

Empecemos por el caso más simple:  $N=2$

Tenemos las siguientes opciones:

1	2	2	1
2	1	1	2
0	3	3	0
3	0	0	3

-En el caso de  $X=0$ , la respuesta es 4

-En el caso de  $X=1$ , la respuesta es 2

-En el caso de  $X=2$ , la respuesta es 2

Para las demás  $N$ 's la idea es la siguiente:

-Solo hay 2 opciones por fila o columna de aquí en adelante: 1-2 y el resto 0's ó un 3 y el resto 0's

-Sacar el número de combinaciones únicas posibles, es decir sacar el número de permutaciones y restarle las veces que se repiten los patrones en el acomodo

-Si se pone un 3 automáticamente la  $N$  se reduce en 1 es decir:

		-
		-
-	-	3

-Cómo ya hay 3 personas en la fila 3 y en la columna 3 ya no puede haber más casas de campaña ahí por lo que nos quedamos de nuevo con una matriz de  $2 \times 2$  la cual sabes que tiene 4 combinaciones únicas

En el caso especial que  $X=N$  ó  $X=N-1$ :

-Debe de haber un 3 por fila y por columna. Como cada que se pone un 3  $N$  se reduce en uno cada 3 siguiente tiene menos posibilidades de acomodo que el anterior (específicamente una posibilidad menos). Por lo tanto, se tienen  $N!$  combinaciones posibles.

		-
		-
-	-	3

-Como se puede ver en la matriz anterior la primera familia de 3 tuvo 3 posibles lugares para acomodarse (casillas en verde), mientras que la segunda solo tendrá 2 (casillas en amarillo) y la última familia 1.

(También aplica para  $X=N-1$  debido a que solo puedes poner un 3 en la última casilla).

Para el caso en el que  $X=0$

-En la primer fila/columna tenemos  $N$  posibilidades para poner un 2 ó 1 y  $N-1$  posibilidades para poner su complemento o simplemente  $N$  posibilidades de poner un 3 como se vio en caso anterior, es decir:  $N(N-1)+N$  ó  $N^2$  posibles combinaciones (porque sabemos que los demás son 0's).

-Para la segunda fila/columna hay que ser cuidadosos porque si ya hay alguna familia en la misma fila/columna solo podemos poner el complemento (1,2 ó 3). Básicamente tenemos casi el mismo número de posibilidades solo hay que restar los casos especiales de las filas/columnas donde ya hay algo; es decir, al inicio en lugar de tener  $N$  posibilidades tenemos  $N-1$  ya que en la casilla donde ya hay una familia en esa fila/columna no podemos repetir el número, el caso de poner un 1 el 2 tendrá  $N-2$  posibilidades en caso de que el 1 no esté ocupando la casilla donde estaba el otro 2 de lo contrario de igual manera tendrá  $n-1$  posibilidades. En caso de ser un 3 en la primera fila o columna la  $N$  se reduce y comenzamos de nuevo.

-Lo que nos deja con  $(N-2)(N-2) + N-1$  (posibilidades para 1 y 2) +  $N-2$  (posibilidades para 3)

-Analizando el problema nos podemos dar cuenta que es mucho más fácil calcular las posibilidades con el número exacto de 3 que existen.

-Teniendo  $N! / (N-X)!$  posibles acomodos de los 3's por cada X filas/columnas.

--Teniendo en total en la matriz  $(N! - (N - X)!) * \sum_{i=1}^{N-X+1} i$  posibles acomodos de los 3's.

-De ahí nos quedamos con una matriz cuadrada de dimensiones  $m=N-X$  donde ya podemos aplicar el acomodo de 2's y 1's.

--Teniendo en total en la matriz  $m(m - 1) * \prod_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^i j$

-Para sacar el total de posibilidades se tendría que hacer lo siguiente:

$$m = N - X$$

$$\left(\frac{N!}{m!}\right) * \left(\sum_{i=1}^{m+1} i\right) * m(m - 1) * \prod_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^i j$$

De aquí sacamos la siguiente fórmula para  $X>1$  y  $X<N-1$

$$m = N - i$$

$$\prod_{i=X}^{N-2} \left[ \left[ \left(\frac{i!}{m!}\right) * \sum_{j=1}^{m+1} j \right] * \left[ m(m - 1) * \prod_{k=1}^{m-1} \sum_{l=1}^k l \right] \right] + N!$$

De aquí sacamos la siguiente fórmula para  $X=0$

$$m = N - i$$

$$\left[ N(N - 1) * \prod_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^i j \right] + \prod_{i=1}^{N-2} \left[ \left[ \left(\frac{i!}{m!}\right) * \sum_{j=1}^{m+1} j \right] * \left[ m(m - 1) * \prod_{j=1}^{m-1} \sum_{k=1}^j k \right] \right] + N!$$

De aquí sacamos la siguiente fórmula para  $X=1$

$$\left(\frac{N!}{m!}\right) * N * m(m - 1) * \prod_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^i j + N!$$

El último caso como habíamos dicho anteriormente: para  $X=N$  ó  $X=N-1$

$$N!$$