

Magnetohydrodynamic hybrid simulation model with kinetic thermal ions and energetic particles

Y Todo, M Sato, M Sato, M Idoukass, R Seki

Abstract

一个新的动理学-磁流体力学混合模拟模型被提出, 该模型将热离子和高能粒子中应用于回旋动理学PIC模拟。通过这个新的模拟模型, 模拟了等离子体托卡马克中被高能离子不稳定的环形阿尔芬本振模(TAEs)。模拟展示了通过阿尔芬本振模(AEs)从高能离子向热离子的能量通道。对热离子和高能离子的分布函数波动和共振条件进行了分析。当相空间中的共振位置满足以下条件时, 粒子与AE之间发生强烈的能量传递和粒子输运: (1) 极向共振数接近AE的极向模式数, (2) AE具有大的振幅, (3) 分布函数沿着 $E' = \text{const.}$ 线有大的梯度, 其中 E' 是波-粒子相互作用的守恒变量。虽然高能离子的分布函数波动与TAE的共振条件一致, 但当托卡马克等离子体的整体等离子体 β 为1%时, 热离子的分布函数波动不满足共振条件。这表明在相对较低的整体等离子体温度下, 共振在热离子与TAE之间的相互作用中并不起重要作用。另一方面, 当托卡马克等离子体的整体等离子体 β 为4%时, 热离子与TAE之间的共振变得重要, 导致朗道阻尼。

1. 简介

磁流体力学(Magnetohydrodynamics, MHD)是一种将等离子体模型与电磁场方程耦合的单流体模型。MHD很好地解释了实验室、空间和天体等离子体的宏观行为。然而, 对于磁约束聚变等离子体来说, MHD仍然是一个未完成的框架, 因为MHD压力方程假设了足够高的碰撞频率, 而这对于高温等离子体来说是无效的。一个需要扩展MHD的典型例子是能量粒子驱动的不稳定性。对于磁约束聚变等离子体来说, 能量粒子通常是由中性束流注入、离子回旋频率加热和聚变反应产生的高能离子。能量粒子有时也指由外部电流驱动和加热产生的高能电子, 以及托卡马克等离子体破裂过程中产生的高能电子。将动理学-MHD混合模拟用于能量粒子与MHD流体的相互作用是理解和预测能量粒子驱动的MHD不稳定性的有用工具。在大多数混合模拟模型中[1-11], 体等离子体被描述为一个忽略了热离子和电子动理学效应的MHD流体。

动理学-MHD混合模拟阐明了阿尔芬本振模(Alfvén eigenmodes, AEs)由于波粒共振陷阱的饱和和[4,5,12,13], 能量粒子驱动模式(EPMs)的线性特性和非线性演化[14,15], AEs和EPMs的频率啁啾[10,16,17], 鱼骨模式的非线性演化[7,18-23], 以及能量粒子驱动的地理声模(EGAMs)[24-28]。动理学-MHD混合模拟还扩展到多相模拟, 以模拟通过中性束流注入、碰撞(减速、偏角散射和能量扩散)、损失和与AEs相关的输运过程中的高能离子分布形成过程, 同时保留了高能离子有限拉莫半径效应和MHD非线性[29]。多相模拟是一种综合模拟, 尽可能自洽和真实地处理AEs和高能离子输运。使用MEGA代码的多相混合模拟已在DIII-D、JT-60U和LHD实验中得到验证[29-34]。

对于能量粒子驱动的不稳定性, 热离子可以起到重要作用。例如, 热离子通过朗道阻尼来稳定不稳定性。能量从能量粒子到热离子的能量引导可以通过不稳定性发生。线性动理学-MHD混合代码[35]、线性回旋动理学代码[36]和非线性回旋动理学模拟代码[37-40]可以用来分析热离子对能量粒子驱动的不稳定性的影响。回旋动理学模拟比动理学-MHD混合模拟更强大, 但计算量更大。对于低频MHD模式, 如内部皱痕模式, 动理学热离子也很重要[41-43]。在本文中, 我们提出了一种新的混合模拟模型, 其中回旋动理学粒子在热离子和高能粒子中都得到应用。尽管新的模拟模型与[9]中介绍的模型类似, 但新的模拟模型保留了完整的具有可压缩性的MHD方程, 并且可以应用于托卡马克和螺旋等离子体。最近, 新的模拟模型已用于大型螺旋装置中的MHD不稳定性和EGAMs的研究[44-47]。然而, 该模拟模型被归因于一个会议报告[48], 并没有详细介绍。在本文中, 我们以系统化的方式介绍新的模拟模型, 包括能量守恒的讨论。对于托卡马克等离子体中的AEs进行了模拟, 并分析了热离子和高能离子的分布函数波动。在相空间中研究了与AEs的共振条件, 并阐明了与AEs强相互作用的条件。

2. 模拟模型

已经构建了许多动理学-MHD混合模拟模型和代码[1-11], 用于研究能量粒子与MHD流体相互作用导致的AEs演化。让我们从在MEGA代码[6]中实施的动理学-MHD混合模拟模型开始, 其中体等离子体由非线性MHD方程描述, 而能量粒子则采用回旋动理学粒子-网格(PIC)方法进行模拟。在这项工作中, 我们从具有热离子顺磁漂移的MHD模型开始, 该模型在[49]中给出。考虑到能量粒子效应, 扩展的MHD方程为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_H) \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\rho \mathbf{v}_H \cdot \nabla \mathbf{v} + \rho \mathbf{v}_{pi} \cdot \nabla (v_{\parallel} \mathbf{b}) - \nabla p + \left(\mathbf{j} - \frac{e_h}{m_h} \rho_h \mathbf{v}_{ph} \right) \times \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot (p \mathbf{v}) - (\gamma - 1) p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\gamma - 1) \eta \mathbf{j} \cdot (\mathbf{j} - \mathbf{j}_{eq}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}, \mathbf{b} = \mathbf{B}/B \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v}_E \times \mathbf{B} + \eta (\mathbf{j} - \mathbf{j}_{eq}) \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{v}_H = \rho \mathbf{v} + \rho \mathbf{v}_{pi}, \quad (6)$$

$$\rho \mathbf{v}_{pi} = \frac{m_i}{e_i} \left(-\frac{\nabla p \times \mathbf{B}}{2B^2} \right) \quad (7)$$

$$\rho_h \mathbf{v}_{ph} = \frac{m_h}{e_h} \left[-\frac{\nabla p_{h\perp} \times \mathbf{B}}{B^2} + (p_{h\parallel} - p_{h\perp}) \frac{\nabla \times \mathbf{b}}{B} \right] \quad (8)$$

$$v_{\parallel} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{b}, \mathbf{v}_E = \mathbf{v} - v_{\parallel} \mathbf{b} \quad (9)$$

其中, ρ 是质量密度, \mathbf{v} 是流体速度, p 是体等离子体的压力, \mathbf{B} 是磁场。真空磁导率用 μ_0 表示, $\gamma = 5/3$ 是绝热常数。在本工作中, 电阻率假设为 $\eta = 1 \times 10^{-6} \mu_0 v_A R_0$, 其中 v_A 是等离子体中心处的阿尔芬速度, R_0 是模拟域几何中心的主半径。下标 “eq” 表示平衡态变量。能量粒子的贡献包含在MHD动量方程(方程(2))中, 作为能量粒子顺磁流定义的能量粒子顺磁电流密度(方程(8)), 其中包括磁梯度和曲率漂移以及磁化电流的贡献。由于准中性条件[6], 方程(2)中不包括 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 漂移电流。我们可以看到, 电磁场由标准的MHD描述给出。该模型在能量粒子密度远小于体等离子体密度的条件下是准确的。

由于上述混合模拟模型中缺少热离子的动理学效应, 我们开发了一种新的混合模拟模型, 不仅将回旋动理学PIC方法应用于能量粒子, 还应用于热离子。在新的混合模拟模型中, 使用回旋动理学PIC模拟了数密度 (n_i, n_h)、平行速度 ($v_{i\parallel}, v_{h\parallel}$)、平行压力 ($p_{i\parallel}, p_{h\parallel}$) 和垂直压力 ($p_{i\perp}, p_{h\perp}$)。下标 i 表示热离子, 下标 h 表示能量粒子 (‘hot’ 粒子)。我们假设准中性, 通过 $n_e = (e_i n_i + e_h n_h)/e$ 计算电子数密度, 其中 e_i 和 e_h 是电荷量。在本工作中, 假设电子温度分布 $T_{e0}(\mathbf{x})$ 为时间独立, 从而通过 $p_e = n_e T_{e0}$ 给出电子压力。新模拟模型的方程组如下:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}_{E\perp}}{\partial t} = -\mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{v}_{E\perp} - \nabla p_e + \left(\mathbf{j} - \frac{e_i}{m_i} \rho_i \mathbf{v}_{pi} - \frac{e_h}{m_h} \rho_h \mathbf{v}_{ph} \right) \times \mathbf{B}, \quad (10)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v}_{E\perp} \times \mathbf{B} + \frac{\nabla_{\parallel} p_e}{(-e)n_e} + \eta (\mathbf{j} - \mathbf{j}_{eq}) \quad (11)$$

$$\rho = \rho_i + \rho_h, \rho_i = m_i n_i, \rho_h = m_h n_h \quad (12)$$

$$\mathbf{M} = \rho \mathbf{v}_{E\perp} + (\rho_i v_{i\parallel} + \rho_h v_{h\parallel}) \mathbf{b} + \rho_i \mathbf{v}_{pi} + \rho_h \mathbf{v}_{ph} \quad (13)$$

$$\rho_i \mathbf{v}_{pi} = \frac{m_i}{e_i} \left[-\frac{\nabla p_{i\perp} \times \mathbf{B}}{B^2} + (p_{i\parallel} - p_{i\perp}) \frac{\nabla \times \mathbf{b}}{B} \right] \quad (14)$$

这些方程和方程(4)和(8)构成了新的模拟模型。方程(10)和(11)分别是动量方程和扩展欧姆定律。电场由 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 漂移速度 $\mathbf{v}_{E\perp}$ 、平行电子压力梯度和电阻项给出。质量密度由 ρ 表示, \mathbf{M} 是扩展动量矢量, 包括 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 漂移、平行速度和顺磁漂移。动量方程的右侧包括平流项、电子压力梯度、洛伦兹力以及热离子和能量粒子的电流项。当我们替换顺磁漂移时, 电流项等效于压强张量项。

让我们考虑由方程（4）、（8）和（10）-（14）给出的新模拟模型的能量守恒。总能量在新模拟模型中不守恒。然而，我们可以关注物理系统的一部分并考虑能量守恒。首先，我们定义由空间积分给出的动能(E_K)和磁能(E_M):

$$E_K = \int \frac{1}{2} \rho v_{E\perp}^2 dV \quad (15)$$

$$E_M = \int \frac{1}{2\mu_0} B^2 dV \quad (16)$$

动量方程（方程（10））和感应方程（方程（4））以及扩展欧姆定律（方程（11））给出了动能和磁能的时间导数:

$$\frac{\partial}{\partial t} E_K = - \int \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} v_{E\perp}^2 \mathbf{M} \right) dV + \int \mathbf{v}_{E\perp} \cdot \left[-\nabla p_e + \left(\mathbf{j} - \frac{e_i}{m_i} \rho_i \mathbf{v}_{pi} - \frac{e_h}{m_h} \rho_h \mathbf{v}_{ph} \right) \times \mathbf{B} \right] dV \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_M = - \int \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV - \int \mathbf{j} \cdot [-\mathbf{v}_{E\perp} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_{\text{nonideal}}] dV \quad (18)$$

在这里，我们用 $\mathbf{E}_{\text{ideal}}$ 表示方程（11）右侧的第一项，用 $\mathbf{E}_{\text{nonideal}}$ 表示右侧的其余部分。由于我们假设在最后闭合表面上 $\mathbf{v}_{E\perp} = 0$ 且 $\mathbf{E} = 0$ ，因此方程（17）和（18）右侧的第一项消失。然后，动能 E_K 和磁能 E_M 之和的时间导数为:

$$\frac{\partial}{\partial t} (E_K + E_M) = \int \mathbf{v}_{E\perp} \cdot \left[-\nabla p_e - \left(\frac{e_i}{m_i} \rho_i \mathbf{v}_{pi} + \frac{e_h}{m_h} \rho_h \mathbf{v}_{ph} \right) \times \mathbf{B} \right] dV - \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}_{\text{nonideal}} dV \quad (19)$$

我们通过以下方式定义电子能量 E_{electron} 、热离子能量 E_{ion} 、能量粒子能量 E_h 和耗散能量 $E_{\text{dissipation}}$:

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{\text{electron}} = \int \mathbf{v}_{E\perp} \cdot \nabla p_e dV = \int n_e (-e) \mathbf{v}_{pe} \cdot \mathbf{E}_{\text{ideal}} dV \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{\text{ion}} = \int \mathbf{v}_{E\perp} \cdot \frac{e_i}{m_i} \rho_i \mathbf{v}_{pi} \times \mathbf{B} dV = \int n_i e_i \mathbf{v}_{pi} \cdot \mathbf{E}_{\text{ideal}} dV \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_h = \int \mathbf{v}_{E\perp} \cdot \frac{e_h}{m_h} \rho_h \mathbf{v}_{ph} \times \mathbf{B} dV = \int n_h e_h \mathbf{v}_{ph} \cdot \mathbf{E}_{\text{ideal}} dV \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{\text{dissipation}} = \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}_{\text{nonideal}} dV \quad (23)$$

很明显，能量之和 $E_{\text{sum}} = E_K + E_M + E_{\text{electron}} + E_{\text{ion}} + E_h + E_{\text{dissipation}}$ 是守恒的。

在本研究中，研究了纵横比为 $R_0/a = 3.2$ 的托卡马克等离子体，其中 R_0 和 a 分别代表模拟域几何中心的主半径和等离子体的小半径。使用圆柱坐标 (R, φ, z) 。外部磁表面的形状是圆形的。能量离子的初始速度分布是最大速度为 $1.2v_A$ 和临界速度为 $0.5v_A$ 的减速分布，其中 v_A 表示等离子体中心处的阿尔芬速度。分布函数在速度空间中是各向同性的。在本研究中，我们将 δf PIC方法应用于热离子和能量离子。由于磁矩对于频率远低于洛伦兹频率的MHD波是一个绝热不变量，因此假设磁矩是恒定的。计算粒子用于构建热离子和能量离子的初始分布函数 f_0 。 δf 模拟的粒子权重通过将粒子的分布函数值 f 与相空间中粒子位置处的 f_0 进行比较来进行演化，其中 f 是粒子的Riemann不变量。被加载为热（能量）离子的计算粒子指的是热（能量）离子的 f_0 。

能量离子的洛伦兹半径与小半径的比值为 $1/16$ ，当能量离子速度等于阿尔芬速度时。圆柱坐标 (R, φ, z) 的网格点数为 $128 \times 64 \times 128$ 。计算粒子的数目对于热离子和能量离子都是 6.7×10^7 。对于需要分析分布函数波动的运行，计算粒子的数目增加到热离子和能量离子都为 1.07×10^9 。我们在托卡马克域的一个四分之一中研究AEs的演化，其中托卡马克角度取自 $0 \leq \varphi < \pi/2$ 。为了进行数据分析，构建了磁通坐标 (r, φ, ϑ) ，其中 r 是径向坐标， $r = 0$ 表示等离子体中心， $r = a$ 表示等离子体边缘， ϑ 是极向角度。

3. 模拟结果

3.1. 与传统混合模拟的比较

我们研究了正常剪切托卡马克等离子体中的环向阿尔芬本征模(TAEs)。图1(a)显示了体等离子体beta值、能量粒子beta值和安全因子的空间分布。体等离子体beta值在等离子体中心处为1%。体等离子体密度是均匀的,并且假设电子和热离子的温度相等。热离子的热速度是等离子体中心处阿尔芬速度的5%。我们进行了两个模拟,分别使用传统的混合模型和包括动理学热离子的扩展混合模型。图1(b)和(c)比较了环向模数 $n = 4$ 的TAE的空间分布。我们可以看到空间分布非常相似。传统混合模型的实频率和增长率分别为 $\omega = 0.338\omega_A$ 和 $\gamma = 0.036\omega_A$,而扩展混合模型的实频率和增长率分别为 $\omega = 0.344\omega_A$ 和 $\gamma = 0.037\omega_A$ 。这里, ω_A 是阿尔芬频率,定义为 $\omega_A = v_A/R_{\text{axis}}$,其中 v_A 和 R_{axis} 分别是阿尔芬速度和等离子体中心的主半径。在本文中的模拟中,阿尔芬频率与离子洛伦兹频率 Ω_i 之比为 $\omega_A/\Omega_i = 0.019$ 。因此,频率 $\omega \sim 0.34\omega_A$ 相当于 $\omega \sim 0.006\Omega_i$,对于MHD模型是有效的。实频率和增长率也非常接近。这些结果表明,假设时间独立的电子温度模型是重现传统混合模型给出的TAE的合理假设。如下小节所讨论的那样,热离子对TAE具有类似流体的响应,共振在热离子中不起重要作用。对于中心体等离子体beta值为1%的情况,热离子的响应类似于传统混合模型和包括动理学热离子的扩展混合模型之间的增长率。

为了验证时间独立电子温度模型,我们进行了另一个模拟,其中电子温度分布通过以下压力演化方程进行演化:

$$\frac{\partial p_e}{\partial t} = -\nabla \cdot (p_e \mathbf{v}_{fe}) - (\gamma - 1)p_e \nabla \cdot \mathbf{v}_{fe} \quad (24)$$

$$\mathbf{v}_{fe} = \mathbf{v}_{E\perp} + \frac{\rho_i v_{i\parallel} + \rho_h v_{h\parallel}}{\rho} \mathbf{b} \quad (25)$$

热离子和能量离子采用了回旋动理学PIC进行模拟。这个模型类似于[44,45]中使用的模型。图1(d)展示了使用该模型模拟的TAE的空间分布。我们可以看到与图1(b)和(c)中的空间分布非常相似。实频率和增长率分别为 $\omega = 0.338\omega_A$ 和 $\gamma = 0.036\omega_A$,与传统混合模型的实频率和增长率相同,并且接近于具有时间独立电子温度分布的扩展混合模型的结果。这个结果验证了本研究中使用的的时间独立电子温度模型在研究AEs方面的有效性。

3.2. 体等离子体BETA值为1%的TAE

我们使用具有动理学热离子的扩展模拟模型比较了不同体等离子体beta值 $\beta_{\text{bulk0}} = 1\%$ 和 4% 下TAE的演化情况。由于我们假设了相同的密度分布,体等离子体beta值的差异源于体等离子体的不同温度。我们在图2中展示了 $\beta_{\text{bulk0}} = 1\%$ 的径向MHD速度和能量的时间演化情况。图2(a)显示了 $m/n = 5/4$ 谐波的余弦部分的径向MHD速度演化情况,这是TAE的主导成分,正如我们在图1(c)中看到的。我们可以看到饱和水平为 $v_r/v_A \sim 3 \times 10^{-3}$ 。图2(b)展示了能量粒子能量(EP)、热离子能量(ion)、电子能量(electron)、MHD动能(kinetic)、磁能(magnetic)和耗散能量(dissipation)的时间演化情况。能量粒子能量的减小表明不稳定性是由能量粒子驱动的。图2(c)比较了能量粒子能量、热离子能量、电子能量和MHD动能绝对值的时间演化情况(采用对数尺度)。我们可以看到所有能量分量以相同的增长率增长。由于图2(b)中热离子和电子能量的符号是正的,说明热离子和电子都从TAE中吸收能量。热离子和电子的能量变化的绝对值相当。这表明热离子与TAE之间的相互作用是类似流体的,共振只起到次要作用。这将在下面描述分布函数分析中确认。

我们分析了相空间 (P_ϕ, E, μ) 中能量离子分布函数 (δf) 的变化,其中 P_ϕ 、 E 和 μ 分别表示环向规范动量、动能和磁矩,定义为 $P_\phi = e_h \Psi + m_h R v_\parallel b_\phi$ 、 $E = \frac{1}{2} m_h v^2$ 和 $\mu = \frac{1}{2} m_h v_\perp^2 / B$ 。磁矩 μ 是与频率远低于离子洛伦兹频率的AEs相互作用时的绝热不变量。极向磁通 Ψ 在等离子体中心处取 $\Psi = \Psi_0$,在等离子体边缘处取 $\Psi = 0$ 。下标'h'表示能量离子, b_ϕ 是磁场单位矢量的 ϕ 分量。

在 (P_ϕ, E) 空间中,具有 $\mu = 0$ 的高能离子分布函数 (δf) 的变化如图3所示,其中 $\omega_A t = 681$,对应于 $\beta_{\text{bulk0}} = 1\%$ 的运行情况。我们选择 $\mu = 0$ 是因为 δf 的绝对值较大。图3(a)和(b)中的蓝色和红色区域分别表示 $\delta f < 0$ 和 $\delta f > 0$ 。共振条件由以下公式给出(例如[53]):

$$\omega - n\omega_\phi - L\omega_\psi = 0 \quad (26)$$

其中， ω_ϕ 和 ω_θ 分别是粒子在环向和极向方向上的轨道频率，而极向共振数 L 是一个整数。我们在 (P_ϕ, E, μ) 相空间中测量了粒子的轨道频率，并定义了以下关于 ω_ϕ 和 ω_θ 的函数：

$$F(\omega_\phi, \omega_\theta) = (\omega - n\omega_\phi) / \omega_\theta \quad (27)$$

共振条件为 $F(\omega_\phi, \omega_\theta) = L$ 。图3(a)和(b)中显示的洋红色线条是 $F(\omega_\phi, \omega_\theta)$ 的等值线，图中标有相应的 L 值，表示与TAE的共振。白色线条表示 $n = 4$ 的环向模数和 $q = 9/8, 11/8, 13/8$ 的TAE间隙位置，对应的半径分别为 $r/a = 0.25, 0.43$ 和 0.56 。从图1(c)中可以看出，TAE在 $9/8 \leq q \leq 13/8$ 的区域具有较大的振幅。从图中可以看出，大的 $|\delta f|$ 出现在共振线（洋红色）沿着和TAE位置（白色）附近的地方。

在波粒相互作用过程中，忽略模式振幅和频率的时间变化，有 $E' = E - \frac{\omega}{n} P_\phi$ 保持不变[53,54]。图3(a)和(b)中显示的蓝色线条表示 $E' = \text{const.}$ 。在图3(a)和(b)中显示的 $E' = \text{const.}$ 线上比较了 $\omega_A t = 0$ 和 681 时的能量离子分布函数，分别对应于(a)同向粒子和(b)逆向粒子。我们应该注意到，关于动能 E 的分布函数梯度 $E(=df/dE)$ 沿着 $E' = \text{const.}$ 线表示逆朗道阻尼的自由能来源，因为满足以下关系[53]：

$$\left. \frac{\partial f}{\partial E} \right|_{E'} = \frac{\partial f}{\partial E} + \frac{dP_\phi}{dE} \frac{\partial f}{\partial P_\phi} = \frac{\partial f}{\partial E} + \frac{n}{\omega} \frac{\partial f}{\partial P_\phi} \quad (28)$$

从图3(c)和(d)可以看出，在 $\omega_A t = 0$ 时，分布函数沿着 $E' = \text{const.}$ 线具有正梯度($df/dE > 0$)。这导致逆朗道阻尼和TAE的增长。从图中可以看出，由于与TAE的相互作用，能量离子分布函数出现了平坦化，这发生在 $\omega_A t = 681$ 时。分布函数的平坦化可以归因于TAE对粒子的束缚。

在图4中，我们展示了一个极向平面($R_0 - 0.65a \leq R \leq R_0 + 0.75a, z_0 - 0.7a \leq z \leq z_0 + 0.7a, \phi = 0$)上的能量离子分布函数涨落，其中 $R_0 = 3.2a$ 和 $z_0 = a$ ，在不同的时间上。对于图3中显示的同向和逆向粒子的常数 E' 值，我们选择了粒子的动能，并且磁矩 $\mu = 0$ 。共振粒子轨道在极向平面上投影，并且在图中标有极向共振数 L 。对于图4(a)和(e)中显示的TAE的线性增长阶段，我们可以看到分布函数涨落具有与图中标记的极向共振数相同的极向模数。这表明共振正在发生。在图4(c)和(g)中显示的不稳定性饱和后，我们可以看到共振轨道内部的蓝色区域和共振轨道外部的红色区域。蓝色和红色区域分别表示 $\delta f < 0$ 和 $\delta f > 0$ 。这表明在共振处由粒子束缚引起的分布函数的平坦化。图4(b)和(f)显示了非线性饱和阶段开始时的 δf ，这时粒子束缚正在发生。随着TAE振幅在分布函数平坦化后减小，分布函数保持平坦化，并在极向方向上变得均匀，如图4(d)和(h)所示。

在 (P_ϕ, E) 相空间中，图5展示了 $\omega_A t = 681$ 时 $\beta_{\text{bulk}0} = 1\%$ 情况下热离子分布函数(δf)的变化，其中 $\mu = 0$ 。图5(a)和(b)中显示的蓝色和红色区域分别表示 $\delta f < 0$ 和 $\delta f > 0$ 。洋红色线条表示与TAE的共振，图中标有极向共振数 L 。白色线条表示 $n = 4$ 的环向模数和 $q = 9/8, 11/8, 13/8$ 的TAE间隙位置。从图中可以看出， $|\delta f|$ 的绝对值较大的区域靠近由间隙线（白色）表示的TAE位置。大的 $|\delta f|$ 区域并不遵循洋红色显示的共振曲线。这表明共振在TAE和热离子之间的相互作用中并没有起主导作用。图5(a)和(b)中显示的沿着 $E' = \text{const.}$ 线的热离子分布函数在 $\omega_A t = 0$ 和 681 时进行了比较，分别对应于(c)同向粒子和(d)逆向粒子。热离子分布函数的变化很小，这表明TAE和热离子之间的相互作用较弱。

我们在图6中展示了不同时间点 (R, z) 平面上的热离子分布函数的涨落。我们选择了粒子的动能 $E = 5.9 \times 10^{-3} m_i v_A^2$ 为常数。由于 $E' = \text{const.}$ 条件在 P_ϕ 上有一个陡峭的梯度（如图5(a)和(b)所示），我们在此分析中没有收集具有 $E' = \text{const.}$ 的粒子。共振粒子轨道在 (R, z) 平面上投影，并用极向共振数 L 标记。对于线性增长阶段的TAE（如图6(a)和(e)所示），我们看到分布函数的涨落与极向共振数不具有相同的极向模数。这表明共振不是分布函数涨落的主要因素。这种特性在图6的其他面板中展示的不同时间点下都没有改变。在TAE的线性增长阶段，图6(a)和(e)中的热离子分布函数涨落具有与TAE空间分布相同的极向模数($m = 4 - 6$)。这表明热离子与TAE之间存在类似于流体的相互作用。有趣的是，在非线性阶段形成了径向方向上的小尺度变化，如图5(a)和(b)以及图6(d)和(h)所示。

3.3. 高等离子体 β 值为4%的TAE

在这个小节中，我们使用具有动理学热离子的扩展模拟模型，研究了另一个具有高等离子体 β 值 $\beta_{\text{bulk}0} = 4\%$ 的情况。我们在图7(a)中展示了高等离子体 β 值、高能离子 β 值和安全因子的空间分布。高等离子体的密度是均匀的。由于我们假设了与上一小节中 $\beta_{\text{bulk}0} = 1\%$ 模拟相同的密度剖面，所以较高的高等离子体 β 值是由于更高的高等离子体温度引起的。图7(b)和(c)显示了 $n = 4$ 和 $n = 8$ 的TAE出现时的径向磁流体动理学速度剖面。

我们在图8中展示了 $\beta_{\text{bulk } 0} = 4\%$ 情况下的径向磁流体动理学速度的时间演化。图8 (a) 和 (b) 分别显示了 $m/n = 6/4$ 和 $m/n = 10/8$ 余弦谐波的径向磁流体动理学速度的时间演化。最不稳定的模式在线性增长阶段是 $n = 4$ 的TAE。 $m/n = 6/4$ 谐波的饱和振幅为 $v_r/v_A \sim 1 \times 10^{-3}$ ，低于 $\beta_{\text{bulk } 0} = 1\%$ 的情况。图8(c)以对数刻度比较了 $m/n = 6/4$ 和 $m/n = 10/8$ 谐波的演化。线性增长阶段中， $m/n = 10/8$ 谐波的增长率是 $m/n = 6/4$ 谐波的两倍。这表明 $n = 8$ 模式是通过MHD非线性过程从 $n = 4$ 模式产生的。在 $n = 4$ TAE饱和之后， $n = 8$ TAE变得不稳定并且增长到比 $n = 4$ TAE更大的振幅。 $n = 8$ TAE可能是由 $n = 4$ TAE引起的高能离子重分布所导致的不稳定性。

图9(a)显示了高能离子能量变化、热离子能量变化、电子能量变化、磁流体动理学能量变化、磁能量变化和耗散能量的时间演化。高能离子能量的下降表明不稳定性是由高能离子驱动的。图9(b)以对数刻度比较了高能离子能量、热离子能量、电子能量和磁流体动理学能量的绝对值的变化。我们可以看到所有能量分量都以相同的增长率增长。图9(a)中热离子和电子能量的正号表示热离子和电子都从TAE吸收能量。

热离子的能量变化绝对值大于电子的能量变化。在 $\beta_{\text{bulk } 0} = 1\%$ 的运行中，如图2所示，热离子和电子的能量变化是可比较的。而在 $\beta_{\text{bulk } 0} = 4\%$ 的情况下，热离子能量的较大增加可以归因于更高的热离子温度下，热离子与其自身的朗道阻尼更强。通过下面描述的分布函数分析，这一点将得到进一步的解释。

我们在相空间 (P_ϕ, E, μ) 中分析了高能离子分布函数 (δf) 的变化。在 $\beta_{\text{bulk } 0} = 4\%$ 的运行中，图10展示了在 $\mu = 0$ 的 (P_ϕ, E) 空间中高能离子分布函数的变化情况，对应于 $\omega_A t = 1150$ 。图10(a, b)中显示的蓝色和红色区域分别表示 $\delta f < 0$ 和 $\delta f > 0$ 。品红色线条表示与在图中标记的极向谐振数 L 的 $n = 4$ TAE的共振。蓝色线条表示在与 $n = 4$ TAE的波粒相互作用中保持不变的 $E' = \text{const.}$ ，忽略模式振幅和频率的时间变化。图10(a, b)中显示的高能离子分布函数沿着 $E' = \text{const.}$ 线比较了 $\omega_A t = 0$ 和 1150 时的共向粒子(c)和逆向粒子(d)。从图中我们可以看到，大尺度的重新分布是由与 $n = 4$ 和 $n = 8$ 的多个TAE之间的相互作用引起的。

我们在图11中展示了不同时刻的极向平面上的高能离子分布函数涨落。选择粒子的动能作为常数 E' ，其在图10中显示，并且磁矩 $\mu = 0$ 。共振粒子轨道在极向平面上投影，其中极向谐振数 L 在图中标记。对于图11(a)和(e)所示的TAE线性增长阶段，我们可以看到分布函数的变化具有与极向谐振数相同的极向模式数。这表明共振正在发生。在图11(b)和(f)所示的 $\omega_A t = 700$ 时，正好在 $n = 8$ 模式显著增长之前，每个共振的内部出现了具有 $\delta f < 0$ ($\delta f > 0$) 的蓝色区域（红色区域）表示粒子被 $n = 4$ TAE束缚。然而，在图11(c)和(g)所示的 $\omega_A t = 811$ 时， $n = 8$ TAE达到最大振幅，正如图8(b)中所示，由于与 $n = 8$ TAE的共振，图11(c)和(g)中 δf 的极向模式数发生了变化。图中标记的极向谐振数 L 表示投影给 $n = 8$ TAE的共振粒子轨道。我们可以看到 δf 的极向模式数与极向谐振数相同。在图11(d)和(h)中，我们可以看到在 $\omega_A t = 1150$ 时发生了分布函数的整体平坦化。

图12显示了在 $\beta_{\text{bulk } 0} = 4\%$ 的运行中，在 $\omega_A t = 1150$ 时，热离子分布函数 (δf) 在 (P_ϕ, E) 空间中的变化，其中 $\mu = 0$ 。图12(a)和(b)中显示的蓝色和红色区域分别表示 $\delta f < 0$ 和 $\delta f > 0$ 。对于 $\beta_{\text{bulk } 0} = 1\%$ ，图5中显示的 δf 结构沿着由白色线表示的 q 剖面形成。另一方面，图12中显示的 $\beta_{\text{bulk } 0} = 4\%$ 的 δf 的一部分也遵循与 $n = 4$ TAE的共振曲线（品红线）相符，这表明了共振的影响。 $\beta_{\text{bulk } 0} = 4\%$ 的更高温度使得热离子与TAE之间能够发生共振。

我们在图13中展示了不同时刻在 (R, z) 平面上的热离子分布函数涨落。选择粒子的动能为常数 $E = 3.0 \times 10^{-2} m_h v_A^2$ 。由于 $E' = \text{const.}$ 在 P_ϕ 上有陡峭的梯度（如图12(a)和(b)所示），因此我们没有采集 $E' = \text{const.}$ 的粒子进行此分析，无法覆盖 (R, z) 平面。共振粒子轨道在 (R, z) 平面上投影，其中图中标记了 $n = 4$ TAE的极向谐振数 L 。对于图13(a)和(e)所示的TAE线性增长阶段，我们可以看到分布函数涨落具有与极向谐振数相同的极向模式数。这表明共振是分布函数涨落的主要因素，这与图6中热离子分布函数涨落的情况形成对比，其中共振不是热离子分布函数涨落的主要因素。我们可以将这种差异归因于极向谐振数的不同。图13(a)和(e)中标记的极向谐振数为 $L = -4, -3, 6, 7, 8, 9, 10$ ，其绝对值接近图7(b)所示的 $n = 4$ TAE的极向模式数。另一方面，图6(a)和(e)中标记的极向谐振数为 $L = -2, -1, 8, 9, 10, 11, 12$ ，其绝对值与 $n = 4$ TAE的极向模式数相对较远。这导致了热离子与TAE之间相互作用强度的差异。图13(d)和(h)中显示的热离子分布函数涨落可能部分与TAE的共振有关，但结构并不像图11(d)和(h)中那样清晰。

4. 讨论和总结

在本文中，我们提出了一种新的动理学-MHD混合模拟模型，其中将回旋动理学PIC模拟应用于热离子和高能粒子。使用这种新的模拟模型模拟了等离子体中由高能离子不稳定的TAE模式。我们通过模

拟展示了从高能离子到热离子的能量通道传输过程。我们分析了热离子和高能离子的分布函数涨落和共振条件。对于高能离子，分布函数在相空间中满足共振条件且AE模式具有显著振幅的位置上沿着 $E' = \text{const.}$ 线变平。这里， E' 是波粒相互作用的守恒变量。极向谐振数 $|L|$ 的绝对值接近于AE模式的极向模式数 m ，导致能量传输和粒子输运的增强。由于我们定义中极向轨道频率为正($\omega_b > 0$)， L 和 m 的符号可能不同，我们在这项研究中假设 $m \geq 0$ 。另一方面，当等离子体的体平均 β 为1%时，热离子分布函数的变化不沿着共振曲线变化，而是沿着 $q = \text{const.}$ 曲线或磁力线出现。这表明热离子对AE模式表现出流体响应，共振不起重要作用。流体响应可以归因于极向谐振数 $|L|$ 远离AE模式的极向模式数。对于等离子体的体平均 β 为4%，热离子的 $|L|$ 接近于TAE模式的极向模式数，共振变得重要，引起了朗道阻尼现象的发生。

这些结果得出以下结论：当相空间中的共振位置满足以下条件时，粒子和AE之间会发生强烈的能量传输和粒子输运：(1) 极向谐振数的绝对值 $|L|$ 接近于AE的极向模式数，(2) AE具有显著振幅，(3) 分布函数沿着 $E' = \text{const.}$ 线具有显著的梯度。在均匀板状等离子体中，只有当共振条件满足 $|L| = m$ 时才会出现净能量传输。然而，在托卡马克等离子体中，即使 $|L| \neq m$ ，也会出现净能量传输，因为分布函数涨落与极向模式数 L 和AE谐波的极向模式数 m 可以通过磁梯度、曲率漂移和相空间的雅可比行列式进行耦合，这些都包含了不等于0的极向模式数。然而，如果 $|L|$ 远离 m ，它们的耦合就很弱，共振对分布函数涨落的影响不重要。

对于本文研究的TAE模式，我们可以得出结论，对于 $\beta_{\text{bulk}0} = 4\%$ 的情况，动理学热离子是必不可少，但对于 $\beta_{\text{bulk}0} = 1\%$ 的情况则不是。本文提出的新的动理学-MHD混合模拟方法展示了通过EGAM [46, 47]将能量从高能粒子传输到热离子以及通过热离子的动理学效应稳定LHD等离子体中的压强驱动不稳定性 [44, 45]。在AE爆发和频率扫描的模拟中进行的高能粒子分布函数分析已经证明是阐明非线性物理机制的有效方法[55-57]。本文中提出的分布函数涨落分析是研究托卡马克等离子体中波粒相互作用的有力工具。正如我们在引言部分中所述，MHD理论需要动理学扩展才能应用于无碰撞高温等离子体。在本文未提及的不包含动理学热离子的常规混合模拟中，我们发现压强驱动的MHD模式不稳定并影响到TAE模式。这使得在 $\beta_{\text{bulk}0} = 4\%$ 情况下常规混合模拟与新的动理学-MHD混合模拟之间的比较变得困难。这表明了动理学热离子的重要稳定效应，这可能类似于LHD中观察到的效应，但稳定机制的分析超出了本文的范围，将转移到我们未来的工作中。

在本工作中，虽然忽略了碰撞，但可以通过将碰撞扩展到离子粒子动理学中的 δf 模拟中来实现碰撞。我们应该考虑碰撞与黏性和电阻等耗散过程之间的一致性。对于电阻性，应该考虑到摩擦力以使离子动理学与电阻性相一致，电阻性来自离子与电子之间的碰撞。在[44, 60]中，离子动理学采用了不包含电阻性项的理想电场，因为电场的电阻性部分与摩擦力相抵消。磁场演化的感应方程采用了包含电阻性项的总电场。在本工作中，对于感应方程和离子动理学，我们使用了包含电阻性项的总电场，因为对于AE来说，电场的电阻性分量相对于理想分量来说非常小。

我们在方程(11)中引入了由电子压力梯度给出的平行电场项。这个项是从忽略惯性项的电子动量方程中导出的。在本文中，我们提出了两种电子压力模型。其中一种模型假设时间独立的电子温度分布和电子密度，其电荷密度与离子电荷密度相抵消。我们构建了一个额外的静电势，它给出了平行电场和垂直电场，以满足准中性条件[41, 43]。本工作中采用的平行电场与准中性模型是一致的。在[43]中，准中性条件被扩展以考虑离子极化效应。如果适当地将准中性条件与有限Larmor半径效应结合起来，准中性模型还可以产生需要考虑 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 漂移的垂直电场，该漂移出现在方程(13)中给出的动量矢量中。此外，由准中性引起的电场不会影响磁场的演化，因为它是一个静电场。在[41]中，研究了静电模式及其与内部扭曲模式的耦合。通过引入额外的静电势，准中性条件将使我们能够研究静电模式，如离子温度梯度(ITG)模式，如果准中性条件能够适当地与有限Larmor半径效应结合起来。当MHD模式和静电模式耦合在一起时，将会打开一个研究领域。另一方面，在本工作中，我们仅采用了平行电场，忽略了垂直分量。当我们专注于未受静电模式干扰的MHD模式时，这是一个合理的选择。然而，对于包含准中性电场实现的静电模式的代码基准测试是需要的，例如包含准中性电场的ITG模式，并将在不久的将来进行。我们要强调的是，新的动理学-MHD混合模拟将改善我们对托卡马克和恒星磁瓶等离子体的许多关键问题的理解，并有助于对燃烧等离子体的预测。

5. 参考文献

- [1] Park W et al 1992 Three-dimensional hybrid gyrokinetic-magnetohydrodynamics simulation Phys. Fluids B 4 2033-7
- [2] Park W, Belova E V, Fu G Y, Tang X Z, Strauss H R and Sugiyama L E 1999 Plasma simulation studies using multilevel physics models Phys. Plasmas 6 1796-803
- [3] Spong D A, Carreras B A and Hedrick C L 1992 Linearized gyrofluid model of the alpha-destabilized toroidal Alfvén eigenmode with continuum damping effects Phys. Fluids B 43316 – 28
- [4] Todo Y, Sato T, Watanabe K, Watanabe T H and Horiuchi R 1995 Magnetohydrodynamic vlasov simulation of the toroidal Alfvén eigenmode Phys. Plasmas 2 2711-6
- [5] Briguglio S, Vlad G, Zonca F and Kar C 1995 Hybrid magnetohydrodynamic-gyrokinetic simulation of toroidal Alfvén modes Phys. Plasmas 2 3711-23
- [6] Todo Y and Sato T 1998 Linear and nonlinear particle-magnetohydrodynamic simulations of the toroidal Alfvén eigenmode Phys. Plasmas 5 1321-7
- [7] Fu G Y, Park W, Strauss H R, Breslau J, Chen J, Jardin S and Sugiyama L E 2006 Global hybrid simulations of energetic particle effects on the $n = 1$ mode in tokamaks: internal kink and fishbone instability Phys. Plasmas 13052517
- [8] Kim C C 2008 Impact of velocity space distribution on hybrid kinetic-magnetohydrodynamic simulation of the (1, 1) mode Phys. Plasmas 15072507
- [9] Wang X, Zonca F and Chen L 2010 Theory and simulation of discrete kinetic beta induced Alfvén eigenmode in tokamak plasmas Plasma Phys. Control. Fusion 52115005
- [10] Zhu J, Ma Z W and Wang S 2016 Hybrid simulations of Alfvén modes driven by energetic particles Phys. Plasmas 23122506
- [11] Burby J W and Tronci C 2017 Variational approach to low-frequency kinetic-MHD in the current coupling scheme Plasma Phys. Control. Fusion 59045013
- [12] Fu G Y and Park W 1995 Nonlinear hybrid simulation of the toroidicity-induced Alfvén eigenmode Phys. Rev. Lett. 74 1594-6
- [13] Briguglio S, Schneller M, Wang X, Di Troia C, Hayward-Schneider T, Fusco V, Vlad G and Fogaccia G 2017 Saturation of Alfvén modes in tokamak plasmas investigated by Hamiltonian mapping techniques Nucl. Fusion 57072001
- [14] Briguglio S, Vlad G, Zonca F and Fogaccia G 2002 Nonlinear saturation of shear Alfvén modes and self-consistent energetic ion transport in burning plasmas with advanced tokamak equilibria Phys. Lett. A 302308 – 12
- [15] Todo Y 2006 Properties of energetic-particle continuum modes destabilized by energetic ions with beam-like velocity distributions Phys. Plasmas 13082503
- [16] Todo Y, Shinohara K, Takechi M and Ishikawa M 2003 Computer simulation of frequency sweeping of energetic particle mode in a JT-60u experiment J. Plasma Fusion Res. 791107
- [17] Bierwage A, Shinohara K, Todo Y, Aiba N, Ishikawa M, Matsunaga G, Takechi M and Yagi M 2017 Self-consistent long-time simulation of chirping and beating energetic particle modes in JT-60u plasmas Nucl. Fusion 57016036
- [18] Shiozaki Y and Todo Y 2004 Computer simulation of fishbone oscillation J. Plasma Fusion Res. Ser. 6 618-21 (available at: http://www.jspf.or.jp/JPFERS/PDF/Vol6/jpfrs2004_06618.pdf)
- [19] Vlad G, Briguglio S, Fogaccia G, Zonca F, Fusco V and Wang X 2013 Electron fishbone simulations in tokamak equilibria using XHMGC Nucl. Fusion 53083008 [20] Pei Y, Xiang N, Youjun H, Y Todo G Li, Shen W and Liqing X 2017 Kinetic-MHD hybrid simulation of fishbone modes excited by fast ions on the experimental advanced superconducting tokamak (EAST) Phys. Plasmas 24032507
- [21] Shen W, Feng Wang G Y Fu L X, Guoqiang Li and Liu C 2017 Hybrid simulation of fishbone instabilities in the EAST tokamak Nucl. Fusion 57116035
- [22] Shen W, Feng Wang G Y Fu L X and Ren Z 2020 Hybrid simulation of fishbone instabilities with reversed safety factor profile Nucl. Fusion 60106016
- [23] Brochard G, Dumont R, Lütjens H, Garbet X, Nicolas T and Maget P 2020 Nonlinear dynamics of the fishbone-induced alpha transport on ITER Nucl. Fusion 60126019

-
- [24] Fu G Y 2008 Energetic-particle-induced geodesic acoustic mode Phys. Rev. Lett. 101185002
- [25] Wang H and Todo Y 2013 Linear properties of energetic particle driven geodesic acoustic mode Phys. Plasmas 20012506
- [26] Wang H, Todo Y and Kim C C 2013 Hole-clump pair creation in the evolution of energetic-particle-driven geodesic acoustic modes Phys. Rev. Lett. 110155006
- [27] Wang H, Todo Y, Ido T and Osakabe M 2015 Simulation study of high-frequency energetic particle driven geodesic acoustic mode Phys. Plasmas 22092507
- [28] Wang H, Todo Y, Ido T and Suzuki Y 2018 Chirping and sudden excitation of energetic-particle-driven geodesic acoustic modes in a large helical device experiment Phys. Rev. Lett. 120175001
- [29] Todo Y, Van Zeeland M A, Bierwage A and Heidbrink W W 2014 Multi-phase simulation of fast ion profile flattening due to Alfvén eigenmodes in a diii-d experiment Nucl. Fusion 54104012
- [30] Todo Y, Van Zeeland M A, Bierwage A, Heidbrink W W and Austin M E 2015 Validation of comprehensive magnetohydrodynamic hybrid simulations for Alfvén eigenmode induced energetic particle transport in diii-d plasmas Nucl. Fusion 55073020
- [31] Todo Y, Van Zeeland M A and Heidbrink W W 2016 Fast ion profile stiffness due to the resonance overlap of multiple Alfvén eigenmodes Nucl. Fusion 56112008
- [32] Bierwage A, Shinohara K, Todo Y, Aiba N, Ishikawa M, Matsunaga G, Takechi M and Yagi M 2018 Simulations tackle abrupt massive migrations of energetic beam ions in a tokamak plasma Nat. Commun. 93282
- [33] Todo Y, Seki R, Spong D A, Wang H, Suzuki Y, Yamamoto S, Nakajima N and Osakabe M 2017 Comprehensive magnetohydrodynamic hybrid simulations of fast ion driven instabilities in a large helical device experiment Phys. Plasmas 24081203
- [34] Seki R, Todo Y, Suzuki Y, Spong D A, Ogawa K, Isobe M and Osakabe M 2019 Comprehensive magnetohydrodynamic hybrid simulations of Alfvén eigenmode bursts and fast-ion losses in the large helical device Nucl. Fusion 59096018
- [35] Gorelenkov N N, Cheng C Z and Fu G Y 1999 Fast particle finite orbit width and larmor radius effects on low-n toroidicity induced Alfvén eigenmode excitation Phys. Plasmas 6 2802-7
- [36] Lauber P, Günter S and Pinches S D 2005 Kinetic properties of shear Alfvén eigenmodes in tokamak plasmas Phys. Plasmas 12122501
- [37] Zhang H S, Lin Z, Holod I, Wang X, Xiao Y and Zhang W L 2010 Gyrokinetic particle simulation of beta-induced Alfvén eigenmode Phys. Plasmas 17112505
- [38] Chen Y, Munsat T, Parker S E, Heidbrink W W, Van Zeeland M A, Tobias B J and Domier C W 2013 Gyrokinetic simulations of reverse shear Alfvén eigenmodes in diii-d plasmas Phys. Plasmas 20012109
- [39] Mishchenko A, Bottino A, Hatzky R, Sonnendrücker E, Kleiber R and Axel K 2017 Mitigation of the cancellation problem in the gyrokinetic particle-in-cell simulations of global electromagnetic modes Phys. Plasmas 24081206
- [40] Biancalani A, Bottino A, Lauber P, Mishchenko A and Vannini F 2020 Effect of the electron redistribution on the nonlinear saturation of Alfvén eigenmodes and the excitation of zonal flows J. Plasma Phys. 86825860301
- [41] Antonsen T M and Bondeson A 1993 Influence of trapped thermal particles on internal kink modes in high temperature tokamaks Phys. Fluids B 5 4090-8
- [42] Graves J P, Hastie R J and Hopcraft K I 2000 The effects of sheared toroidal plasma rotation on the internal kink mode in the banana regime Plasma Phys. Control. Fusion 42 1049-66
- [43] Lanthaler S, Graves J P, Pfefferlé D and Cooper W A 2019 Guiding-centre theory for kinetic-magnetohydrodynamic modes in strongly flowing plasmas Plasma Phys. Control. Fusion 61074006
- [44] Sato M and Todo Y 2019 Effect of precession drift motion of trapped thermal ions on ballooning modes in helical plasmas Nucl. Fusion 59094003
- [45] Sato M and Todo Y 2020 Ion kinetic effects on linear pressure driven magnetohydrodynamic instabilities in helical plasmas J. Plasma Phys. 86815860305
- [46] Wang H, Todo Y, Osakabe M, Ido T and Suzuki Y 2019 Simulation of energetic particle driven geodesic acoustic modes and the energy channeling in the large helical device plasmas Nucl. Fusion 59096041
- [47] Wang H, Todo Y, Osakabe M, Ido T and Suzuki Y 2020 The systematic investigation of energetic-particle-driven geodesic acoustic mode channeling using MEGA code Nucl. Fusion 60112007

-
- [48] Todo Y, Wang H and Sato M 2017 A new magnetohydrodynamic hybrid simulation model with thermal and energetic ions 26th Int. Toki Conf. (Toki, Japan, 5-8 December 2017) [49] Hazeltine R D and Meiss J D 1992 Plasma Confinement (Reading, MA: Addison-Wesley)
- [50] Dimits A M and Lee W W 1993 Partially linearized algorithms in gyrokinetic particle simulation J. Comput. Phys. 107309 – 23
- [51] Parker S E and Lee W W 1993 A fully nonlinear characteristic method for gyrokinetic simulation Phys. Fluids B 5 77-86
- [52] Aydemir A Y 1994 A unified monte carlo interpretation of particle simulations and applications to non-neutral plasmas Phys. Plasmas 1 822-31
- [53] Todo Y 2019 Introduction to the interaction between energetic particles and Alfvén eigenmodes in toroidal plasmas Rev. Mod. Plasma Phys. 31
- [54] Hsu C T and Sigmar D J 1992 Alpha-particle losses from toroidicity-induced Alfvén eigenmodes. Part I: phase-space topology of energetic particle orbits in tokamak plasma Phys. Fluids B 4 1492-505
- [55] Todo Y 2019 Critical energetic particle distribution in phase space for the Alfvén eigenmode burst with global resonance overlap Nucl. Fusion 59096048
- [56] White R B, Duarte V N, Gorelenkov N N, Fredrickson E D and Podesta M 2020 Phase-space dynamics of Alfvén mode chirping Phys. Plasmas 27052108
- [57] Wang X Q et al 2020 Nonlinear simulations of energetic particle-driven instabilities interacting with Alfvén continuum during frequency chirping Plasma Phys. Control. Fusion 63015004
- [58] Lin Z, Tang W M and Lee W W 1995 Gyrokinetic particle simulation of neoclassical transport Phys. Plasmas 22975 – 88
- [59] Wang W X, Nakajima N, Okamoto M and Murakami S 1999 A new bdeltaf method for neoclassical transport studies Plasma Phys. Control. Fusion 41 1091-108
- [60] Belova E V, Jardin S C, Ji H, Yamada M and Kulsrud R 2000 Numerical study of tilt stability of prolate field-reversed configurations Phys. Plasmas 7 4996-5006