Diseño Mecánico y Manufactura

1. Física detrás del paracaídas:

Lo primero que se realiza es un diagrama de cuerpo libre del sistema paracaídas - Cansat:

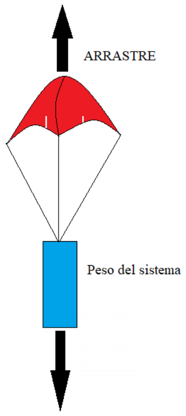


Figura 1-1. Diagrama de cuerpo libre del sistema paracaídas – Cansat

En caso de que se considere un tiempo de apertura del paracaídas posterior a la llegada del Cansat al punto de máxima altura se presentan las ecuaciones de caída libre:

Si se considera la gravedad como constante:

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2}.g.t^2 \tag{1-1}$$

- g: aceleración gravitacional ($9.80665\frac{m}{s^2}$)
- y_0: posición de soltura

Y para determinar su velocidad antes de la apertura, se deriva respecto al tiempo:

$$\frac{dy(t)}{dt} = v(t) = -g.t \tag{1-2}$$

Sin embargo, la gravedad varía según la ubicación. También varía según la distancia a la que nos separemos de la superficie de la tierra.

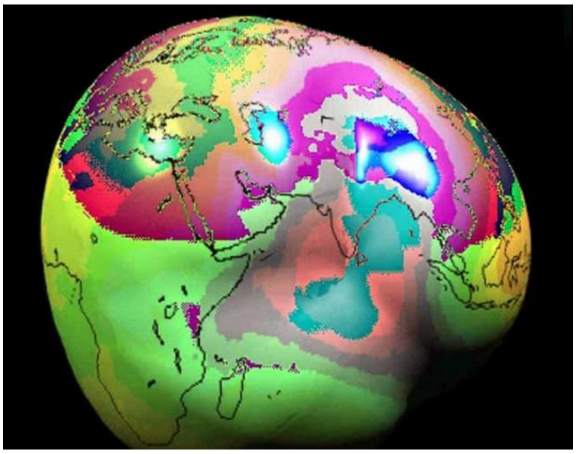


Figura 1-2. Mapa de gravedad de la tierra. Referencia [1]

Con ello en mente, la atracción gravitatoria también es dependiente de la distancia a la superficie de la tierra en la que nos encontremos, por lo que se presenta una solución en caso de que se considere la aceleración de la gravedad variable:

- Se usará un método iterativo de 2 ecuaciones, cuyos valores se van actualizando de manera discreta en el tiempo:
  - Primero se debe determinar la aceleración a una determinada altura. Para ello se usa la ley de gravitación universal:

$$F = G.\frac{M.m}{r^2} \tag{1-3}$$

    - G: constante de gravitación universal
    - M, m: masa de los cuerpos (consideramos que sus masas se encuentran concentradas en el centro)
    - r: distancia entre los cuerpos

    Acomodándola, usando la segunda ley de Newton:

$$m.a = \frac{G.M}{r^2}.m$$

$$a_{superficie} = \frac{G.M}{r^2} = 9.80665\,\frac{m}{s^2}$$

    Pero al elevarnos una determinada altura sobre la superficie:

$$a_{altura} = \frac{G.M}{(R+h)^2} \tag{1-4}$$

  - Lo siguiente es usar la ecuación de movimiento en caída libre:

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2}.a_{altura}.t^2 \tag{1-5}$$

    Sin embargo, ahora la aceleración de la gravedad no toma un valor único. Por lo que podemos determinar su velocidad hasta el punto de apertura:

$$\frac{dy(t)}{dt} = v(t) = -a_{altura}.t \tag{1-6}$$

  - Finalmente, tomamos tiempos discretos usando recursos computacionales hasta la apertura del paracaídas para determinar su velocidad exacta.

Cuando el paracaídas es abierto se genera una fuerza de arrastre:

Con la segunda ley de Newton:

$$F_a - W_t = m_t.\dot{v}$$

- m_t: masa del sistema
- F_a: fuerza de arrastre
- W_t: peso total del sistema

Donde:

$$F_a = \frac{1}{2}.\rho.v^2.c_d.S_0 \tag{1-7}$$

Pag 51:

https://esamultimedia.esa.int/docs/edu/Tips_for_teams_2018.pdf

- ρ : densidad del aire (a nivel del mar 1.225$\frac{kg}{m^3}$)
- c_d: coeficiente de arrastre
- v: velocidad de descenso del paracaídas
- S: área de la superficie del paracaídas

Además, consideramos:

$$W_t = W_p + W_c \tag{1-8}$$

- W_p: peso del paracaídas
- W_c: peso del Cansat

$$W_p = S_o . w_c + L_s . N_{SL} . w_{SL} . \frac{F_{SL}}{1000} \tag{1-9}$$

Pag 321:

https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a247666.pdf

- S_o: superficie total del paracaídas [m^2]
- w_c: peso específico de la campana [$\frac{N}{m^2}$]
- L_s: longitud de las líneas de suspensión [m]
- N_{SL}: número de líneas de suspensión
- w_{SL}: peso específico de las líneas de suspensión [$\frac{N}{m}$]
- F_{SL}: rigidez de las líneas de suspensión [N]

Si el descenso es a velocidad constante, entonces la aceleración es cero (se puede considerar no cte.):

$$F_a = W_t$$

$$\frac{1}{2} . \rho . v^2 . c_d . S_0 = W_t \tag{1-10}$$

Sobrescribiendo la ecuación:

$$k . v^2 = W_t$$

Y así determinamos la velocidad límite a nivel del mar:

$$v_l = \sqrt{\frac{W_t}{k}} \tag{1-11}$$

Respecto a la densidad del aire seco, ya que es muy complicado describir su influencia exacta sobre nuestro sistema de recuperación, se hará una aproximación aerodinámica teórica lo más precisa posible.

Para la temperatura, ya que esta presenta un gradiente de descenso de $6.5 \frac{K}{Km}$ hasta llegar a los 11km.

Tomando el gradiente como la pendiente de la relación temperatura-altura:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta T}{\Delta h} = \frac{T - T_0}{h - h_0} = -6.5 \frac{K}{km}$$

$$T - T_0 = -6.5(h - h_0)$$

$$T = T_0 - 6.5\,(h) \tag{1-12}$$

- h_0 = 0m
- h: $altura\ actual\ (km)$
- T_0 : temperatura inicial a 0m

Respecto a la presión, primero usamos la relación de presión en un fluido respecto a la altura:

$$dP = -\rho g dh \tag{1-13}$$

Finalmente despejamos la densidad usando la ecuación de gases ideales, ya que este es el dato necesario para determinar la superficie:

$$n = \frac{m}{M}$$

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT$$

$$P = \frac{m}{V}\frac{R}{M}T = \rho\frac{R}{M}T \qquad (1\text{-}14)$$

Llegando así a la definición de la constante universal para el aire como la relación entre la constante universal de los gases ideales y el peso molecular del aire:

$$R_d = \frac{R}{M} = \frac{8.314472\ \frac{m^3Pa}{Kmol}}{0.028966\frac{Kg}{mol}} = 287.04\ \frac{m^3Pa}{K}$$

Sobrescribimos la ecuación:

$$\rho = \frac{P}{R_d.T} \qquad (1\text{-}15)$$

- P: presión absoluta
- ρ: densidad de aire seco
- R_d: constante de gases para aire seco ($287.042\frac{J}{kg.K}$)
- T: Temperatura absoluta (la temperatura disminuye 6.5K por cada km)

Con ello, podemos reemplazar este valor de densidad en la ecuación 1-14:

$$dP = -\frac{Pgdh}{R_{aire}T}$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Pgdh}{R_{aire}T} = -\left(\frac{g}{R_{aire}(T_0 - 6.5\ h)}\right)dh$$

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\frac{g}{R_{aire}}\int_{h_0=0}^{h}\left(\frac{1}{T_0 - 6.5\ h}\right)dh$$

$$P = P_0(\,1 - 6.5\frac{h}{T_0})^{5.2561} \qquad (1\text{-}16)$$

$$P = 101325Pa(\,1 - 6.5\frac{11.5km}{295.15K})^{5.2561} = 21.8312778\ Pa$$

Combinando estas ecuaciones, es posible determinar el área que tendrá el paracaídas, el tiempo de descenso deseado, y predecir la velocidad de impacto.

Para determinar ecuación de movimiento:

$$\frac{dv}{dt}.m = k.v^2 - m.g$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k}{m}.v^2 - g$$

Expresando la posición en función de la velocidad mediante un cambio de variable:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}.\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}v$$

La ecuación se reescribe:

$$v\frac{dv}{dx} = \frac{k}{m}.v^2 - g$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{v_0}^{v} \frac{v\,dv}{\frac{k}{m}.v^2 - g}$$

$$x - x_0 = \frac{{v_l}^2}{2g}.\ln\left(\frac{v^2 - {v_l}^2}{{v_0}^2 - {v_l}^2}\right)$$

$$v^2 = {v_l}^2 + ({v_0}^2 - {v_l}^2).e^{\left(-\frac{2g}{{v_l}^2}(x_0 - x)\right)} \tag{1-17}$$

2. Paracaídas: Determinar su geometría:

Una vez determinada la velocidad de descenso, se determina la velocidad de descenso para cualquier altitud:

$$V_{eo} = V_l.\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} \tag{2-1}$$

Pag 71

https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a247666.pdf

Donde $\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}$ se obtiene de la siguiente tabla en función de la altura:

Altitud (m)	Presión (Pa)	Densidad (kg/m3)	1/√(ρ/ρ_0)
0	101.325	1.22500	1.0000
1000	97.717	1.18956	1.0148
2000	94.214	1.15490	1.0299
3000	90.813	1.12103	1.0453
4000	87.513	1.08793	1.0611
5000	84.311	1.05558	1.0773
6000	81.205	1.02398	1.0938
7000	78.192	0.99313	1.1106
8000	75.271	0.96296	1.1279
9000	72.439	0.93352	1.1455
10000	69.695	0.90477	1.1636
12000	64.458	0.84932	1.2010
14000	59.546	0.79652	1.2401
16000	54.943	0.74628	1.2812
18000	50.632	0.69851	1.3243
20000	46.601	0.65312	1.3695

Figura 2-1. Propiedades de la atmósfera con la altura. Referencia [2]

Pag 47:

https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a247666.pdf

Ahora es posible determinar la presión dinámica, la cual es un valor frecuentemente usado en aerodinámica:

$$q = \frac{\rho}{2}.{V_{eo}}^2 \tag{2-2}$$

- Donde ρ es la densidad a una altura determinada

Sobrescribiendo la ecuación 1.6:

$$C_d . S_0 = \frac{W_T}{q}$$

Entonces, definiendo un valor de C_d se determina el área:

$$S_0 = \frac{W_T}{C_d . q} \qquad (2\text{-}3)$$

Para la elección de la forma, se usa la siguiente tabla:

TYPE	CONSTRUCTED SHAPE PLAN	CONSTRUCTED SHAPE PROFILE	CONSTRUCTED SHAPE $\frac{D_c}{D_o}$	INFLATED SHAPE $\frac{D_p}{D_o}$	DRAG COEF C_{D_o} RANGE	OPENING FORCE COEF C_X (INF MASS)	AVERAGE ANGLE OF OSCILLATION, DEGREES	GENERAL APPLICATION
FLAT CIRCULAR	D_c		1.00	0.67 TO 0.70	0.75 TO 0.80	~1.7	±10 TO ±40	DESCENT, OBSOLETE
CONICAL		D_c	0.93 TO 0.95	0.70	0.75 TO 0.90	~1.8	±10 TO ±30	DESCENT, M < 0.5
BICONICAL		D_c	0.90 TO 0.95	0.70	0.75 TO 0.92	~1.8	±10 TO ±30	DESCENT, M < 0.5
TRICONICAL POLYCONICAL		D_c	0.90 TO 0.95	0.70	0.80 TO 0.96	~1.8	±10 TO ±20	DESCENT, M < 0.5
EXTENDED SKIRT 10% FLAT		D_c 0.1 D_c	0.86	0.66 TO 0.70	0.78 TO 0.87	~1.4	±10 TO ±15	DESCENT, M < 0.5
EXTENDED SKIRT 14.3% FULL		D_c 0.143 D_c	0.81 TO 0.85	0.66 TO 0.70	0.75 TO 0.90	~1.4	±10 TO ±15	DESCENT, M < 0.5
HEMISPHERICAL		D_c	0.71	0.66	0.62 TO 0.77	~1.6	±10 TO ±15	DESCENT, M < 0.5, OBSOLETE
GUIDE SURFACE (RIBBED)	D_c		0.63	0.62	0.28 TO 0.42	~1.2	0 TO ±2	STABILIZATION, DROGUE, 0.1 < M < 1.5
GUIDE SURFACE (RIBLESS)	D_c		0.66	0.63	0.30 TO 0.34	~1.4	0 TO ±3	PILOT, DROGUE, 0.1 < M < 1.5
ANNULAR		D_c	1.04	0.94	0.85 TO 0.95	~1.4	<±6	DESCENT, M < 0.5
CROSS	D_c		1.15 TO 1.19	0.66 TO 0.72	0.60 TO 0.85	1.1 TO 1.2	0 TO ±3	DESCENT, DECELERATION

Figura 2-2. Propiedades de los paracaídas según su forma. Referencia [2]

Pag 82:

https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a247666.pdf

Se usará el paracaídas de cruz, ya que nos brinda un buen coeficiente de arrastre y su diámetro proyectado es mayor que el nominal, por lo que, al lado de unas cuerdas largas y la simetría en su diseño, cumple los requisitos para esta misión.

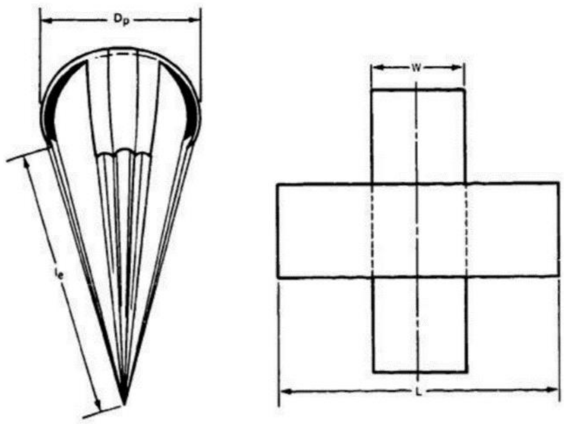


Figura 2-3. Diseño de paracaídas tipo cruz. Referencia [2]

Para determinar la longitud (L):

$$S_0 = 2L.w - w^2 \qquad (2\text{-}4)$$

- Usando $R_G = \frac{w}{L}$:

$$S_0 = 2R_G.L^2 - L^2.{R_G}^2$$

Despejamos la longitud:

$$L = \sqrt{\frac{S_0}{2R_G - {R_G}^2}}$$

(2-5)

El valor de R_G se determina con la siguiente tabla:

$\frac{W}{L}$	Nominal Porosity	Geometric Porosity	Effective Porosity C	α_{stable} (degrees)	$C_{T\alpha}$ stable	$\left.\frac{dC_M}{d\alpha}\right]_{\alpha=0}$ deg^{-1}
FREE STREAM						
.333	9 - 11	29.3%	.0027	± 16°	.86	+ .026
.333	60 - 90	29.3%	.0141	± 13°	.83	+ .021
.333	120	29.3%	.0414	0	.75	- .008
.264	9 - 11	41.7%	.0027	0	.84	- .011
.264	60 - 90	41.7%	.0141	0	.79	- .013
.264	120	41.7%	.0414	0	.67	- .018
.264	194	41.7%	.0893	0	.67	- .014
.194	9 - 11	55.3%	.0027	0	.78	- .052
.194	60 - 90	55.3%	.0141	0	.76	- .045
.194	120	55.3%	.0414	0	.64	- .026

Figura 2-4. Características de estabilidad y arrastre de paracaídas tipo cruz. Referencia [3]

Pag 30:

https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/460890.pdf

Y ahora despejamos el valor de w:

$$w = L.R_G \qquad (2\text{-}6)$$

3. Paracaídas: Determinar su material y peso:

Para calcular el peso del paracaídas, primero debemos determinar el material tanto de la campana, las cuerdas y las conexiones.

Tal como se muestra en la figura 3-1, existen distintos materiales para la fabricación de las campanas y cuerdas, por lo que luego de un análisis de muchos tipos, solo se presentará al elegido y la justificación del cumplimiento de las especificaciones requeridas.

Characteristic	Dimensions	Silk	Cotton	Rayon	Nylon	Dacron	Nomex	Kevlar 29	Glass fiber "E"	Graphite	Stainless steel
Staple length	Inch	400-1300 yds	½-2½	Continuous	Continuous	Continuous	Continuou	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous
Tensile strength	lb/in²	-	-	-	118,000	120,000	90,000	370,000	350,000	285,000	250,000
Tenacity	Gr/Denier	3.8-5.2	2.1-6.3	1.5 5.0	6-9	6-9	5	20-22	7.7	14.0	-
Specification weight	Gr/Cm³	1.34	1.52	1.5	1.14	1.38	1.38	1.44	2.54	1.61	7.8
Ultimate elongation	%	13-31	3-7	15-25	25-40	12-20	16	3-5	3	-	1.1
Zero strength (melting point)	°F	302(D)	450(D)	350-450	490	485	800	850	1350	5000	2200
50% strength retention	°F	280	300	-	330	350	500	550	685	-	1800
Minium yarn size	Denier	11/13	15	20	20	20	200	50	-	-	-
Filament diameter	Inch	0.0005	< 0.001	0.0005	0.001	0.001	-	0.0005	0.0005	-	0.0005
Wet strength	%	75-95	110-130	45-55	85-90	95	65	100	95-100	-	-
Resistance to											
Ultraviolet rays		P	G	P	P	G	G	D	E	-	E
Storage, aging		G	G	G	E	E	E	G	E	-	-
Fungus, bacteria		P	P	P	G	G	G	G	E	-	..
Flame		P	Burns	Burns	G	G	E	G	E	-	-

NOTE: P = poor, G = good, E = excellent
(D) decomposes

Figura 3-1. Características según el tipo de paracaídas. Referencia [2]

Nylon – Ripstop:

Ripstop es una tela anti desgarro cuya estructura es formada por hilos gruesos de alta resistencia. El nylon fue desarrollado poco antes de la Segunda Guerra Mundial para su uso en ropa. Este es una resina sintética (poliamida) de alta tenacidad que es formada por moléculas largas y altamente ordenadas, además de las altas fuerzas intermoleculares que permiten resistir el deslizamiento. La tenacidad del nylon varía entre 2,5 a 9,5 gramos por denier, además sus rangos de elongación van desde 29 a 40%. El nylon tipo 6.6, utilizado para telas de paracaídas, tiene una clasificación de 6,6 gramos por denier, aproximadamente equivalente a una tenacidad de $115\frac{lb}{in^2}$, que se compara favorablemente con otros materiales utilizados en la industria aeroespacial.

Esto nos brinda ligereza, resistencia, durabilidad y el costo es económico. Junto a ello, el nylon presenta cierta histéresis, por lo que este material es elegido por su capacidad de estirarse sin romperse y volver a su forma original.

En cuanto a las líneas de suspensión, estas serán de Dracon 600. Serán 8 y cada una contará con una longitud de 1m.

- <u>Cálculos Específicos:</u>
  Considerando un peso total de 400 g, un coeficiente de arrastre de 0.75 y una velocidad límite de $9\,\frac{m}{s}$

$$S_0 = \frac{0.4\ kg}{0.75\ \times q}$$

$$q = \frac{0.3363}{2} \times 7.735^2 = 10.053$$

$$V_{eo} = 9 \times \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} = 7.735$$

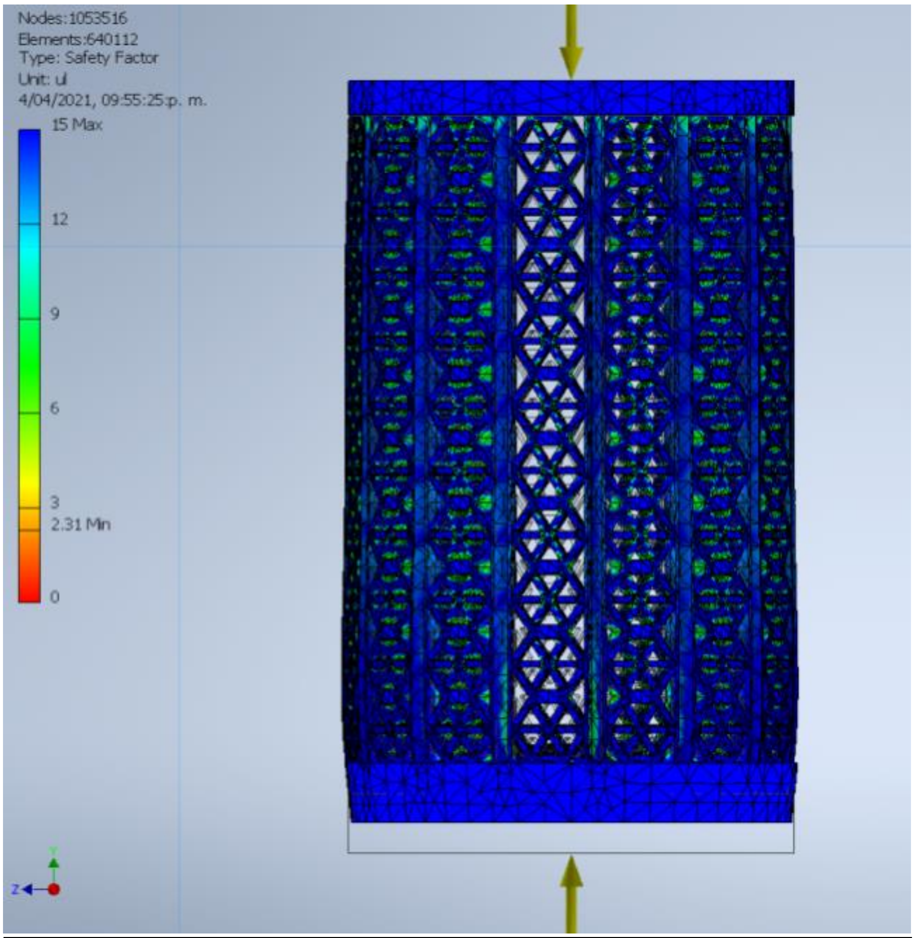
$$S_0 = \frac{0.4\ kg}{0.75\ \times 7.735} = 530.522\ cm^2$$

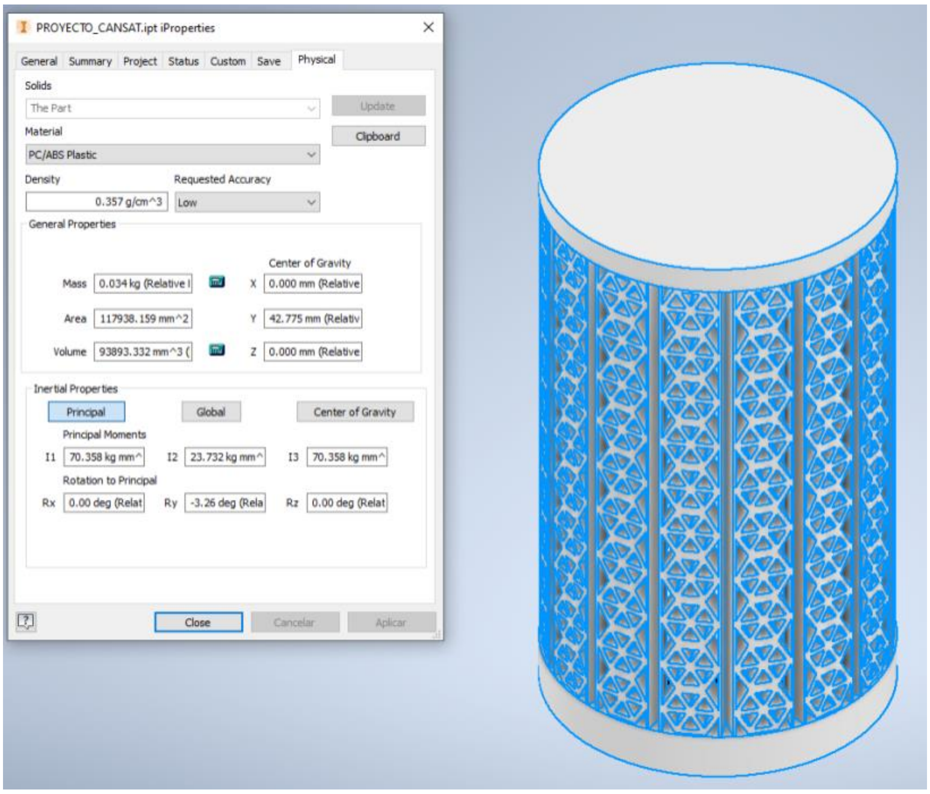
$$L = \sqrt{\frac{530.522}{2 \times 0.194 - 0.194^2}} = 38{,}913$$

$$w = 7.55$$

Se asumirá una longitud de 50cm y una anchura de 10cm

4. Cansat: Determinar la forma de estructura externa





5. <u>Cansat: Determinar material de estructura externa y definir la base</u>

6. Paracaídas: Determinar manufactura y definir ubicación en Cansat
7. Paracaídas: Realizar Diseño
8. Cansat: Determinar geometría de zona de daño 0
9. Cansat: Determinar disposición de componentes
10. Cansat: Determinar material interno y manufactura
11. Realizar Diseño
12. Realizar Presentación

Referencias:
[1] JPL, NASA. (2001). Mapa de gravedad de la tierra [Figura]. Recuperado de https://apod.nasa.gov/apod/ap011113.html
[2] Theo W. Knacke, Parachute Recovery Systems Design Manual, 1991.
[3] R. J. Niccum, E.L. Haak, Robert Gutenkauf, Drag and Stability of cross type parachutes, 1965.

http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/92207/fichero/TFG-2207-SANCHEZ.pdf
https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/731023.pdf