

**Definition 1** (Typ I-område). Ett område  $D \subseteq \mathbb{R}^2$  är av *Typ I* om det kan skrivas som  $D = \{(x,y) \mid a \leq x \leq b, c(x) \leq y \leq d(x)\}$  där  $c(x)$  och  $d(x)$  är kontinuerliga.

**Definition 2** (Typ II-område). Ett område  $D \subseteq \mathbb{R}^2$  är av *Typ II* om det kan skrivas som  $D = \{(x,y) \mid a(y) \leq x \leq b(y), c \leq y \leq d\}$  där  $a(x)$  och  $b(x)$  är kontinuerliga.

**Sats 1.** Om  $D$  är ett område av typ I eller II och  $f(x,y)$  är kontinuerlig på  $D$  är  $f$  integrerbar.

*Bevis.* Anta att  $D$  är ett område av typ I och att  $D \subseteq E = [a,b] \times [g,h]$  så att  $g \leq c(x) \forall x$  och  $h \geq d(x) \forall x$ . Då är

$$\begin{aligned} \iint_D f(x,y) dA &= \iint_R F(x,y) dA \\ &= \int_a^b \int_g^h F(x,y) dy dx \\ &= \{F(x,y) = 0 \text{ om } g \leq y \leq c(x) \text{ el. } d(x) \leq y \leq h\} \\ &= \int_a^b \int_{c(x)}^{d(x)} F(x,y) dy dx \\ &= \{F(x,y) = f(x,y) \text{ om } (x,y) \in D\} \\ &= \int_a^b \int_{c(x)}^{d(x)} f(x,y) dy dx. \end{aligned}$$

Samma härledning gäller för typ II-områden. □