



More

[Next Blog»](#)walter.pina1954@gmail.com [Dashboard](#) [Sign Out](#)[Início](#)[Pesquisa](#)[Disciplinas Ministradas](#)[Interesse de Pesquisa](#)[Publicações](#)[Apresentações](#)[Perfil](#)[Voltar para a página do ADM/UnB](#)

SAUDAÇÕES!

Seja bem vindo à página do professor Pedro Albuquerque. Para saber mais sobre meu currículo, disciplinas ministradas e interesses de pesquisa, navegue no menu disponível no topo da página.

QUINTA-FEIRA, 27 DE SETEMBRO DE 2012

Previsão de Séries Temporais usando Holt Winters.



Usualmente, quando desejamos fazer previsão há uma série de informações sobre o mercado que deveríamos levar em conta. Por exemplo, as vendas de produtos são muitas vezes



Pedro Albuquerque

Possui graduação em Estatística pela Universidade de Brasília (2006), mestrado em estatística pela UFMG (2008), doutorado em administração eixo temático: Finanças e Métodos quantitativos pela Universidade de Brasília (2012), pós-doutorado em Econometria Financeira no Instituto de Matemática e Estatística na Universidade de São Paulo (2014) e pós-doutorado em Bayesian Modeling and Machine Learning Algorithms and Theory na University of Florida (2017). Atualmente é professor adjunto no Departamento de Administração da Universidade de Brasília e coordenador do Laboratório de Aprendizado de Máquina em Finanças e Organizações - LAMFO (lamfo.unb.br). Tem experiência na área de Probabilidade e Estatística, com ênfase em Amostragem, Estatística Espacial, Finanças, Econometria e Aprendizado de Máquina.

[Visualizar meu perfil completo](#)

PESQUISAR ESTE BLOG

ARQUIVO DO BLOG

sazonais, e podemos esperar que as tendências sejam sustentadas por períodos curtos, os quais podem se alterar.

Se temos por exemplo um produto inovador bem-sucedido, as vendas aumentarão inicialmente, mas depois estabilizarão antes de decrescer devido aos concorrentes que entram no mercado. Esse tipo de informação pode ser adequadamente modelada pelo método [Holt-Winters](#).

A nomenclatura usada aqui define a mudança no nível de um período de tempo para o período seguinte, como inclinação (*slope*). Os padrões sazonais também podem mudar devido aos caprichos da moda e da variação do clima.

O método de [Holt-Winters](#) foi sugerido por [Holt \(1957\)](#) e [Winters \(1960\)](#), que trabalharam no *School of Industrial Administration* em *Carnegie Institute of Technology*.

O método usa médias móveis ponderadas exponencialmente para atualizar as estimativas da média ajustada sazonalmente (chamada de nível), inclinação e sazonalidade.

Considere uma série temporal $\{x_t\}$ com período igual a P . O método [Holt-Winters](#) utiliza as seguintes equações:

$$\left. \begin{aligned} a_t &= \alpha(x_t - s_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ s_t &= \gamma(x_t - a_t) + (1 - \gamma)s_{t-p} \end{aligned} \right\}$$

onde a_t , b_t e s_t são as estimativas para o **nível**, **inclinação** e efeito da **sazonalidade** no período t . Os parâmetros α , β e γ são os parâmetros de suavização.

A previsão para valores futuros x_{n+k} em k períodos a frente após a n -ésima observação é dada da seguinte forma:

$$\hat{x}_{n+k|n} = a_n + kb_n + s_{n+k-p} \quad k \leq p$$

- ▶ [2018](#) (1)
- ▶ [2017](#) (12)
- ▶ [2016](#) (13)
- ▶ [2015](#) (12)
- ▶ [2014](#) (2)
- ▶ [2013](#) (2)
- ▼ [2012](#) (32)
 - ▶ [Dezembro](#) (1)
 - ▶ [Novembro](#) (4)
 - ▶ [Outubro](#) (1)
 - ▼ [Setembro](#) (7)
 - [QGIS - Aplicações em geomarketing - Parte 3.](#)
 - [Previsão de Séries Temporais usando Holt Winters.](#)
 - [QGIS - Aplicações em geomarketing - Parte 2.](#)
 - [Teste de razão de variâncias de Lo-MacKinlay.](#)
 - [QGIS - Aplicações em geomarketing - Parte 1.](#)
 - [Calculando a função densidade de probabilidade da ...](#)
 - [Testes de eventos usando o pacote quantmod.](#)
- ▶ [Agosto](#) (4)
- ▶ [Julho](#) (1)
- ▶ [Junho](#) (4)
- ▶ [Maio](#) (6)
- ▶ [Abril](#) (4)

SEGUIDORES

onde a_n é o nível estimado, b_n é a inclinação estimada e $a_n + kb_n$ é o nível estimado no tempo $n + k$ e s_{n+k-p} é a estimativa do peso exponencializado para o efeito sazonal no tempo $n = k - p$. Outra forma do método [Holt-Winters](#) é com efeito sazonal multiplicativo. Nesse caso, o conjunto de equações é dado por:

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \alpha \left(\frac{x_n}{s_{n-p}} \right) + (1 - \alpha)(a_{n-1} + b_{n-1}) \\ b_n &= \beta(a_n - a_{n-1}) + (1 - \beta)b_{n-1} \\ s_n &= \gamma \left(\frac{x_n}{a_n} \right) + (1 - \gamma)s_{n-p} \end{aligned} \right\}$$

A equação de previsão para o período x_{n+k} torna-se:

$$\hat{x}_{n+k|n} = (a_n + kb_n)s_{n+k-p} \quad k \leq p$$

Os parâmetros podem ser fixados no [R](#) ou então estimados de modo a minimizar o erro de previsão. Em outras palavras, quando os parâmetros não são informados, o [R](#) procura pelos valores que minimizam o erro de previsão.

USANDO O MÉTODO HOLT-WINTERS NO R.

Para realizar a estimação e posterior previsão pelo método [Holt-Winters](#) no [R](#) utilizamos a função [HoltWinters](#).

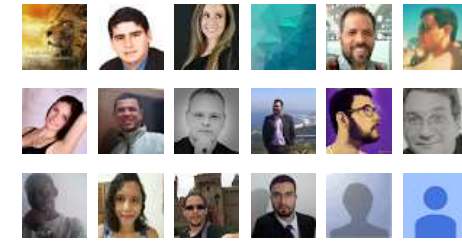
Para esse exemplo, considere a [base de dados das concentrações atmosféricas de CO2 expressos em partes por milhão \(ppm\)](#).

O nome da base em [CSV](#) é denominada [BaseCO2.csv](#).

O primeiro passo é ler a base de dados no [R](#):

```
1 #Lê a base de dados
2 dados.df<-read.csv("http://d1.dropbox.com/u/36068691/BaseCO2.csv")
```

Followers (28) [Next](#)

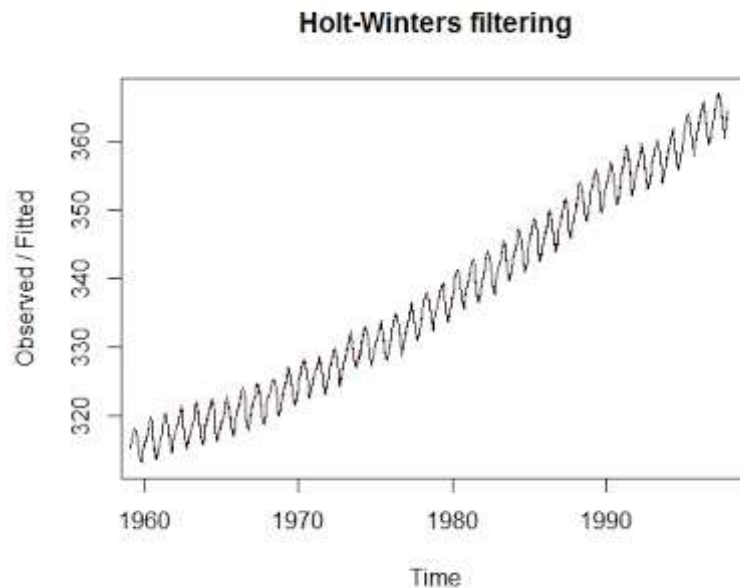


```
3  
4 #Imprime as variáveis existentes  
5 names(dados.df)  
6  
7 #Cria a série temporal  
8 serie<-ts(dados.df$CO2,start=c(1959,1),end=c(1997,12),frequency=12)
```

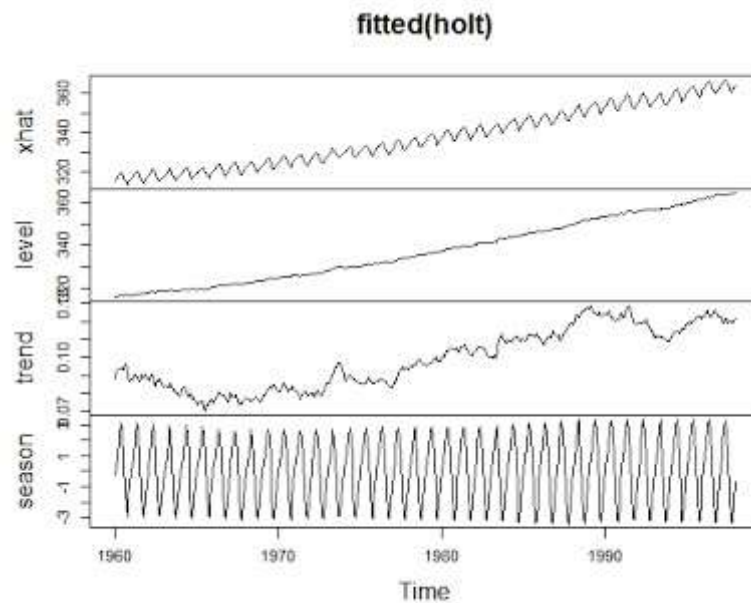
Os dados também foram transformados no formato **ts** com a primeira observação referente a Janeiro de 1959 e a última em Dezembro de 1997. O argumento **frequency=12** informa ao **R** que cada período (de um ano) é composto por 12 observações. Em outras palavras, informa ao **R** que a frequência da série é mensal. Em seguida utilizamos a função **HoltWinters**:

```
1 #Realiza o método Holt-Winters  
2 holt <- HoltWinters(serie)  
3  
4 #Plota a série temporal  
5 plot(holt)  
6  
7 #Plota a decomposição da serie  
8 plot(fitted(holt))
```

A série temporal observada juntamente com seus valores preditos pelo modelo são representados no gráfico abaixo:



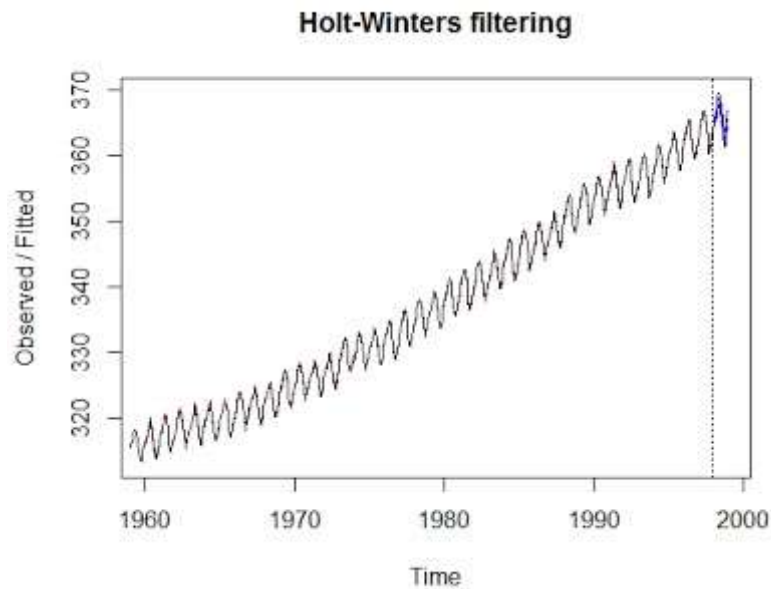
O método decompõe a série temporal. Essa decomposição é apresentada a seguir:



A previsão para o próximo ano com um intervalo de confiança de 95% é dado pelo seguinte comando:

```
1 | #Realiza a previsão para 12 meses a frente
2 | p <- predict(holt, 12, prediction.interval = TRUE, level = 0.95)
3 | plot(holt, p)
```

Cujo resultado é apresentado pelo gráfico abaixo:



Caso não haja sazonalidade evidente, podemos fazer:

```
1 | #Realiza o método Holt-Winters sem efeito sazonal  
2 | holt <- HoltWinters(serie, gamma = FALSE)
```

?

Para maiores detalhes do método [Holt-Winters](#) indico o texto [The Holt-Winters Forecasting Procedure](#).

Postado por [Pedro Albuquerque](#) às [18:05](#)



Marcadores: [Econometria](#), [Previsão](#), [Séries temporais](#)

24 comentários:



Paulo Borges 4 de agosto de 2013 08:11

Brother, boa tarde!

Tens algum material em excel, sem addon, mostrando como aplicar Holt-Winters?

Se tiver, por favor, unixborges arroba gmail

No aguardo!

[Responder](#)



Pedro Albuquerque 4 de agosto de 2013 12:10

Olá Paulo!

Infelizmente não... Mas porque você não tenta o R ?

Existe uma forma de usar o R no Excel:

<http://answers.oreilly.com/topic/1009-how-to-use-r-inside-microsoft-excel/>

[Responder](#)



Simone Aldrey Angelo 18 de novembro de 2013 11:15

Boa tarde, Pedro!

Primeiramente parabéns pelo blog, você consegue nos passar conteúdos complexos de uma forma bem simples.

Tenho uma série composta pelo número diário de pessoas que chegam em um determinado local durante dois anos. Exemplo:

01/01/2011 - 50

02/01/2011 - 52

03/01/2011 - 45

"

"

"

30/12/2012 - 72

31/12/2012 - 75

Gostaria de aplicar Holt-Winters da mesma forma que você aplicou acima. Porém estou com dúvida quanto a frequência, no seu caso, você utilizou a frequência=12, pois é mensal, como faço no meu caso que é diário?

Gostaria de obter a previsão também em valores numéricos, você sabe me informar como faço isto no R? Nos artigos relacionados ao assunto, só encontro o gráfico da previsão.

Muito obrigada

Simone Angelo

[Responder](#)



Pedro Albuquerque 19 de novembro de 2013 14:55

Olá Simone,
Você pode usar frequência como sendo 360 ou ainda 365.
Quanto a previsão, você pode usar a função predict para obter os valores numéricos da previsão.

[Responder](#)



Simone Aldrey Angelo 1 de dezembro de 2013 18:14

Olá Pedro, obrigada pelo auxílio, porém devido a minha pequena experiência com o R, ainda não resolvi meu problema.

Então, meu primeiro pensamento realmente foi usar frequência igual a 365. Porém, quando realizo o método Holt-Winters obtenho o erro seguinte:

```
#Realiza o método Holt-Winters  
> holt <- HoltWinters(analises)  
Erro em decompose(ts(x[1L:wind], start = start(x), frequency = f), seasonal) :  
série temporal não tem período, ou tem menos de 2
```

Acredito que isto acontece, pois apesar de eu ter 730 dados, ao colocar com frequência igual a 365, fico com apenas dois anos e é necessário um mínimo de três períodos, estou correta?

Agora em relação aos valores da previsão realmente não consegui, não sei onde, nem a forma que devo colocar a função predict. Ex: Esta da seguinte forma:

```
#Realiza a previsão para 30 dias a frente  
p <- predict(holt, 30, prediction.interval = TRUE, level = 0.95)  
plot(holt, p)
```

Como usaria a função predict para obter somente os valores numéricos? Após a função plot? De que maneira?

```
predict (holt, p)?  
somente predict ?  
predict (holt~p)
```

Grata

[Responder](#)



Pedro Albuquerque 3 de dezembro de 2013 14:57

Olá Simone,
Quanto a frequência você está correta é necessário ao menos 3 pontos.

Quanto a previsão, tente: `predict(holt)` .

[Responder](#)



Glayson Chagas 12 de março de 2014 09:42

Olá Pedro,

Em primeiro lugar quero te agradecer pelas excelentes dicas que constam aqui sobre esse método e te parabenizar pela iniciativa de um verdadeiro pesquisador, que é de fazer ciência dessa forma aberta e clara.

Em segundo queria tirar uma dúvida, já que sou um iniciante no R. Eu percebi que você indicou uma frequência de 12. Eu pergunto se teria como eu colocar duas frequências? Digamos que eu tenho 25 medidas por cada mês para 6 anos.

Desde já te agradeço!!!

[Responder](#)

[Respostas](#)



Pedro Albuquerque 13 de março de 2014 09:38

Olá Glayson,

Obrigado pelo feedback.

Quanto a sua questão acho que nesse pacote isso não é possível.

Mas procure no Google que deve haver algum pacote capaz de lidar com essa situação.

Grande abraço

[Responder](#)



Luiz Carlos Santos Júnior 9 de agosto de 2014 07:20

Olá Pedro. Você ensina a modelar na forma aditiva, não é? Você poderia me informar como modelo de modo multiplicativo? Abraço.

[Responder](#)



Pedro Albuquerque 9 de agosto de 2014 11:56

Olá Luiz, basta colocar a opção `seasonal = "multiplicative"`Dê uma olhada na função:
<http://stat.ethz.ch/R-manual/R-patched/library/stats/html/HoltWinters.html> .

Grande abraço.

[Responder](#)

Anônimo 14 de outubro de 2014 12:18

Fala Pedro,

Show de bola seu blog... Vou aplicar na empresa, minha dúvida é a seguinte... Como determino os valores de alfa , beta e gama para aplicar as fórmulas?

Abraço

[Responder](#)

Felipe 18 de janeiro de 2015 18:00

Boa noite Pedro, preciso criar um ewma em R, saberia por onde começar? Li que o holtwinter deixando beta e gamma como false cria um ewma, porém como fica os limites superior e inferior?

[Responder](#)

Respostas



Pedro Albuquerque 19 de janeiro de 2015 03:13

Olá Felipe,
Você pode tentar algo como:
`fit <- HoltWinters(dados,gamma=FALSE,beta=FALSE)`
`plot(forecast(fit))`
Boa sorte...

[Responder](#)



Alisson Silva 25 de abril de 2015 06:31

Este comentário foi removido pelo autor.

[Responder](#)

Alisson Silva 25 de abril de 2015 06:32



Olá Pedro, gostaria de saber como ficará a frequência de valores se os dados forem anuais.
Abraços!

[Responder](#)



João Simões 16 de setembro de 2016 09:44

Boa tarde, Pedro!

Primeiramente parabéns pelo blog, você consegue nos passar conteúdos complexos de uma forma bem simples.

Tenho uma série composta pelo número diário em 2 anos. Exemplo:

28/06/2014 - 5043

29/06/2014 - 5250

30/06/2014 - 4532

03/07/2014 - 5689

"

"

12/12/2015 - 7230

13/12/2015 - 7521

Gostaria de aplicar Holt-Winters da mesma forma que você aplicou acima. Porém estou com dúvida quanto a frequência, no seu caso, você utilizou a frequência=12, pois é mensal, como faço no meu caso que é diário? E também não são todos os dias que tenho a marcação como pode ver o exemplo.

Também gostaria de fazer a decomposição desta série e as médias móveis. Como posso proceder, já que ele aparece o erro

Error in decompose(x) : série temporal não tem período, ou tem menos de 2

Obrigado

João Augusto Simões

[Responder](#)



João Simões 16 de setembro de 2016 09:44

Boa tarde, Pedro!

Primeiramente parabéns pelo blog, você consegue nos passar conteúdos complexos de uma forma bem simples.

Tenho uma série composta pelo número diário em 2 anos. Exemplo:

28/06/2014 - 5043

29/06/2014 - 5250

30/06/2014 - 4532

03/07/2014 - 5689

"

"

12/12/2015 - 7230

13/12/2015 - 7521

Gostaria de aplicar Holt-Winters da mesma forma que você aplicou acima. Porém estou com dúvida quanto a frequência, no seu caso, você utilizou a frequência=12, pois é mensal, como faço no meu caso que é diário? E também não são todos os dias que tenho a marcação como pode ver o exemplo.

Também gostaria de fazer a decomposição desta série e as médias móveis. Como posso proceder, já que ele aparece o erro

Error in decompose(x) : série temporal não tem período, ou tem menos de 2

Obrigado

João Augusto Simões

[Responder](#)



Unknown 19 de setembro de 2016 07:39

Olá, Pedro! Parabéns pelo seu BLOG!

Gostaria de saber qual sua sugestão quando se tem os dados estatísticos mensais, porém há necessidade de previsão futura em semanas, dias, etc(periodos diferentes e menores ou maiores de mensais)?

Obrigado,

Márcio.

[Responder](#)



Marcio Meneguzzi 19 de setembro de 2016 07:41

Bom dia, Pedro!

Parabéns pelo seu BLOG!

Gostaria de saber como faço para tratar previsão futura sendo a estatística passada mensal e os períodos futuros a serem previstos em semanas, dias, etc(previsão futura diferente do período da estatística passada)

Obrigado,

Márcio.

[Responder](#)



Marcio Meneguzzi 19 de setembro de 2016 09:47

Olá, Pedro! Parabéns pelo seu BLOG!

Gostaria de saber qual sua sugestão quando se tem os dados estatísticos mensais, porém há

necessidade de previsão futura em semanas, dias, etc(períodos diferentes e menores ou maiores de mensais)?

Obrigado,
Márcio.

[Responder](#)



Unknown 15 de outubro de 2016 22:55

Professor, estou tentando testar o método Holt-Winters no R porem está dando um erro não sei identificar o que estou fazendo de errado

```
HoltWintersModel.3 <- HoltWinters(ga
  x, < br > +seasonal='mult') < br >< br >> HoltWintersModel.3 <
  br > [1]
attr(,"class")
[1] "try-error"
attr(,"condition")
```

[Responder](#)



Unknown 20 de outubro de 2016 16:36

Olá, boa noite!

Esta matéria foi muito útil para mim que estou iniciando no R. Preciso modelar uma série com previsão diária. Faço: Série<-ts(ru.df" alt="x,
+ seasonal='mult')

```
> HoltWintersModel.3
[1] "Error in decompose(ts(x[1L:wind], start = start(x), frequency = f), seasonal) : \n time series has
no or less than 2 periods\n"
attr(,"class")
[1] "try-error"
attr(,"condition")
```

[Responder](#)

Unknown 20 de outubro de 2016 16:36



Olá, boa noite!

Esta matéria foi muito útil para mim que estou iniciando no R. Preciso modelar uma série com previsão diária. Faço: `Série<-ts(ru.df" title="x, + seasonal='mult')`

```
> HoltWintersModel.3
```

```
[1] "Error in decompose(ts(x[1L:wind], start = start(x), frequency = f), seasonal) : \n time series has no or less than 2 periods\n"
```

```
attr(,"class")
```

```
[1] "try-error"
```

```
attr(,"condition")
```

[Responder](#)



Unknown 20 de outubro de 2016 16:36

Olá, boa noite!

Esta matéria foi muito útil para mim que estou iniciando no R. Preciso modelar uma série com previsão diária. Faço: `Série<-ts(ru.df" border="0" class="latex" /> Ref,start=c(Ano,Mês,Dia),end=c(Ano,Mês,Dia),frequency=365)`. Ainda não está dando certo. Você pode me ajudar?

[Responder](#)



Bruno Matos Porto 22 de outubro de 2016 23:36

Muito bom Dr. Pedro Parabéns !!

[Responder](#)

Bruno Matos Porto 3 de novembro de 2016 12:40



Por favor, como faço para testar a versão aditiva e multiplicativa do modelo Holt-WINTERS pela MAPE, MAD MSD ? ou seja testar qual método teve melhor desempenho de previsão através das estatísticas MAPE, MAD MSD.

Preciso dos resultados no gráfico e numéricos de MAPE, MAD MSD.

[Responder](#)

Digite seu comentário...

Comentar como:

Unknown (Goo ▼)

Sair

Publicar

Visualizar

☐ Notifique-me

[Postagem mais recente](#)

[Página inicial](#)

[Postagem mais antiga](#)

Assinar: [Postar comentários \(Atom\)](#)

Tecnologia do [Blogger](#).