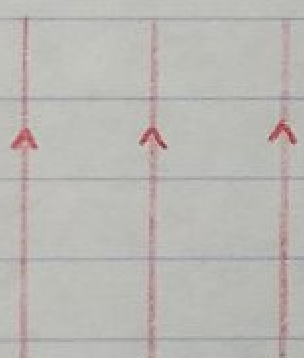
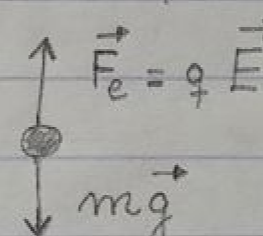
① El peine se carga eléctricamente al ser frotado por el cabello. Al acercarse el peine a los trocitos de papel, el peine polariza los papelitos. Supongamos que el peine se carga positivamente, entonces la atracción que ejerce sobre las cargas negativas de los papelitos es mayor que la repulsión que ejerce sobre las cargas positivas porque las cargas negativas están más cerca del peine que las positivas y la fuerza de Coulomb es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el peine cargado y las cargas de los papelitos.

②



Líneas de $\vec{E}$

Diagrama de cuerpo libre



$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{TOTAL} = m\vec{a} = q\vec{E} + m\vec{g}$$

Como $q > 0$, $q\vec{E}$ va hacia arriba ; $m\vec{g}$ va hacia abajo

$$\Rightarrow F_{TOTAL} = qE - mg \Rightarrow ma = qE - mg$$

$$\Rightarrow a = \frac{qE}{m} - g \Rightarrow a = \left(\frac{40}{3} - 10\right)\frac{m}{s^2} \Rightarrow a = \frac{10}{3}\ m/s^2$$

vertical hacia arriba $\Rightarrow$ trayectoria parabólica

③ ✓ Momento dipolar eléctrico $\vec{p} = q\,\vec{d}$

$\Rightarrow p = (1\times10^{-9}\,C)\times(2\times10^{-10}\,m) = 2\times10^{-19}\,C.m$ (1)

✓ Energía cinética inicial $K_0 = 0$ (2)

✓ Inicialmente $\vec{p}$ es perpendicular al campo eléctrico $\vec{E}$

$\Rightarrow$ la energía potencial $U_0 = -\vec{p}\cdot\vec{E} = 0$ (3)

✓ $\Rightarrow$ La energía total $E_{TOT} = K_0 + U_0 = 0$ (4)

✓ La energía potencial mínima U_{min} ocurre cuando $\vec{p}$ es paralelo a $\vec{E}$ $\Rightarrow U_{min} = -pE\cos 0^\circ$

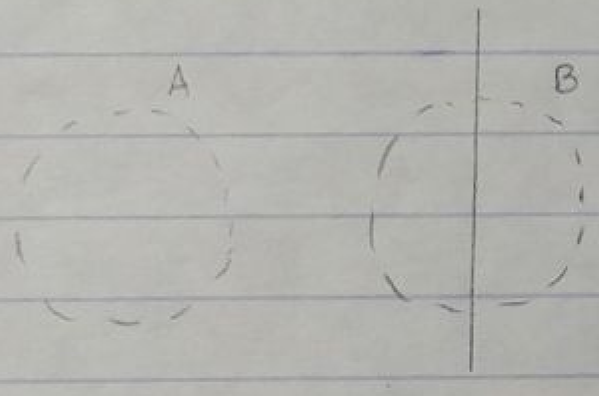
$\Rightarrow U_{min} = -pE = -(2\times10^{-19}\,C.m)(1\times10^{4}\,N/C) = -2\times10^{-15}\,J$ (5)

✓ La energía cinética máxima se produce cuando la energía potencial es mínima

$\Rightarrow E_{TOT} = U_{min} + K_{max}$; como $E_{TOT} = 0$

$\Rightarrow K_{max} = -U_{min} = 2\times10^{-15}\,J$ (6)

④



La ley de Gauss $\Rightarrow \Phi_E = \dfrac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$

En el caso de la superficie A

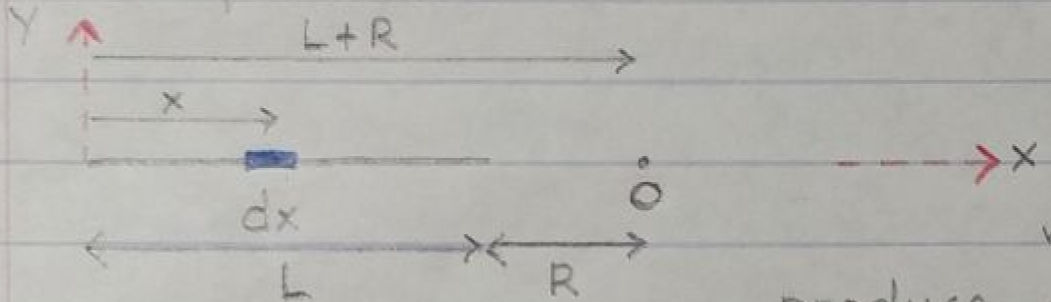
$Q_{enc} = 0 \Rightarrow \Phi_E^A = 0$

En el caso de la superficie B, la carga encerrada es

$Q_{enc} = \lambda\,(2R) \Rightarrow \Phi_E^B = \dfrac{2\lambda R}{\varepsilon_0}$

(5) a) Densidad lineal de carga de la sección rectilínea es $\lambda_L = \dfrac{Q}{L}$ (1). Densidad lineal de carga del semiaro es $\lambda_R = \dfrac{2Q}{\pi R}$ (2)

b) Campo Eléctrico que produce la sección rectilínea en el punto O



✓ En el dx hay una carga $dq = \lambda_L \, dx$ (3)

✓ El campo que produce esta carga dq en O es

$$d\vec{E}_L = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{dq}{(L+R-x)^2}\,\hat{\imath} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_L dx}{(L+R-x)^2}\,\hat{\imath}$$

✓ El campo electrico $\vec{E}_L$ producido por la sección rectilínea L es entonces

$$\vec{E}_L = \frac{\lambda_L}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{dx}{(L+R-x)^2}\,\hat{\imath}$$

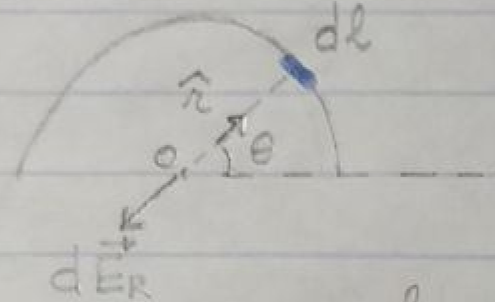
✓ Cambio de variable $\xi = L+R-x \Rightarrow \displaystyle\int \frac{dx}{(L+R-x)^2} = -\int \frac{d\xi}{\xi^2}$

$$= -\int \xi^{-2} d\xi = \xi^{-1} = \frac{1}{\xi} = \frac{1}{L+R-x}\Bigg|_0^L \overset{o}{=} \frac{1}{R} - \frac{1}{L+R}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_L = \frac{\lambda_L}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{L+R}\right)\hat{\imath} = \frac{\lambda_L}{4\pi\varepsilon_0}\frac{L}{(L+R)R}\,\hat{\imath}$$

$$\vec{E}_L = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{Q}{L}\right)\frac{L}{(L+R)R}\,\hat{\imath} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(L+R)R}\right)\hat{\imath} \qquad (4)$$

Campo eléctrico que produce el semiaro en O



✓ La carga contenida en dℓ es $dq = \lambda_R \, d\ell = \lambda_R R \, d\theta$ (5)

✓ El campo eléctrico que produce la carga dq en el punto O es

$d\vec{E}_R = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{dq}{R^2}(-\hat{r})$; donde R es el radio del semiaro y $\hat{r}$ es un vector unitario que se muestra en la figura dado por $\hat{r} = \cos\theta \, \hat{i} + \operatorname{Sen}\theta \, \hat{j}$

✓ El campo eléctrico que produce el semiaro en O es

$$\vec{E}_R = \int d\vec{E}_R = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_R R \, d\theta}{R^2}\left(-\cos\theta \, \hat{i} - \operatorname{Sen}\theta \, \hat{j}\right)$$

$$= \frac{\lambda_R}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(-\int_0^{\pi}\cos\theta \, d\theta \, \hat{i} - \int_0^{\pi}\operatorname{Sen}\theta \, d\theta \, \hat{j}\right)$$

$$= \frac{\lambda_R}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[-\operatorname{Sen}\theta\Big|_0^{\pi}\hat{i} - (-\cos\theta)\Big|_0^{\pi}\hat{j}\right] = \frac{\lambda_R}{4\pi\varepsilon_0 R}(-2)\,\hat{j}$$

$$\vec{E}_R = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{2Q}{\pi R}\right)\left(-\frac{2}{R}\right)\hat{j} = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\,\hat{j} \quad (6)$$

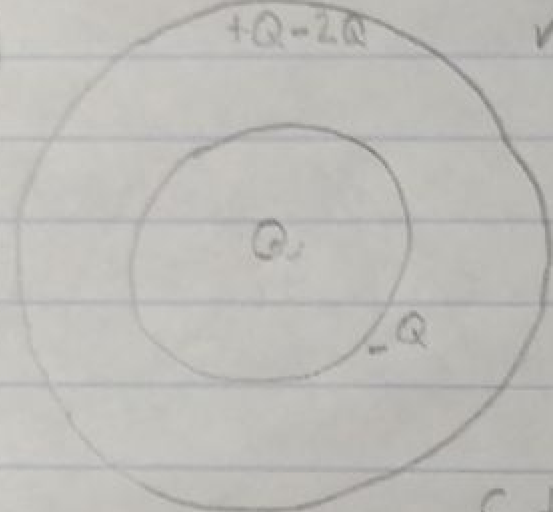
El campo total en el punto O es (sumar ecs. (4) y (6))

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_L + \vec{E}_R = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(L+R)R}\right)\hat{i} + \left(-\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\right)\hat{j}$$

c) $\vec{F} = q\,\vec{E}_0 = q\left(\vec{E}_L + \vec{E}_R\right)$

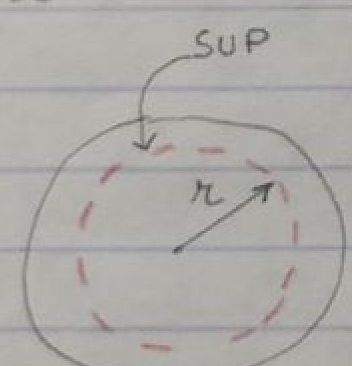
$$\vec{F} = q\left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(L+R)R}\right)\hat{i} - \frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\,\hat{j}\right]$$

a)



✓ En la figura se muestra la carga Q del aislante, la carga -Q en la superficie interna del conductor y la carga +Q - 2Q en la superficie externa del conductor. Esta distribución de carga es consistente con el hecho de que (en condiciones electrostáticas) el campo eléctrico en el conductor es cero.

✓ El campo eléctrico en $0 < r < a$ usando la Ley de Gauss



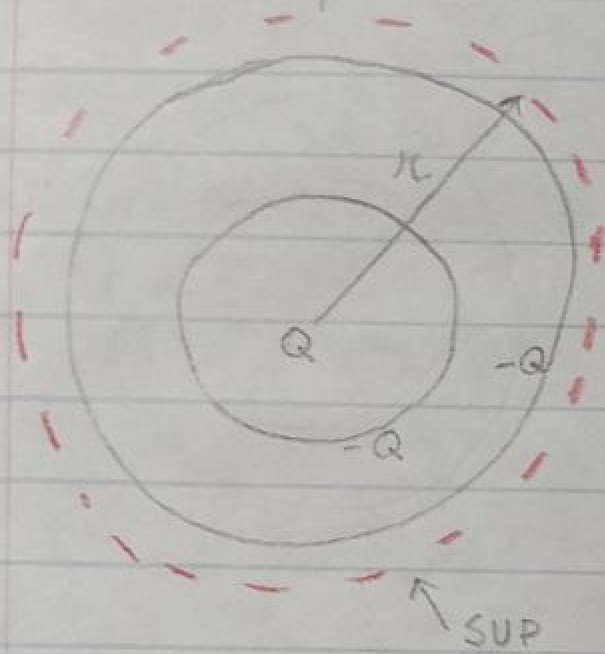
$$\oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E_1 4\pi r^2 = \frac{\rho \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\varepsilon_0} \quad \text{donde}$$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \qquad E_1 = \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\right) r \; ; \quad \vec{E}_1 = E_1 \hat{r}$$

El campo eléctrico en $a < r < b$ es $E_2 = 0$ porque esta región es conductora.

El campo eléctrico en $r > b$ por Ley de Gauss

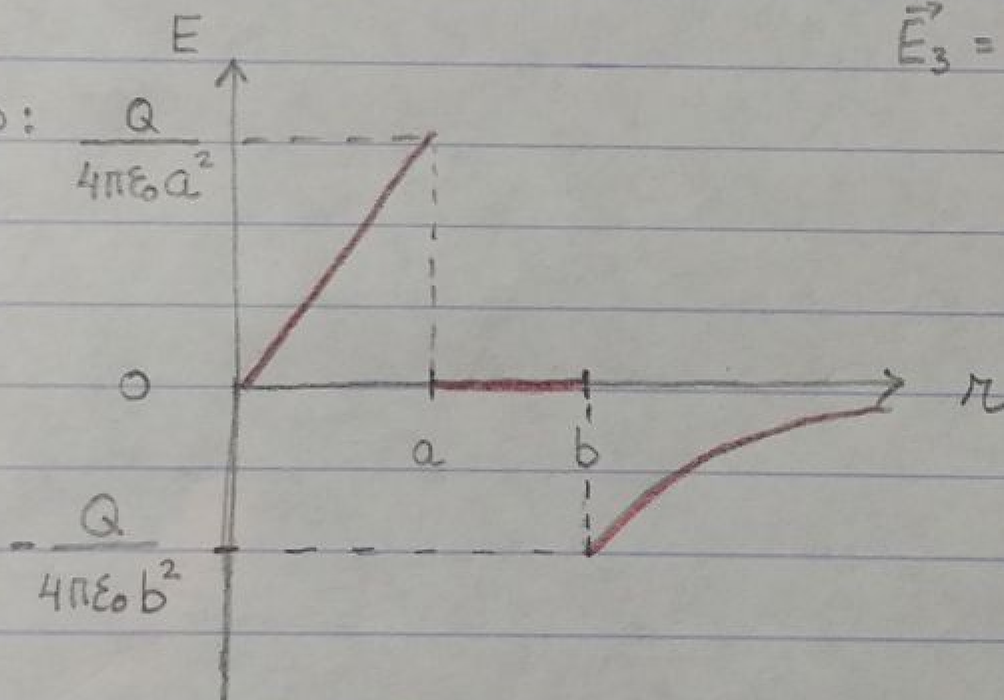


Como se ve en la figura, la carga neta encerrada por la superficie punteada (SUP) es igual a $-Q$. Por lo tanto, por Ley de Gauss

$$E_3 \, 4\pi r^2 = \frac{-Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_3 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$\vec{E}_3 = E_3 \, \hat{r}$$

b) Gráfico:



También,