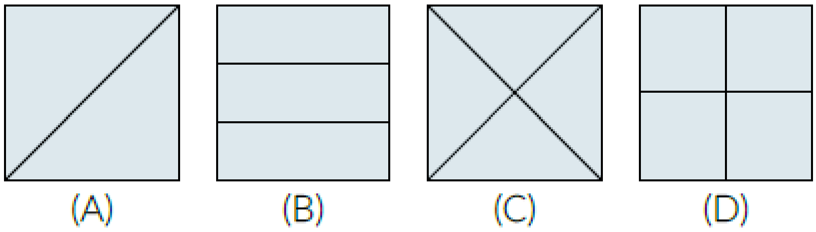
Reconhecer quando duas frações são iguais, saber gerar frações iguais a uma dada fração e obter duas frações de mesmo denominador que são iguais a duas frações quaisquer dadas são habilidades fundamentais que permitem resolver vários problemas no estudo de frações. Por exemplo, com essas habilidades, é possível criar procedimentos que permitem comparar duas frações com denominadores diferentes e obter uma fração que está entre duas frações diferentes (propriedade de densidade das frações). São esses tópicos que compõem a presente lição.

Frações Equivalentes e Comparação de Frações

EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1 A turma de Rita vai fazer um piquenique. A professora comprou pães para a turma preparar sanduíches. Cada colega de Rita preparou um sanduíche e partiu-o em partes iguais. Veja como alguns dos colegas repartiram o seu sanduiche

:



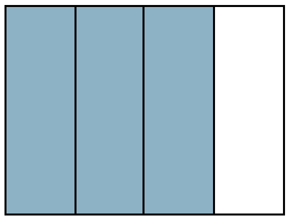
a) Nessas repartições, que fração do sanduíche pode representar cada uma das partes em que o sanduíche foi repartido?

b) Em quais dessas repartições é possível comer metade do sanduíche apenas com as partes em que cada sanduíche foi repartido? Justifique sua resposta!

c) Para cada uma das repartições que você deu como resposta no item b), expresse, por meio de frações, a metade do sanduíche.

Atividade 2

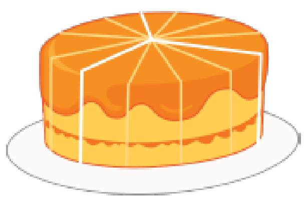
a) O retângulo desenhado a seguir está dividido em 4 partes iguais, dais quais 3 estão pintadas de azul. Que fração do retângulo está pintada de azul?



b) O retângulo do item anterior foi dividido com o acréscimo de onze linhas horizontais igualmente espaçadas e ele está parcialmente coberto com um retângulo vermelho que impede a visualização dos retângulos menores que compõem a nova equipartição. Com essa nova divisão, em quantas partes fica dividido o retângulo? Quantas destas partes estão pintadas de azul? Que fração do retângulo está pintada de azul?

Atividade 3

Rita convidou seus colegas de escola para virem à sua casa conhecer seu novo cãozinho. Sua mãe preparou um bolo para o lanche da tarde das crianças. Às 16h chegaram dois de seus colegas, João e Mário. Mário logo imaginou o bolo repartido em 3 pedaços e pensou que ele poderia então comer um terço do mesmo. A mãe de Rita começou a cortar o bolo, partindo-o, como Mário havia imaginado, em 3 partes. No entanto, antes que começassem a comer, chegaram mais 4 colegas da escola. Então a mãe de Rita dividiu cada um dos 3 pedaços iniciais em 4 partes de igual tamanho.



Na hora do lanche, João comeu 2 pedaços do bolo e Mário comeu 4.

• Que fração do bolo Mário comeu?

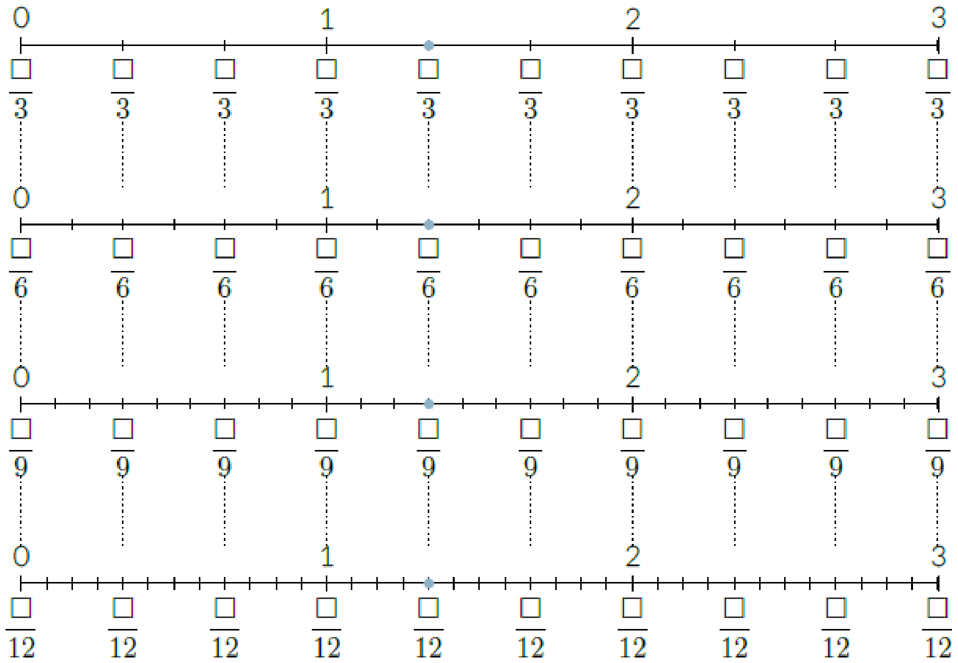
• Que fração do bolo João comeu?

Se os amigos atrasados não tivessem aparecido antes do lanche, a mãe de Rita não teria subdividido as 3 fatias iniciais. Assim, se fossem apenas Rita, Mário e João, cada um teria comido $\frac{1}{3}$ do bolo.
• Nesse caso, Mário teria comido menos bolo, mais bolo ou a mesma quantidade de bolo que comeu?

• E João, teria comido menos bolo, mais bolo ou a mesma quantidade de bolo que comeu?

Atividade 4

Preencha os quadradinhos □ com numeradores adequados de modo que cada fração corresponda a sua respectiva marca em cada reta numérica.

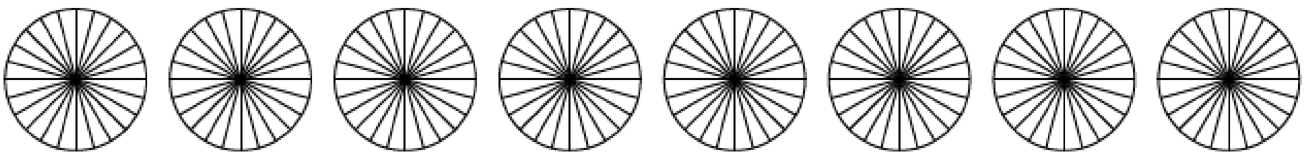


b) Escreva quatro frações com numeradores diferentes (consequentemente com denominadores também diferentes) que correspondam ao ponto azul em destaque na figura.

c) Determine uma fração de denominador 15 que corresponda ao ponto azul em destaque. Justifique sua resposta usando uma reta numérica!

Atividade 5

24 amigos estão querendo dividir igualmente 8 panquecas circulares.
Luciano, um dos amigos sugeriu que cada panqueca fosse dividida em 24 partes iguais e que, então, cada um dos 24 amigos recebesse 8 dessas partes.



a) Com a divisão sugerida por Luciano, qual a fração de uma panqueca que cada amigo vai receber?

b) Quantos cortes da panqueca (do centro para a borda, como no desenho) são necessários para a divisão proposta?

c) É possível dividir igualmente as 8 panquecas entre os 24 amigos fazendo menos cortes do que como Luciano sugeriu? Se você acha que sim, quantos cortes serão necessários e qual é a fração de uma panqueca que cada amigo poderia receber neste caso?

Atividade 6

Dizemos que uma fração é **irredutível** se o máximo divisor comum entre o seu numerador e o seu denominador é igual a 1. Para cada fração indicada a seguir, determine uma fração igual, mas que seja irredutível.

a) 2/4 b) 6/9 c) 4/2 d) 5/35 e) 50/100

Atividade 7

O objetivo desta atividade é determinar qual é a maior e qual é a menor fração entre as frações $\frac{11}{6}$, $\frac{28}{15}$ e $\frac{37}{20}$.

a) Determine três frações de mesmo denominador que sejam iguais às frações $\frac{11}{6}$, $\frac{28}{15}$ e $\frac{37}{20}$.

b) Usando as frações do item a), determine qual é a maior e qual é a menor fração entre as frações $\frac{11}{6}$, $\frac{28}{15}$ e $\frac{37}{20}$.

Atividade 8

Dadas duas frações, se o produto do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração for igual ao produto do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração, então as frações são iguais.

Vamos ver um exemplo: para as frações $\frac{14}{6}$ e $\frac{21}{9}$, note que 14 x 9 = 126 = 6 x 21.

Vamos agora usar este fato de que 14 x 9 = 6 x 21 para concluir que $\frac{14}{6} = \frac{21}{9}$:

$$\frac{14}{6} = \frac{9 \times 14}{9 \times 6} = \frac{14 \times 9}{9 \times 6} = \frac{6 \times 21}{9 \times 6} = \frac{6 \times 21}{6 \times 9} = \frac{21}{9}.$$

a) Use o procedimento do exemplo para mostrar que $\frac{2}{8} = \frac{5}{20}$.

b) Verdadeiro ou falso? Se duas frações são iguais, então o produto do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração é igual ao produto do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração. Justifique sua resposta.

Lição 5

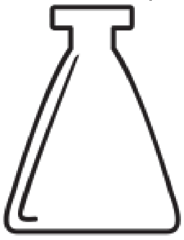
As operações de adição e de subtração de frações estão associadas a diversos contextos, nos quais podem ser identificadas as mesmas interpretações já associadas à adição e à subtração de números naturais.

Adição e subtração de frações

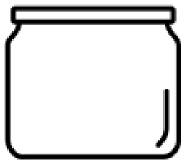
EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Miguel e Alice estão participando de uma campanha da escola para coleta de óleo de cozinha. O objetivo é disponibilizar recipientes para que as pessoas depositem óleo. Depois esses recipientes serão destinados a empresas que usarão o óleo descartado para fazer sabão. Eles conseguiram diferentes recipientes e agora desejam saber qual tem maior capacidade.



Recipiente 1: trazido pela Alice



Recipiente 2: trazido pelo Miguel

Eles tiveram a seguinte ideia: encheram os dois recipientes com água para depois verificarem onde havia mais água. Para isso, usaram um copo d’água como unidade de medida, sendo que o recipiente trazido por Alice foi enchido com 26 copos e que o recipiente trazido por Miguel foi enchido com 40 copos. Eles então observaram que a partir de uma unidade de medida comum (nesse caso o copo), poderiam não só dizer qual recipiente tinha maior capacidade, mas também o quanto era maior e qual seria a capacidade dos dois recipientes juntos. Usando a ideia de medida de Miguel e Alice, isto é, tomando o copo como unidade de medida, responda:

a) Qual recipiente tem maior capacidade?

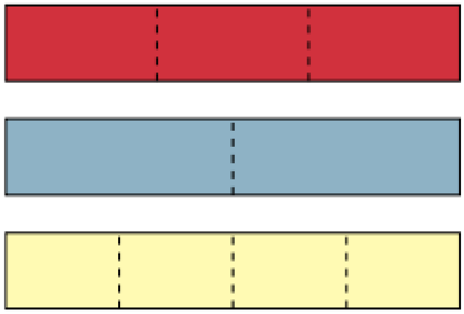
b) Qual é a capacidade dos dois recipientes juntos?

c) Quanto de água se deve retirar do recipiente maior, para ter o mesmo volume de líquido que é possível colocar no recipiente menor?

Atividade 2:

A professora Estela quer enfeitar sua sala de aula para uma festa da escola. Para isso ela comprou várias fitas, todas de mesmo tamanho, nas cores vermelho, azul e amarelo.

A professora cortou cada fita vermelha em 3 partes iguais, cada fita azul em 2 partes iguais e cada fita amarela em 4 partes iguais.



a) A que fração da fita original corresponde cada pedaço recortado pela professora Estela?

Em seguida, a professora Estela começou a juntar pedaços recortados das fitas, formando novas fitas coloridas. Ela começou juntando (de forma intercalada) um pedaço azul e dois pedaços amarelos.

Ela verificou que a nova fita formada tinha o mesmo tamanho da fita original. Isso aconteceu porque cada pedaço azul tem o mesmo tamanho de dois pedaços amarelos. Podemos representar o tamanho da nova fita formada pela professora por meio de uma soma de frações. Cada pedaço azul corresponde a $\frac{1}{2}$ da fita original. Cada pedaço amarelo corresponde a $\frac{1}{4}$ da fita original, então 2 pedaços amarelos correspondem a $\frac{2}{4}$ da fita original. Portanto, o tamanho da nova fita é igual a:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$$

Mas, como $\frac{2}{4}$ é igual a $\frac{1}{2}$ (cada pedaço azul tem o mesmo tamanho de dois pedaços amarelos), então:

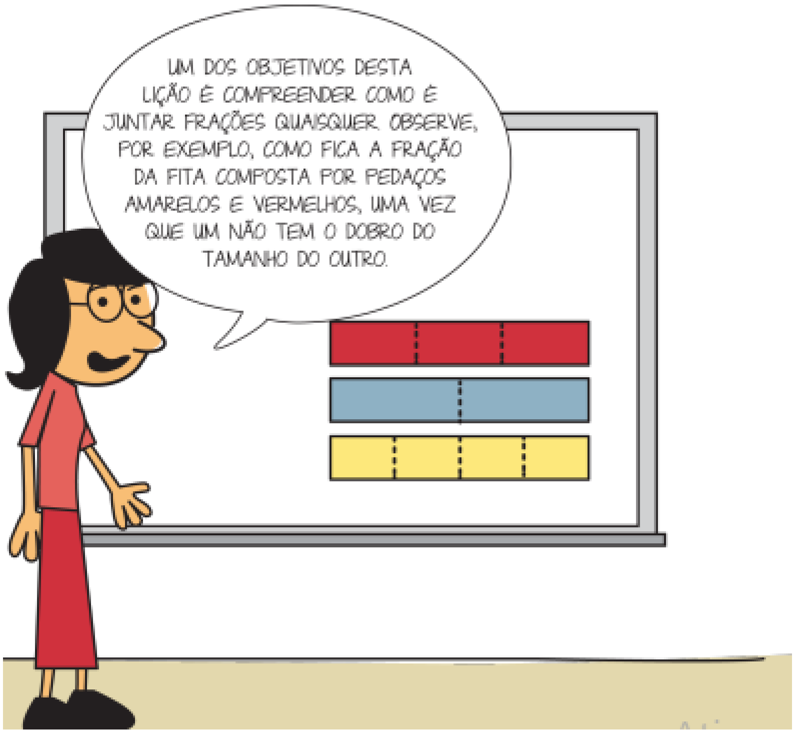
$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

O resultado dessa soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ é igual 2 pedaços de $\frac{1}{2}$, isto é, $\frac{2}{2}$ (que é igual 1). Assim:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

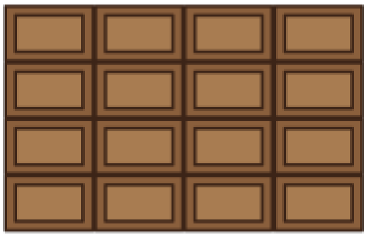
Neste caso, o resultado 1 corresponde ao tamanho da fita original.

b) A professora também agrupou pedaços de fita, juntando 1 pedaço amarelo e 1 pedaço azul, como na figura abaixo. A qual fração da fita inicial correspondem esses dois pedaços juntos?

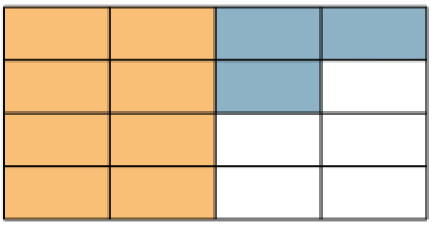


Atividade 3

Uma barra de chocolate é vendida com as marcações mostradas na figura abaixo



Alice comeu a metade dessa barra de chocolate (em bege), quebrou o restante da barra em pedaços, seguindo as marcações e comeu 3 desses pedaços (em azul).



Se considerarmos a barra de chocolate como a unidade, indicamos que as quantidades comidas são: $\frac{1}{2}$ por Alice e $\frac{3}{16}$ por Miguel. Os pedaços da barra (quebrados por Miguel de acordo com as marcações na barra) correspondem a uma subdivisão dessa unidade. Observe que ambas as frações da barra de chocolate comidas por Alice e Miguel podem ser obtidas a partir dessa subdivisão: Miguel comeu 3 pedaços e a quantidade comida por Alice corresponde a 8 pedaços.

a) Um pedaço corresponde a que fração da barra de chocolate?

.

b) Complete a parte em branco (numerador) para indicar a fração da barra de chocolate que Alice comeu.

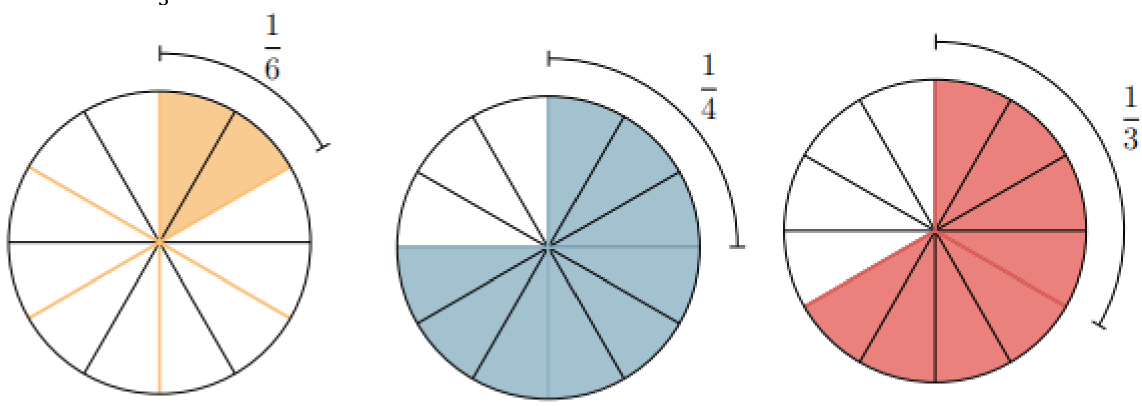
$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{16}$$

c) Que fração da barra de chocolate foi comida por Alice e por Miguel, juntos?

d) Que fração da barra de chocolate não foi comida?

Atividade 4

Amanda, Bruno e Caio pediram três pizzas do mesmo tamanho, mas com sabores diferentes. Todas as pizzas nessa pizzaria são servidas em **12 fatias** iguais. Amanda comeu $\frac{1}{6}$ de uma pizza, Bruno comeu $\frac{3}{4}$ de outra, e Caio comeu $\frac{2}{3}$ da pizza que pediu.



Fração de pizza consumida por Amanda $\frac{1}{6}$ | Fração de pizza consumida por Bruno $\frac{3}{4}$ | Fração de pizza consumida por Caio $\frac{2}{3}$

a) Que fração de uma pizza cada fatia representa?

b) Complete os espaços (numeradores) a seguir registrando outra representação para a fração de uma pizza que cada uma das crianças comeu.

Amanda: $\frac{1}{6} = \frac{\quad}{12}$ Bruno: $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{12}$ Caio: $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{12}$

c) Quem comeu mais pizza? Quem comeu menos pizza?

d) Que quantidade de pizza Bruno comeu a mais do que Caio?

e) Que quantidade de pizza Amanda e Bruno comeram juntas?

f) Que fração de uma pizza Amanda comeu a menos do que Caio?

g) Quanto a mais de pizza Bruno consumiu, em relação a Amanda?

ORGANIZANDO AS IDEIAS

No caso de quantidades expressas por meio de frações de uma unidade dada, para comparar, determinar a soma ou determinar a diferença, é necessário uma subdivisão da unidade com a qual seja possível expressar ambas as quantidades por meio de frações equivalentes às frações dadas e de mesmo denominador. Por exemplo:

• Na Atividade 3, a subdivisão da unidade considerada, barra de chocolate, permitiu expressar as quantidades de chocolate comidas por Alice e por Miguel a partir da contagem da mesma subdivisão da unidade. A partir dessa estratégia, foram determinadas a quantidade de chocolate comidas por Alice e Miguel juntos, bem como a quantidade de chocolate restante.

• Na Atividade 4, a unidade é uma pizza e a fatia de pizza é uma subdivisão dessa unidade. Neste caso, pôde-se expressar todas as frações de pizza consumidas por Amanda, Bruno e Caio a partir de contagem dessas fatias (subdivisões da unidade). Relembrando:

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} \qquad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \qquad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

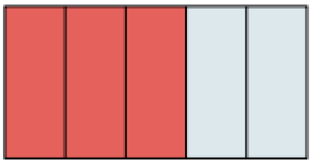
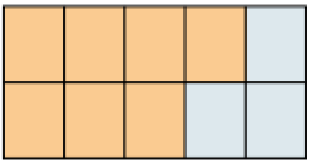
Como os exemplos acima ilustram, a escolha adequada de uma subdivisão da unidade que permita representar as frações dadas com um mesmo denominador foi a estratégia usada para calcular a adição e a subtração dessas frações. É exatamente essa estratégia que usaremos para calcular adição e subtração de frações em geral.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2}{12} + \frac{9}{12} = \frac{11}{12}$$

MÃO NA MASSA

Atividade 5

Tendo como unidade um mesmo retângulo, as representações das frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{7}{10}$ estão ilustradas nas figuras a seguir.

a) Determine uma subdivisão da unidade que permita expressar essas quantidades por frações com um mesmo denominador. Represente tal subdivisão nas figuras acima.

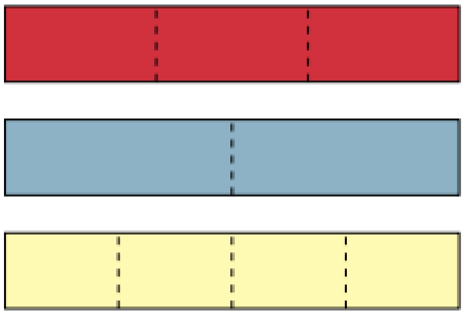
b) Escreva frações iguais a $\frac{3}{5}$ e a $\frac{7}{10}$ a partir dessa subdivisão.

c) Existe alguma outra subdivisão, diferente da que você usou para responder os itens a) e b), com a qual também seja possível responder ao item b)? Se sim, qual?

d) Juntas, as regiões destacadas em vermelho e em bege determinam um região maior, menor ou igual a um retângulo? Explique.

Atividade 6

Aqui retomamos a Atividade na qual a professora Estela comprou fitas de mesmo tamanho e as cortou em partes iguais: a vermelha em três pedaços; a azul em dois pedaços e a amarela em quatro pedaços.



a) Agora, a professora Estela juntou um pedaço da fita vermelha com um pedaço da fita azul. Essa nova fita formada tem tamanho maior ou menor ou igual ao tamanho original de uma fita? A que fração de uma fita original corresponde a nova fita vermelha e azul? Qual é a diferença entre os tamanhos de uma fita original e da fita vermelha e azul?

b) A professora formou então mais uma fita colorida, agora juntando (de forma intercalada) dois pedaços vermelhos e três pedaços amarelos. Essa nova fita vermelha e amarela é maior ou menor do que uma fita original? A que fração de uma fita original corresponde a nova fita vermelha e azul? Qual é a diferença entre os tamanhos da fita original e da fita vermelha e amarela?

Atividade 7

Em cada um dos itens a seguir, escreva frações iguais às frações dadas que tenham mesmo denominador. Para cada par de frações, destaque a subdivisão escolhida da unidade para determinar o denominador comum e represente essa subdivisão por meio de um desenho.

a) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{9}$ b) $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{5}$ c) 1 e $\frac{3}{7}$ d) $\frac{3}{5}$ e $\frac{8}{3}$ e) $\frac{7}{8}$ e $\frac{13}{12}$ f) $\frac{7}{4}$ e 5

Atividade 8

Em cada um dos itens a seguir, faça a conta e uma ilustração que explique a maneira como você realizou o cálculo solicitado.

a) $\frac{1}{3} - \frac{2}{9}$ b) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5}$ c) $1 - \frac{3}{7}$

Atividade 9

Quanto se deve acrescentar a $\frac{3}{8}$ para que se obtenha $\frac{27}{8}$?

Atividade 10

Qual é o maior número, $\frac{19}{7}$ ou 2? Quanto se deve acrescentar ao menor número para chegar ao maior?

Atividade 11

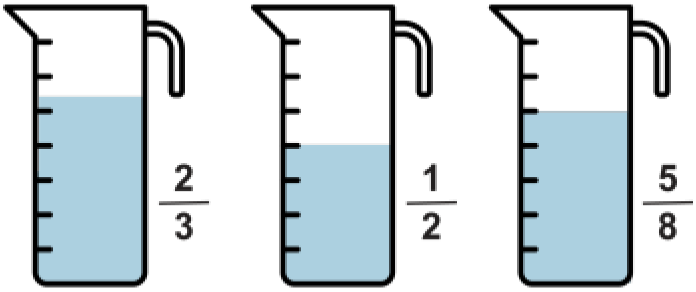
A família de Miguel reservou um determinado espaço retangular para fazer um canteiro em seu quintal. A família quer que o canteiro tenha rosas e verduras frescas. O pai de Miguel disse que precisa de $\frac{2}{3}$ do espaço inicialmente reservado, para cultivar rosas. A mãe disse que necessita de $\frac{1}{2}$ desse espaço, para plantar as verduras. Quando Miguel ouviu o diálogo dos pais, pensou nas seguintes questões:

a) Quem precisa de mais espaço, seu pai ou sua mãe?

b) O espaço reservado inicialmente para o canteiro é suficiente para comportar os espaços de que o pai e a mãe de Miguel precisam?

Atividade 12

Há três recipientes cilíndricos, de mesmo tamanho, contendo água. No primeiro recipiente, a água ocupa dois terços de sua capacidade. No segundo, a água ocupa metade de sua capacidade. No terceiro, a água ocupa cinco oitavos de sua capacidade.



É possível redistribuir a água de todos os recipientes em somente dois deles?

Atividade 13

Diga se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas. Para as verdadeiras, explique com as suas palavras por que acha que são verdadeiras. Para as falsas, dê um exemplo que justifique a sua avaliação.

a) A soma de um número inteiro com uma fração não inteira pode sempre ser expressa por um número inteiro.

b) A diferença entre um número inteiro e uma fração não inteira pode sempre ser expressa por um número inteiro.

c) A soma de uma fração não inteira com uma fração não inteira é, necessariamente, uma fração não inteira.

d) A diferença entre uma fração não inteira e uma fração não inteira é, necessariamente, uma fração não inteira.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

RIPOLL, Cydara Cavedon et al. **Frações no Ensino Fundamental – Volume 1.** Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 2016