DEFINICIÓN DE DERIVADA.

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

TASA DE VARIACIÓN MEDIA:

$$TVM[a,b]=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\qquad \begin{array}{l} TVM[a,b]>0\to Crece \\ TVM[a,b]<0\to Decrece \end{array}$$

PROPIEDADES:

$$y=f(x)\pm g(x)\Rightarrow y'=f'(x)\pm g'(x)$$

$$y=f(x)\cdot g(x)\Rightarrow y'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$$

$$y=\frac{f(x)}{g(x)}\Rightarrow y'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$y=k\Rightarrow y'=0$$

$f(x)=x$ $f'(x)=1$	$f(x)=x^n$ $f'(x)=nx^{n-1}$
$f(x)=\sqrt{x}$ $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	
$f(x)=a^x$ $f'(x)=a^x\ln a$	$f(x)=e^x$ $f'(x)=e^x$
$f(x)=\log_a x$ $f'(x)=\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln a}$	$f(x)=\ln x$ $f'(x)=\frac{1}{x}$
$f(x)=\operatorname{sen} x$ $f'(x)=\cos x$	$f(x)=\cos x$ $f'(x)=-\operatorname{sen} x$
$f(x)=\operatorname{tg} x$ $f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}=1+\operatorname{tg}^2 x$	
$f(x)=\operatorname{arcsen} x$ $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$f(x)=\arccos x$ $f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)=\operatorname{arctg} x$ $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$	

$y=k\cdot f(x)$ $y'=k\cdot f'(x)$	$y=[f(x)]^n$ $y'=n[f(x)]^{n-1}\cdot f'(x)$
$y=\sqrt{f(x)}$ $y'=\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\cdot f'(x)$	
$y=a^{f(x)}$ $y'=a^{f(x)}\cdot\ln a\cdot f'(x)$	$y=e^{f(x)}$ $y'=e^{f(x)}\cdot f'(x)$
$f(x)=\log_a f(x)$ $f'(x)=\frac{1}{f(x)}\cdot\frac{1}{\ln a}\cdot f'(x)$	$y=\ln f(x)$ $y'=\frac{f'(x)}{f(x)}$
$y=\operatorname{sen}[f(x)]$ $y'=\cos[f(x)]\cdot f'(x)$	$y=\cos[f(x)]$ $y'=-\operatorname{sen}[f(x)]\cdot f'(x)$
$y=\operatorname{tg}[f(x)]$ $y'=\frac{1}{\cos^2[f(x)]}\cdot f'(x)=(1+\operatorname{tg}^2[f(x)])\cdot f'(x)$	
$f(x)=\operatorname{arcsen} f(x)$ $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-f(x)^2}}\cdot f'(x)$	$f(x)=\arccos f(x)$ $f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-f(x)^2}}\cdot f'(x)$
$f(x)=\operatorname{arctg} f(x)$ $f'(x)=\frac{1}{1+f(x)^2}\cdot f'(x)$	

FUNCIONES CON X E Y:

y3-7x2+5y2x+17=0

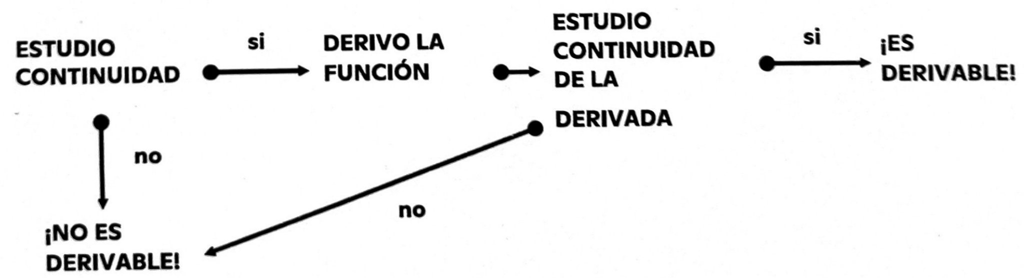
y sin embargo, y' no es difícil de obtener teniendo en cuenta que y=f(x), es decir, y es una función que depende de x. Para calcular la derivada de este tipo de funciones, debemos derivarla directamente, sabiendo que la derivada de y es y'.

DERIVADA LOGARÍTMICA:

$$y=f(x)^{g(x)}\to\ln y=g(x)\cdot\ln(f(x))\xrightarrow{\text{derivando}}\frac{y'}{y}=g'(x)\cdot\ln(f(x))+g(x)\cdot\frac{f'(x)}{f(x)}$$

REGLA DE L'HÔPITAL:

Si una función da: $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}\quad\frac{0}{0}$ $\qquad\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$



MONOTONÍA:

1. Calcular f'(x)
2. Igualar f'(x) a cero (f'(x)=0)
3. Estudiar el signo de la primera derivada:
   > Si f'(x) > 0 ⟶ es creciente.
   > Si f'(x) < 0 ⟶ es decreciente.

EXTREMOS RELATIVOS:

Los puntos que anulan la 1ª derivada (f'(x)=0) se sustituyen en la 2ª derivada y se cumple que:

> Si f''(a) > 0 --> (a,f(a)) es MÍNIMO RELATIVO
> Si f''(a) < 0 --> (a,f(a)) es MÁXIMO RELATIVO
> Si f''(a) = 0 --> la función puede presentar un PUNTO DE INFLEXIÓN

CURVATURA: (extremos absolutos)

Para estudiar la curvatura, lo primero que hacemos es calcularf''(x)=0 y estudiar el signo de la segunda derivada, entonces secumple que:

> Si f''(x) > 0 --> f(x) es CÓNCAVA
> Si f''(x) < 0 --> f(x) es CONVEXA
> Si f''(x) = 0 --> la función puede presentar un PUNTO DE INFLEXIÓN

1. Dominio
2. Monotonía
3. Extremos relativos
4. Curvatura y puntos de inflexión
5. . Asíntotas

⇨ <u>Horizontal</u> y=b $\rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} f(x)=b$

⇨ <u>Vertical</u> x=a $\rightarrow \lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty$

⇨ <u>Oblicua</u> y=mx+n

EN EL CASO DE FRACCIONES ALGEBRAICAS → División euclídea

EN OTRO CASO → $\left.\begin{array}{l} m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} \\ n=\lim_{x\to\infty}(f(x)-mx) \end{array}\right\}$

6. Cortes con los ejes
7. Tabla de valores (si es necesario)

$y=f(a)+f'(a)\cdot(x-a)$ RECTA TANGENTE

$y=f(a)'-\frac{1}{f'(a)}\cdot(x-a)$ RECTA NORMAL