(1) $V_{AB} = V_A - V_B = E\,d = \left(2\times10^{4}\,\frac{N}{C}\right)\times\left(3\times10^{-2}\,m\right) = 6\times10^{2}\,\frac{J}{C} = 600\ V$

(2) $U = k\,\frac{q_1 q_2}{r_{12}} = \left(9\times10^{9}\,\frac{N\,m^2}{C^2}\right)\left(\frac{8\times10^{-5}\,C\times2\times10^{-5}\,C}{4\times10^{-2}\,m}\right) = 360\ J$

(3) El campo eléctrico se vuelve tan intenso en la superficie del conductor que polariza al aire hasta un punto que rompe el enlace entre las cargas negativas y positivas de las moléculas contenidas en el aire. Se ioniza el aire y se vuelve conductor.

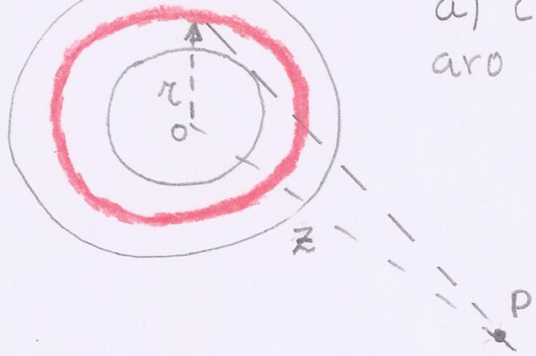
(4) a) $W_{A\to B} = -\Delta U = -(U_B - U_A) = U_A - U_B = q\,(V_A - V_B)$

$W_{A\to B} = 2\times10^{-3}\,C\,(1000\ v - 3000\ v) = 2\times10^{-3}\,C\times(-2\times10^{3}\,v)$

$W_{A\to B} = -4\ J$

b) $K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow K_B = K_A + U_A - U_B = 8J - 4J = 4\ J$

(5)



a) El potencial eléctrico producido por el aro rojo en el punto P es

$$dV = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{dq_{aro}}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

Como el disco tiene una densidad de carga σ superficial, entonces

$$dq_{aro} = \sigma\,dA = \sigma\,2\pi r\,dr$$

El potencial que produce el disco en el pto. P es

$$V = \int dV = \int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{\sigma\,2\pi r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\sigma\,2\pi\int_{R_1}^{R_2}\frac{r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

Cambio de variable $\xi = z^2 + r^2$; $d\xi = 2r\,dr$

$$\int\frac{r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}} = \frac{1}{2}\int\frac{d\xi}{\xi^{1/2}} = \frac{1}{2}\int\xi^{-1/2}\,d\xi = \frac{1}{2}\,\frac{\xi^{1/2}}{1/2} = \xi^{1/2} = \sqrt{z^2+r^2}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{z^2+r^2}\,\Bigg|_{R_1}^{R_2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R_2^2} - \sqrt{z^2+R_1^2}\right)$$

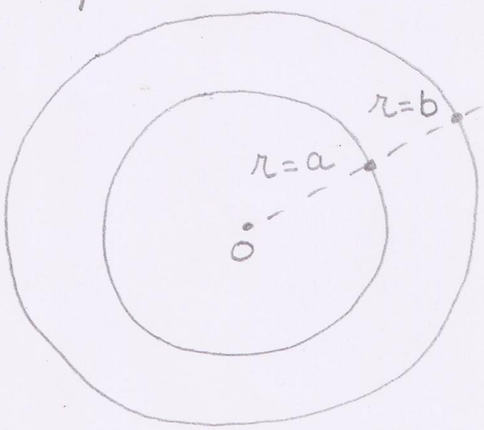
b) $\vec{E} = \hat{k}\left(-\frac{\partial V}{\partial z}\right) = -\hat{k}\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\left(\frac{1}{2}(z^2+R_2^2)^{-1/2}2z - \frac{1}{2}(z^2+R_1^2)^{-1/2}2z\right)$

$$\vec{E} = \hat{k}\left[-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+R_2^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2+R_1^2}}\right)\right]$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{z^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R_2^2}}\right)\hat{k}$$

6

a)



La diferencia de potencial eléctrico entre el pto. O y un punto localizado a $r = 2b$ se calcula con

$$V(r=0) - V(r=2b) = \int_0^{2b}\vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_0^a \vec{E}_1\cdot d\vec{r} + \int_a^b \vec{E}_2\cdot d\vec{r} + \int_b^{2b}\vec{E}_3\cdot d\vec{r}$$

donde $\vec{E}_1 = k\frac{Q}{a^3}r\,\hat{r}$, $\vec{E}_2 = 0$, $\vec{E}_3 = -k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$

$$\Rightarrow V(r=0) - V(r=2b) = \int_0^a k\frac{Q}{a^3}r\,dr + \int_a^b 0\,dr + \int_b^{2b}\left(-k\frac{Q}{r^2}\right)dr$$

$$= k\frac{Q}{a^3}\frac{r^2}{2}\Big|_0^a - kQ\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_b^{2b} = k\frac{Q}{a^3}\frac{a^2}{2} + kQ\left(\frac{1}{2b} - \frac{1}{b}\right)$$

$$= k\frac{Q}{2a} + kQ\left(\frac{1-2}{2b}\right) \Rightarrow V(r=0) - V(r=2b) = \frac{kQ}{2}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

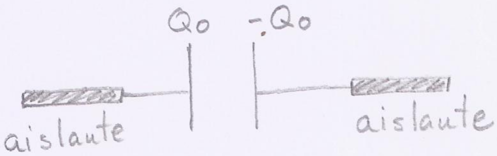
b) Si $V(r=2b)=0$, entonces

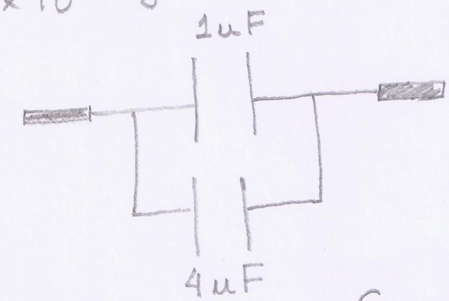
$$V(r=0) = k\frac{Q}{2}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

(7) a) $Q_0 = C_0 V_0 = (1\,\mu F)(100\,v) = 100\,\mu C = 10^{-4}\,C$

$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2}(1\,\mu F)(100\,v)^2 = \frac{1}{2}(1\times 10^{-6}\,F)(10^4\,v^2)$

$U_0 = 0.5\times 10^{-2}\,J = 5\times 10^{-3}\,J$

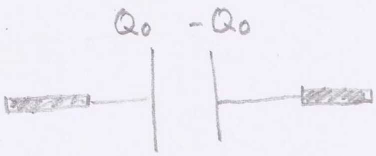
b) i) 



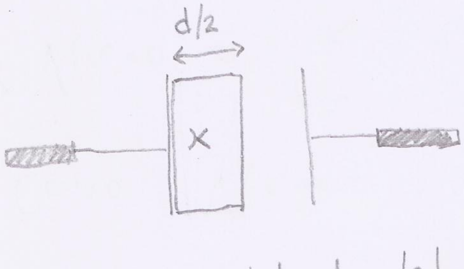
Capacidad de condensadores en paralelo es $C = 1\,\mu F + 4\,\mu F$
$C = 5\,\mu F$

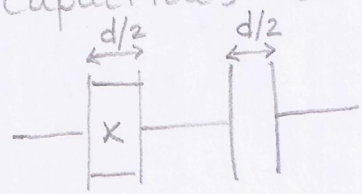
El voltaje es $V = \frac{Q_0}{C} = \frac{10^{-4}\,C}{5\times 10^{-6}\,F} = \frac{1}{5}\times 10^{2}\,V = 20\,V$

La energía es $U = \frac{1}{2} Q_0 V = \frac{1}{2}\times 10^{-4}\,C \times 20\,V = 10^{-3}\,J$

ii) 

La nueva capacidad es de capacitores en serie





La capacidad del condensador con dieléctrico $C_1 = \kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d/2}$

y la del condensador sin dieléctrico es $C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{d/2}$

donde A es el área de cada placa en cada condensador.

El condensador original tenía una capacidad igual a $1\,\mu F$ y la distancia entre sus placas era igual a d. De esta forma

$$C_0 = 1\,\mu F = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\Rightarrow \quad C_1 = 2K\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right) = 2 \times 2 \times 1\,\mu F = 4\,\mu F$$

$$C_2 = 2\,\frac{\varepsilon_0 A}{d} = 2 \times 1\,\mu F = 2\,\mu F$$

En serie $\dfrac{1}{C'} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} \Rightarrow C' = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{2 \times 4\,(\mu F)^2}{(2+4)\,\mu F} = \dfrac{8}{6}\,\mu F$

$$C' = \frac{4}{3}\,\mu F \leftarrow \text{Capacidad del nuevo condensador}$$

$$V' = \frac{Q_0}{C'} = \frac{10^{-4}\,C}{\frac{4}{3} \times 10^{-6}\,F} = \frac{3 \times 100}{4}\,V = 75\,V \leftarrow \text{Voltaje del nuevo condensador}$$