

ex-22-1

第一题:

在程序中标出了 S 语句和 T 语句

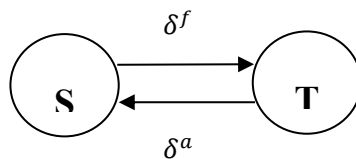
```
for I = 0 to 100 do
  S:      A(I) = C(I - 1) + 2;
  T:      B(I) = A(I - 1) - A(2 * I - 5);
end for
```

依赖关系:

$S \delta^f T: \{ \langle S(i), T(j) \rangle \mid j = i + 1, 0 \leq i \leq 99, 100 \leq j \leq 100 \} \cup \{ \langle S(i), T(j) \rangle \mid (i, j) = (1, 3), (3, 4), (5, 5) \}$

$T \delta^a S: \{ \langle T(i), S(j) \rangle \mid j = 2 * i - 5, 6 \leq i \leq 52 \}$

语句依赖图如下:



第二题:

```
for I = 1 to 100 do
  for J = 1 to 50 do
    S:      A(I+2, J) = B(2*I, J) - 5;
    T:      B(2*I, J-1) = A(I, J+2) + 4;
  end for
end for
```

依赖关系:

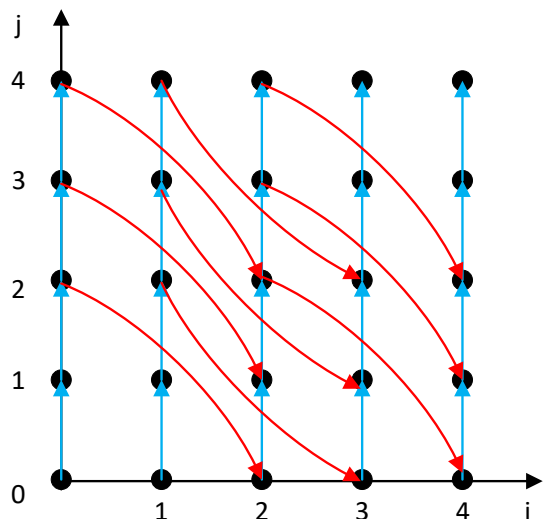
$S \delta^f T: \{ \langle S(i_1, i_2), T(j_1, j_2) \rangle \mid j_1 = i_1 + 2, j_2 = i_2 - 2, 1 \leq i_1 \leq 98, 3 \leq i_2 \leq 50 \}$

此依赖关系的距离向量为(2, -2), 方向向量为(1, -1)

$S \delta^a T: \{ \langle S(i_1, i_2), T(j_1, j_2) \rangle \mid j_1 = i_1, j_2 = i_2 + 1, 1 \leq i_1 \leq 100, 1 \leq i_2 \leq 49 \}$

此依赖关系的距离向量为(0, 1), 方向向量为(0, 1)

迭代依赖图: (其中 $S \delta^f T$ 用红色标注, 其中 $S \delta^a T$ 用青色标注)



第三题:

(1):

```

for I = 1 to N do
  S:    A(I) = B(I) + C(I+1);
  T:    C(I) = A(I)* D(I);
end for

```

可以向量化, 因为没有方向向量为(1)的依赖关系

因此, 有:

```

S:    A(1:N) = B(1:N) + C(2:N+1);
T:    C(1:N) = A(1:N) * D(1:N);

```

(2):

```

for I = 1 to N do
  S:    A(I) = A(I-1) + 1 ;
end for

```

不能向量化, 因为 $S \delta^f S$ 的方向向量为(1), 因此不能向量化

第四题:

```

for I = 1 to 5 do
  S:    B(I) = B(I) / A (I, I);
        for J = I+1 to 5 do
  T:    B(J) = B(J) - A(I, J) * B(I);
        end for
end for

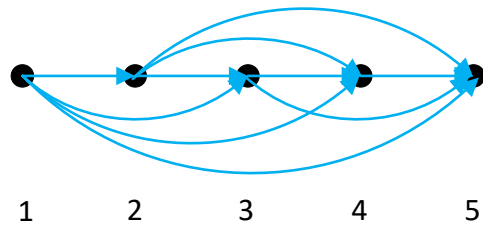
```

由于 $J = I+1$ to 5, 因此 $A(I, I)$ 不可能等于 $A(I, J)$, 故不存在由于 A 引起的依赖关系
故依赖关系向量为二维的。

依赖关系众多, 存在如下依赖关系:

$S \delta^f T$ 、 $T \delta^f S$ 、 $T \delta^f T$ 、 $T \delta^a T$ 、 $S \delta^a S$ 、 $T \delta^o T$ 、 $T \delta^o S$

迭代依赖图如下:



ex-22-2

第一题:

```

for I = 1 to 100 do
  for J = 1 to 100 do
    S:      A(I,J) = B(I+4,J-2) - B(I-2,J+1) + B(I,J+3);
    T:      B(I,J) = D(I,J-1) - C(I+2,J)
  endfor
endfor

```

$S \delta^a T: \{ \langle S(i_1, i_2), T(j_1, j_2) \rangle \mid j_1 = i_1 + 4, j_2 = i_2 - 2, 1 \leq i_1 \leq 96, 3 \leq i_2 \leq 100 \}$
 依赖距离向量为 (4, -2) 方向向量为 (1, -1)

$S \delta^a T: \{ \langle S(i_1, i_2), T(j_1, j_2) \rangle \mid j_1 = i_1, j_2 = i_2 + 3, 1 \leq i_1 \leq 100, 1 \leq i_2 \leq 97 \}$
 依赖距离向量为 (0, 3) 方向向量为 (0, 1)

$T \delta^f S: \{ \langle T(i_1, i_2), S(j_1, j_2) \rangle \mid j_1 = i_1 + 2, j_2 = i_2 - 1, 1 \leq i_1 \leq 98, 2 \leq i_2 \leq 100 \}$
 依赖距离向量为 (2, -1) 方向向量为 (1, -1)

第二题:

S: $A(I,J) = A(I-1,J+1)$

循环②与循环③不等价，循环②中的 $S \delta^f S$ 的方向向量为(1,-1)。经过 $P = [2, 1]$ 置换后方向向量为(-1,1), -1 小于 0，此交换和之前并不等价。

循环②与循环④等价，因为并不存在方向向量为(0, 1)的依赖关系，所以可以并行化

循环②与循环⑤不等价，因为循环②中的 $S \delta^f S$ 的方向向量为(1,-1)，外层循环不可以并行化，所以并不等价。

第三题:

(1)

```

for I = 1 to 8 do
  for J = max(I-3,1) to min(I,5) do
    S:      A(I+1, J+1) = A(I,J) + B(I,J)
  endfor
endfor

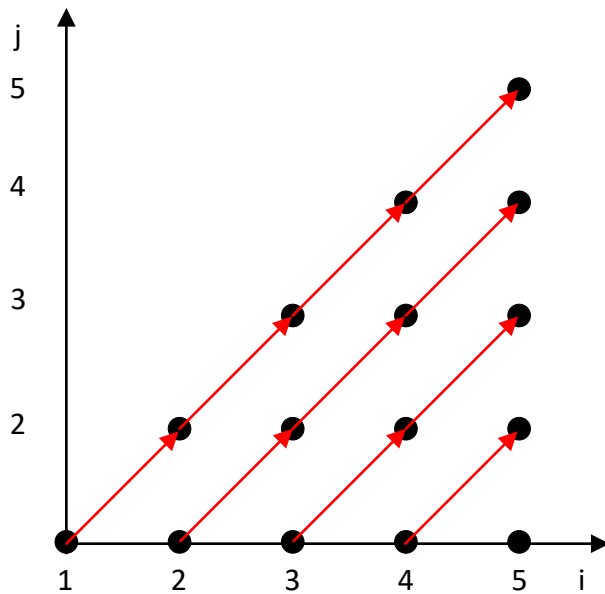
```

$S \delta^f S$: 方向向量和距离向量均为(1,1)

当 $I \leq 4$ 时,向量从(I,1:I)出发;

当 $I \geq 5$ 时,向量从(I,I-4:min(I,6))出发;

迭代依赖示意图为:



(2)

```

for I = 2 to 9 do
  if A(I) > 0 then
    S:      A(I) = B(I-1) + 1
  else
    T:      B(I) = A(I) * 2
  endif
endfor

```

S 和 T 若有依赖关系，则需要满足条件上一轮循环执行了 T，本轮循环执行了 S，这时存在依赖关系： $T \delta^f S$ ，方向向量和距离向量均为(1)。则需要存在一个 A[]满足某些情况下 $A[I] \leq 0$ ，并且 $A[I+1] > 0$ 。

在其他情况下，不存在任何依赖关系。

ex-22-3

第一题：

(1)

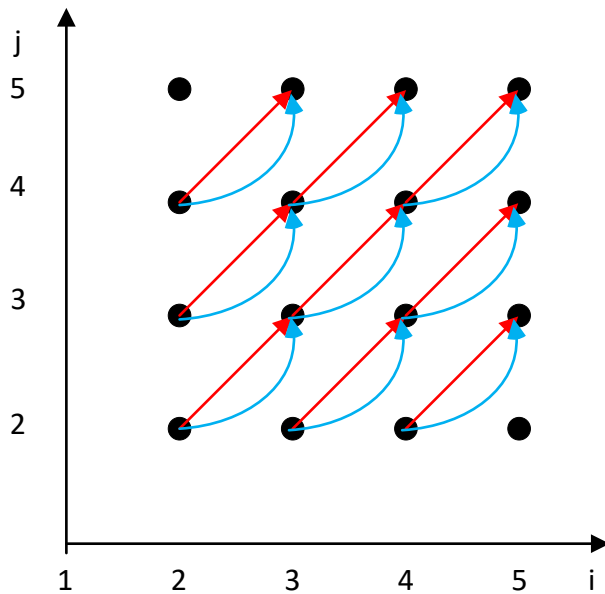
```

for i = 2 to 10 do //循环 1
  for j = 2 to 10
    S:      A[i,j] = ( A[i-1,j-1] + A[i+1,j+1] ) * 0.5;
  endfor
endfor

```

$S \delta^a S$ 、 $S \delta^f S$ ，距离向量和方向向量均为(1,1)

迭代依赖图为：

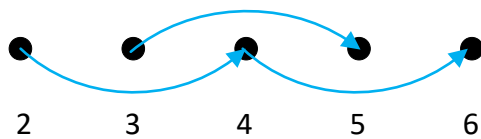


(2)

```
for i = 2 to 20 do // 循环 2
  S:  A[2*i+2] = A[2*i-2] + B[i];
endfor
```

$S \delta^f S$, 距离向量为(2)

迭代依赖示意图为:



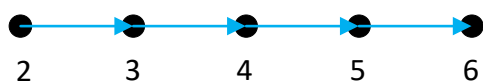
(3)

```
for i = 2 to 20 do // 循环 3
  if A[i] > 0 then
    S:      B[i] = C[i-1] + 1
  else
    T:      C[i] = B[i] - 1
  endif
endfor
```

S 和 T 若有依赖关系,则需要满足条件上一轮循环执行了 T, 本轮循环执行了 S, 这时存在依赖关系: $T \delta^f S$, 方向向量和距离向量均为(1)。则需要存在一个 $A[i]$ 满足某些情况下 $A[i] \leq 0$, 并且 $A[i+1] > 0$ 。

在其他情况下, 不存在任何依赖关系

可能的依赖关系图为:



第二题:

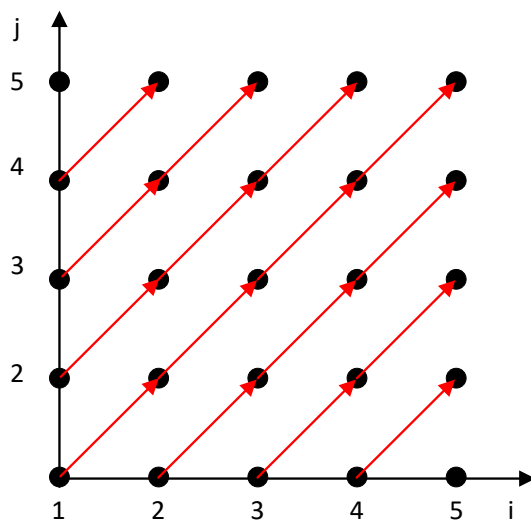
(1)

```
for i = 1 to M do //循环 1 M, N, C 均是常量
  for j = 1 to N
    S:      A[i+1,j+1] = A[i,j] + C;
  endfor
endfor
```

1) 给出迭代依赖示意图。

$S \delta^f S$, 距离向量和方向向量均为(1,1)

迭代依赖示意图如下:



2) 简述能否逆转外层的 i 循环? 能否交换内外循环次序?

外层 i 循环在逆转变化的方向向量为(-1,1),并非正向量,不能逆转。

由于交换内外侧循环,经过 $P = [2, 1]$ 置换后方向向量为(1,1) > 0 ,故可以交换内外层循环次序。

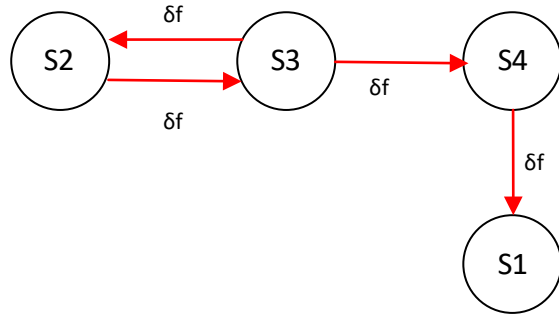
(2)

```
for i = 1 to 100 do // 循环 2 N 是常量
  X[i] = Y[i] + 10; // 语句 S1
  for j = 1 to 100 do
    B[j] = A[j, N]; // 语句 S2
    for k = 1 to 100 do
      A[j+1, k] = B[j] + C[j, k]; // 语句 S3
    endfor // loop-k
    Y[i+j] = A[j+1, N]; // 语句 S4
  endfor // loop-j
endfor // loop-i
```

1) 给出此循环的语句依赖图。

$S4 \delta^f S1$ 、 $S3 \delta^f S2$ 、 $S2 \delta^f S3$ 、 $S3 \delta^f S4$,

语句依赖图:



2) 尝试向量化/并行化此循环。

最内层可以向量化，也可以并行化

向量化: $A[j+1, 1:100] = B[j] + C[j, 1:100]$;

并行化:

doall $k = 1$ to 100

$A[j+1, k] = B[j] + C[j, k]$;

end doall

第三题:

(1)

for $i = 1$ to 100 do //循环 1

for $j = 1$ to 50 do

S: $A[3*i+2, 2*j-1] = A[5*j, i+3] + 2$;

endfor

endfor

1) 给出满足依赖方向向量(1,1)的迭代依赖对集合的描述。

迭代对: $\{ \langle S(i_1, j_1), S(i_2, j_2) \rangle \mid 3*i_1+2 = 5*j_2 ; 2*j_1-1 = i_2+3, 1 \leq i_1 \leq 100, 1 \leq j_1 \leq 50, 1 \leq i_2 \leq 100, 1 \leq j_2 \leq 50 \}$

也等于: $\{ \langle S(i_1, j_1), S(i_2, j_2) \rangle \mid (i_1, j_1) = (31, 18), (36, 21), (41, 23), (41, 24), (46, 26), (46, 27), (51, 28), (51, 29), (51, 30), (56, 31), (56, 32), (56, 33), (61, 33), (61, 34), (61, 35), (61, 36), (66, 36), (66, 37), (66, 38), (66, 39), (71, 38), (71, 39), (71, 40), (71, 41), (71, 42), (76, 41), (76, 42), (76, 43), (76, 44), (76, 45), (81, 43), (81, 44), (81, 45), (81, 46), (81, 47), (81, 48), (i_2, j_2) = (32, 19), (38, 22), (42, 25), (44, 25), (48, 28), (50, 28), (52, 31), (54, 31), (56, 31), (58, 34), (60, 34), (62, 34), (62, 37), (64, 37), (66, 37), (68, 37), (68, 40), (70, 40), (72, 40), (74, 40), (72, 43), (74, 43), (76, 43), (78, 43), (80, 43), (78, 46), (80, 46), (82, 46), (84, 46), (86, 46), (82, 49), (84, 49), (86, 49), (88, 49), (90, 49), (92, 49) \}$

2) 找出与迭代 $(i=11, j=11)$ 相依赖的迭代 (m, n) 并指出是哪种依赖?

与迭代 $(i=11, j=11)$ 相依赖的迭代 $(i=18, j=7)$, 迭代 $(i=18, j=7)$ 流依赖于迭代 $(i=11, j=11)$

3) 能否向量化最内层的 j 循环? 如不行, 简述理由。

不能, 因为存在 $S \delta^f S$, 且方向向量为 $(0,1)$ 的流依赖: 迭代 $(i=26, j=15)$ 与迭代 $(i=26, j=16)$, 而且存在迭代 $(i=6, j=5)$ 与迭代 $(i=6, j=4)$ 的反依赖, 故不可以。

(2)

S1: $x = y * 2$

for $i = 1$ to 100 do

S2: $C[i] = B[i] + x$

S3: $A[i] = C[i-1] + z$

S4: $C[i+1] = A[i] * B[i]$

for $j = 1$ to 50 do

S5: $D[i,j] = D[i,j-1] + x$

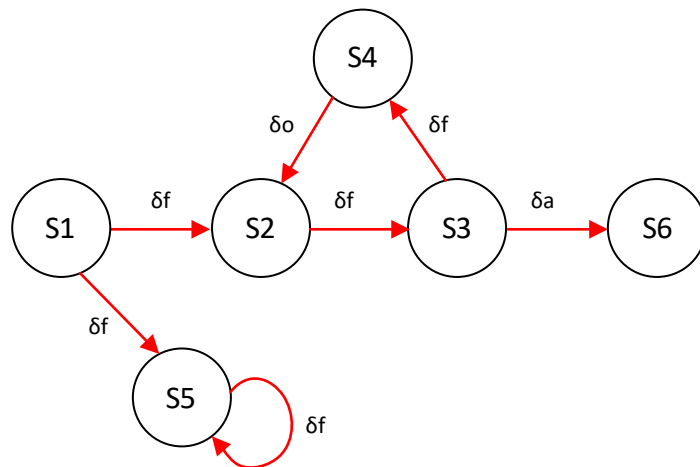
endfor

endfor

S6: $z = y + 4$

$S1 \delta^f S2$ 、 $S1 \delta^f S5$ 、 $S2 \delta^f S3$ 、 $S4 \delta^o S2$ 、 $S3 \delta^f S4$ 、 $S3 \delta^a S6$ 、 $S5 \delta^f S5$

语句依赖图为：



第四题：

(1)

for $i = 2$ to 10 do //循环 1

for $j = i$ to 10

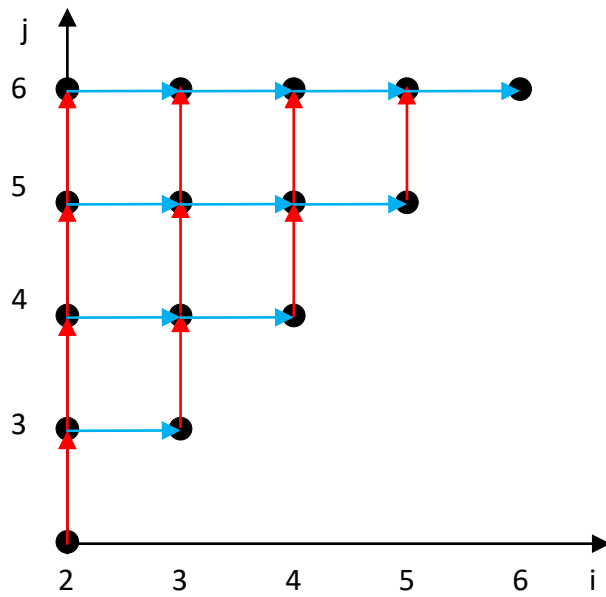
S: $A[i,j] = (A[i,j-1] + A[i-1,j]) * 0.5;$

endfor

endfor

$S \delta^f S$ 与 $S \delta^f S$ ，距离向量分别为 $(0,1)$ 和 $(1,0)$

迭代依赖示意图为：

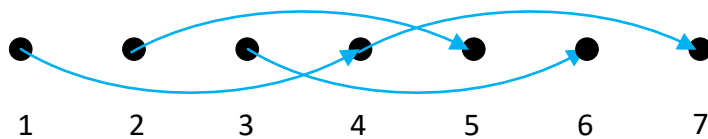


(2)

```
for i = 1 to 16 do // 循环 2
  S:  A[i+3] = A[i] + B[i];
endfor
```

$S \delta^f S$, 距离向量为 (3)

迭代依赖示意图为:

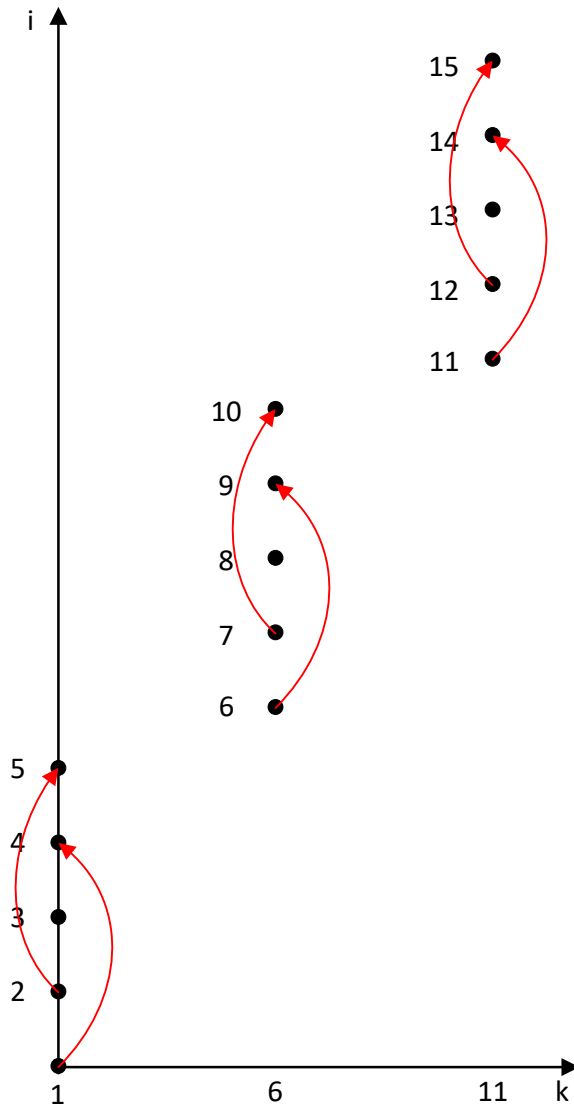


(3)

```
for k = 1 to 16 step 5 do // 循环 3 ,k 的循环步长为 5
  for i = k to min(16,k+4) do // 设 min 为求最小值函数
    S:      A[i+3] = A[i] + B[i]
  endfor
endfor
```

$S \delta^f S$, 距离向量为 (0, 3)

迭代依赖图:



第五题:

(1)

for i = 1 to 100 do //循环 1

S1: $A[i] = A[i] + B[i-1];$

S2: $B[i] = C[i-1] * 2;$

S3: $C[i] = 1 / B[i];$

S4: $D[i] = C[i] * C[i];$

endfor

$S2 \delta^f S1$ 、 $S2 \delta^f S3$ 、 $S3 \delta^f S2$ 、 $S3 \delta^f S4$

故可以循环分布成:

for i = 1 to 100 do //循环 1

$B[i] = C[i-1] * 2;$

$C[i] = 1 / B[i];$

endfor

for i = 1 to 100 do //循环 2

$A[i] = A[i] + B[i-1];$

```

    D[i] = C[i] * C[i];
endfor

```

循环 1 不可以并行化也不可以向量化

循环 2 可以两个语句向量化，也可以并行化。

```

    A[1:100] = A[1:100] + B[0:99];
    D[1:100] = C[1:100] * C[1:100];
或
doall i = 1 to 100
    A[i] = A[i] + B[i-1];
    D[i] = C[i] * C[i];
enddoall

```

(2)

```

    for i = 1 to 999 do // 循环 2
S:      A[i] = B[i] + C[i];
T:      D[i] = ( A[i] + A[ 999-i+1 ] ) / 2 ;
    endfor

```

$S \delta^f T$ 、 $T \delta^a S$

可以采用圈收缩

拆成

```

    for i = 1 to 499 do //循环 1
        A[i] = B[i] + C[i];
        D[i] = ( A[i] + A[ 999-i+1 ] ) / 2 ;
    endfor
    for i = 500 to 999 do //循环 2
        A[i] = B[i] + C[i];
        D[i] = ( A[i] + A[ 999-i+1 ] ) / 2 ;
    endfor

```

循环 1 和循环 2 均可以并行化，也可以向量化其中的两个语句

(3)

```

    for i = 1 to 100 do // 循环 3
        for j = 1 to 100 do
S:          A[3*i+2*j, 2*j] = C[i,j] * 2 ;
T:          D[i,j] = A[i-j+6, i+j] ;
        endfor
    endfor

```

通过计算，若 S 和 T 有依赖关系，则需要满足：

$$3*i_1+2*j_1 = i_2-j_2+6$$

$$2*j_1 = i_2+j_2$$

二式子相减，有 $3*i_1 = 6 - 2*j_2$

在范围内没有整数解，故不存在依赖关系

则本题循环可以并行化也可以分别向量化