Simulation study of energetic-particle driven offaxis fishbone instabilities in tokamak plasmas

Hanzheng Li, Yasushi Todo, Hao Wang, Malik Idouakass, Jialei Wang

Abstract

进行了动力学-磁流体混合模拟，研究了托卡马克等离子体中被束缚高能离子不稳定化的离轴鱼骨模式（*OFM*）的线性增长和非线性演化。*OFM*的空间轮廓主要由$m/n = 2/1$模式组成，在$q = 2$磁通面内部占主导地位，而在$q = 2$磁通面外部主要是$m/n = 3/1$模式，其中m和n分别是极向和环向模式数，q是安全因子。*OFM*在极向平面上的空间轮廓呈现出强烈的剪切形状，表明与高能离子的相互作用具有非摄动效应。线性增长阶段的*OFM*频率与束缚高能离子的进动漂移频率非常吻合，而在非线性阶段，频率下降。发现了两种类型的束缚高能离子与*OFM*之间的共振条件。对于第一类共振，进动漂移频率与*OFM*频率相匹配，而对于第二类共振，进动漂移频率和反弹频率之和与*OFM*频率相匹配。第一类共振是*OFM*不稳定化的主要共振。根据每个共振粒子的进动漂移频率和反弹频率定义的共振频率进行分析，以了解频率的鸣叫。将能量和环向规范动量组合起来的共轭变量E'沿着$E' = const.$线的分布函数梯度驱动或稳定不稳定性，而在波粒相互作用过程中，E'保持不变。在非线性阶段，分布函数沿着$E' = const.$线变平，导致不稳定性的饱和。通过对相空间中高能离子分布函数的详细分析，可以看出沿着$E' = const.$线的分布函数梯度驱动或稳定不稳定性，而在非线性阶段，分布函数沿着$E' = const.$线变平，导致不稳定性的饱和。

1. 简介

高能粒子的约束是聚变研究中的重要问题，因为高能粒子加热燃料等离子体以实现聚变反应所需的高温。由聚变产生的α粒子和由中性束注入（NBI）和离子回旋频率范围波加热产生的快速离子等高能粒子驱动的磁流体动力学（MHD）不稳定性会降低高能粒子的约束。多年来，高能粒子与MHD模式之间的相互作用得到了广泛研究[1 − 8]。

位于$q = 1$磁面内的经典鱼骨模式是由高能粒子与MHD扰动之间的共振相互作用引起的众所周知的MHD不稳定性，其中q是安全因子。鱼骨不稳定性首次在近乎垂直的NBI下进行的极向引流装置实验中被发现[9]。在等离子体中，鱼骨不稳定性以$m/n = 1/1$的内部螺旋模式结构周期性突发观察到，其中m和n分别是极向和环向模式数。在鱼骨不稳定性的时间演化中，模式频率在不稳定性开始时接近深束缚高能粒子的进动漂移频率，并在与高能粒子损失相关的非线性阶段明显下降。此后，已经进行了大量的理论和实验工作。高能粒子与鱼骨之间的共振可以分类如下：

(a) 与束缚高能粒子的进动漂移运动的共振。鱼骨模式是一种高能粒子模式（EPM）[10, 11]。

(b) 鱼骨模式是一种具有约等于离子直径磁阻频率振荡的固有螺旋模式[12]。

(c) 与束缚高能粒子的弹跳运动的共振[13]。

(d) 与通过能量粒子在环向方向上的循环运动的共振[14-16]。

在JET、JT-60U和DIII-D等装置中观察到了一种新的高能粒子驱动的MHD不稳定性，离轴鱼骨模式（OFM）[17-19]。在JT-60U[20-23]和DIII-D[22-24]托卡马克中研究了$q_0 \geqslant 1.5$等离子体中的OFM，其β_N值高于JET。OFM的频率接近束缚高能粒子的进动漂移频率，与经典鱼骨类似。OFM被认为是将高能粒子从中心输运出去的一种触发电阻壁模式（RWM）和边界局部化模式（ELM）的方式，以防止高-β_N放电。对于RWM，OFM引起的高能粒子损失和转速下降足以使RWM变得不稳定，因为等离子体转速是控制RWM最有效的方式[23]。此外，一项理论研究揭示了RWM和进动性OFM之间可能发生的模式转换[25]。对于ELM，由OFM输运到边界区域的高能粒子可能增强压力梯度，从而导致不稳定化[21,22]。

本文旨在利用动力学-磁流体混合模拟代码MEGA，对OFM的线性性质和非线性演化进行数值研究，其中等离子体被描述为与高能粒子相互作用的磁流体。我们利用Grad-Shafranov方程构建了MHD平衡，

考虑了DIII-D实验的情况[23]。发现OFM的空间轮廓主要由$m/n=2/1$模式在$q=2$磁面内部占主导地位，而$m/n=3/1$模式在$q=2$磁面外部占主导地位。对OFM的线性频率和增长率进行了高能粒子压力、高能粒子的初始速度分布和$q=2$磁面位置的参数扫描。共振条件分析揭示了通过进动漂移共振的贡献是主导的，而通过进动漂移和束缚高能粒子反弹运动的组合而产生的另一种共振也有很大的贡献。在相空间中仔细分析了高能粒子的分布函数。在OFM的线性增长阶段，所有共振的高能粒子都集中在$q=2$磁面附近，而在非线性阶段，它们径向输运。本文的其余部分组织如下。第2节描述了模拟的物理模型。第3节重点介绍了OFM的线性性质和波粒子相互作用的模拟结果。第4节介绍了OFM的非线性演化。第5节用于讨论和总结。

2. 物理模型

本文使用动力学-磁流体混合模拟代码MEGA [26-31]来模拟OFM。在MEGA的物理模型中，等离子体主体被视为一个由非线性MHD方程描述的流体，而对于高能粒子，则采用带有δf粒子在格子方法（PIC）的漂移动力学方程。带有高能粒子效应的MHD方程如下所示：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=-\nabla\cdot(\rho v)+\nu_{\rm n}\nabla^2(\rho-\rho_{\rm eq}) \tag{1}$$

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}=-\rho\omega\times v-\rho\nabla\left(\frac{v^2}{2}\right)-\nabla p+(j-j'_{\rm h})\times B-\nabla\times(\nu\rho\omega)+\frac{4}{3}(\nu\rho\nabla\cdot v) \tag{2}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t}=-\nabla\times E \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\nabla\cdot(pv)-(\gamma-1)p\nabla\cdot v+(\gamma-1)\left[\nu\rho\omega^2+\frac{4}{3}\nu\rho(\nabla\cdot v)^2+\eta j\cdot(j-j_{\rm eq})\right]+\chi\Delta(p-p_{\rm eq}) \tag{4}$$

$$E=-v\times B+\eta\,(j-j_{\rm eq}) \tag{5}$$

$$\omega=\nabla\times v \tag{6}$$

$$j=\frac{1}{\mu_0}\nabla\times B \tag{7}$$

其中，μ_0和γ分别是真空磁导率和绝热常数，下标’eq’表示平衡态，ν、$\nu_{\rm n}$和χ是人为的黏性和扩散系数，用于保持数值稳定性。欧姆定律中的电阻率表示为η。MEGA代码使用四阶有限差分格式求解空间导数，并使用四阶龙格-库塔方法进行时间积分。

方程（2）中无$E\times B$漂移的高能粒子电流密度表示为：

$$j'_{\rm h}=\int\left(v^*_{\parallel}+v_{\rm B}\right)Z_{\rm h}ef\,{\rm d}^3v-\nabla\times\int\mu bf\,{\rm d}^3v \tag{8}$$

其中，由于准中性性质[26]，不考虑$E\times B$漂移，$v^*_{\parallel}$包括平行于磁场的速度和磁曲率漂移运动的速度，$v_{\rm B}$是磁梯度漂移运动的速度，$Z_{\rm h}e,f$和μ分别是高能粒子的电荷、分布函数和磁矩。右侧第二项是磁化电流。

除非另有说明，本文中的参数如下所示。我们使用整个托卡马克等离子体域，其环向角范围为$0\leqslant\phi<2\pi$。因此，模拟区域为$R_{\rm c}-a\leqslant R\leqslant R_{\rm c}+a, 0\leqslant\phi<2\pi$和$-1.7a\leqslant Z\leqslant 1.7a$，其中$R_{\rm c}=1.7$ m和$a=0.6$ m分别是主半径和副半径。对于柱坐标(R,ϕ,Z)，网格点数为$128\times64\times128$，大约有8×10^6个粒子。黏性和扩散系数的值设置为$\nu=10^{-6}v_{\rm A}R_{\rm c}$和$\nu_{\rm n}=\chi=0$，模拟中的电阻率为$\eta=10^{-7}\mu_0v_{\rm A}R_{\rm c}$，其中$v_{\rm A}$是等离子体中心的阿尔芬速度。

为了与实验中的高能粒子分布一致，这里使用了一个各向异性的减速分布。分布函数可以表示为：

$$f_{\rm eq}(\bar\psi,v,\Lambda)=C\exp\left(-\frac{\bar\psi}{\Delta\bar\psi}\right)\frac{1}{v^3+v_{\rm crit}^3}\times\frac{1}{2}{\rm erfc}\left(\frac{v-v_{\rm inj}}{\Delta v}\right)\times\exp\left(-\frac{(\Lambda-\Lambda_0)^2}{\Delta\Lambda^2}\right), \tag{9}$$

其中，$\bar\psi$是归一化的极向磁通，其中$\bar\psi=0$表示等离子体中心，$\bar\psi=1$表示等离子体边缘，而$\Delta\bar\psi=0.3$。推角变量由$\Lambda=\mu B_0/E$表示，其中μ,B_0和E分别是磁矩、等离子体中心的磁场强度和粒子的动能，

Λ_0和$\Delta\Lambda$分别是分布峰值位置和宽度。本文中，所有计算使用$\Lambda_0 = 1.1$和$\Delta\Lambda = 0.1$。背景等离子体为氘，数密度为$3\times10^{19}\ \mathrm{m}^{-3}$。等离子体中心的磁场强度为$B_0 = 1.7\ \mathrm{T}$。高能粒子的注入速度为$v_{\mathrm{inj}} = 0.58v_{\mathrm{A}}$，对应于80 keV的氘中性束流，其宽度为$\Delta v = 0.1v_{\mathrm{A}}$。临界速度为$v_{\mathrm{crit}} = 0.62v_{\mathrm{A}}$。高能粒子beta和安全因子的轮廓如图1所示。高能粒子beta轮廓的定义如下：

$$\beta_{\mathrm{h}}(\bar{\psi}) = \beta_{\mathrm{h0}}\exp(-\bar{\psi}/\Delta\bar{\psi}) \tag{10}$$

其中，β_{h0}表示中心处的值。为简化起见，假设均匀的等离子体beta轮廓，初始值为2.48%。关于安全因子，对安全因子轮廓进行参数扫描，同时保持轴向值和边缘值不变，即$q_{r=0} = 1.6$和$q_{r=a} = 5.0$。

3. 模拟结果

3.1. OFM的特性

图2展示了在标准运行中（$\beta_{\mathrm{h0}} = 1.5\times10^{-2}$）随时间演化的$n = 1$的MHD扰动能量($W$)，以及具有$m/n = 2/1$的径向MHD速度频率，以及不同时间点的MHD压力波动轮廓。我们可以看到MHD扰动能量在$t\omega_{\mathrm{A}} \simeq 5177$（其中$\omega_{\mathrm{A}} = v_{\mathrm{A}}/R_{\mathrm{c}}$）时呈指数增长，并达到饱和状态。在饱和之前，径向MHD速度的频率为$f_0 \simeq 12.3\mathrm{kHz}$，随着模态阻尼而下降。图2(b)和(c)展示了线性和非线性阶段的MHD压力波动的空间结构快照。图2(b-i)所示的线性阶段主要由$m = 2$谐波组成，其内部由实线表示的$q = 2$磁面主导，而在$q = 2$磁面外部，$m = 3$谐波主导。特别是在极向平面上，我们可以看到OFM的强烈剪切轮廓。OFM剪切结构的可能机制是高能粒子的非摄动动力学效应[32-36]，因为在电阻性扰动模式中没有观察到剪切结构。在图2(c-i)中，我们可以看到$m = 2$谐波正弦部分与余弦部分之比的径向变化中的剪切结构。谐波的相位选择使得主导谐波（$m = 2$）的余弦部分在模态峰值位置最大化。然而，在经典鱼骨模式的模拟中，并没有观察到如此强烈的剪切结构[29, 37]。在阻尼阶段，$m = 2$的波动轮廓在径向方向变窄，而$m = 3$的波动逐渐消失，如图2(b-iii)所示。在图2(b-iv)和(c-ii)所示的模拟结束时，我们可以观察到$m = 2$的谐波轮廓在径向方向上变窄并向外移动，正弦部分相对于余弦部分的振幅增强。这表明剪切轮廓在非线性演化过程中得到了增强。

为了更好地理解OFM，我们对中心高能粒子beta值β_{h0}进行了系统的扫描，研究其对模态增长率和频率的影响，如图3(a)所示。在没有高能粒子的情况下（$\beta_{\mathrm{h0}} = 0\%$），我们可以看到具有相同$m/n = 2/1$模式的电阻性扭曲模式是不稳定的。随着$\beta_{\mathrm{h0}}$的增加，高能粒子稳定了扭曲模式，而OFM变得不稳定。我们可以通过模态频率从0kHz跳跃到约12kHz来观察到OFM的出现。随着β_{h0}的增加，OFM的增长率增加，而频率在12.3 ± 0.5kHz范围内几乎保持不变。然而，在目前的模拟中，当$\beta_{\mathrm{h0}} > 1.5\%$时，β诱导的阿尔芬本征模式[38]变得占主导地位，并限制了OFM的参数扫描范围。可以得出结论，OFM表现出与$k = 1$鱼骨模式对扭曲模式的类似关系[39]。

在实验中[18, 23]，OFM的初始模态频率接近于被困高能粒子的进动漂移频率。图3(b)显示了OFM的增长率和频率随高能粒子注入速度的变化情况。当注入速度从$0.47v_{\mathrm{A}}$增加到$0.66v_{\mathrm{A}}$时，模态频率增加。与此同时，OFM的增长率减小。结果表明，模态频率取决于高能粒子的轨道频率。特别地，深度束缚粒子的进动漂移频率近似为[40]

$$\omega_{\mathrm{d}} = \frac{Eq}{m_{\mathrm{h}} r R_{\mathrm{c}} \Omega_0} \tag{11}$$

其中，E, m_{h}和Ω_0分别是高能粒子的动能、质量和回旋频率。对于$v_{\mathrm{inj}} = 0.58v_{\mathrm{A}}$的具体情况，模态频率为12.3kHz，与$v = v_{\mathrm{inj.}}$时的进动漂移频率14.3kHz一致。这表明被困高能粒子驱动了OFM。进一步的细节将在下一小节中讨论。

在先前的研究中[41]，对于经典鱼骨模式，研究了$q = 1$磁通面的径向位置的影响。我们进行了一系列的模拟，研究了$q = 2$磁通面的位置对OFM的影响。我们使用的安全因子轮廓如图3(c)所示。图3(d)显示了OFM的增长率和频率与归一化的$q = 2$磁通面半径($r_{q=2}$)之间的关系。我们可以看到，在图中增长率是$r_{q=2}$的增函数，而模态频率略有降低。这表明随着$q = 2$磁通面半径的增大，OFM变得更加不稳定。这个效应类似于$q = 1$磁通面半径对经典鱼骨模式的影响。

3.2. 高能粒子的共振条件

我们选择了具有大$|\delta f|$的高能粒子，以阐明其与OFM的共振条件。具有大$|\delta f|$的粒子代表与OFM的

强烈相互作用，并可视为共振粒子。图4(a)中显示了具有大$|\delta f|$的前8000个高能粒子在(μ,Λ)空间中的分布。我们将具有大$|\delta f|$的粒子分为三种类型，即类型I-III。图中用黑色三角形表示的类型I粒子广泛分布在$0.07 \leqslant \mu/\left(m_\mathrm{h}v_\mathrm{A}^2/B_0\right) \leqslant 0.19$和$1.08 \leqslant \Lambda \leqslant 1.2$的范围内。图中用蓝色圆圈表示的类型II粒子分布在$\mu/\left(m_\mathrm{h}v_\mathrm{A}^2/B_0\right) = 0.02$和$0.97 \leqslant \Lambda \leqslant 1.07$附近。图中用红色圆圈表示的类型III粒子分布在$\mu/\left(m_\mathrm{h}v_\mathrm{A}^2/B_0\right) = 0.02$和$1.1 \leqslant \Lambda \leqslant 1.2$附近。

值得注意的是，在高能粒子的初始分布函数中，当设定的迴旋频率变量为$\Lambda_0 = 1.1$时，OFM是最不稳定的，而对于$\Lambda_0 = 1.0$和1.2，OFM是稳定的。

对于频率ω_0远低于托卡马克中的回旋频率的波，其共振条件为[26,42]

$$\omega_0 - L\omega_\theta - n\omega_\phi = 0 \tag{12}$$

其中，n是波的托卡马克纵向模数，L是表示纵向共振数的整数，ω_θ和ω_ϕ分别是粒子的纵向和托卡马克环向轨道频率。对于被困粒子，ω_θ是弹性反弹频率，ω_ϕ是进动漂移频率。我们在图4(b)中绘制了前8000个粒子的$(\omega_0 - n\omega_\phi)/\omega_\theta$的数值。图中的横轴是粒子的归一化径向位置。我们可以看到数值集中在0和1附近，表明对于类型I粒子共振发生在$L = 0$，对于类型II和III粒子共振发生在$L = 1$。图4(c)中绘制了三种类型粒子在(R,Z)平面上的典型轨道。所有轨道都位于接近$q = 2$磁通面的位置，这导致它们与OFM之间发生强烈的相互作用。这也可以解释为什么当$\Lambda_0 = 1.1$时OFM是最不稳定的。图4(c)中显示的类型I和III粒子的进动角变量为$\Lambda = 1.15$。对于$\Lambda_0 = 1.1$和$\Lambda = 1.15$，根据公式(9)给出的进动角分布$G = \exp\left(-\frac{(\Lambda-\Lambda_0)^2}{\Delta\Lambda^2}\right)$通过能量导数$\frac{\partial G}{\partial E}\big|_{\mu=\,\mathrm{constant}} = 2\left(\Lambda - \Lambda_0\right)\left(\mu B_0/E^2\Delta\Lambda^2\right)G > 0$ [43] 强烈驱动OFM。在(μ,Λ)空间中，我们对高能粒子的能量转移率$w\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$进行了分析，其中$w$是粒子的权重，$\mathrm{d}E/\mathrm{d}t$是粒子动能的时间导数。结果如图5所示。蓝色区域表示$w\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} < 0$的能量转移到OFM并驱动不稳定性。我们可以看到，类型I粒子是OFM不稳定化的主要成分，而类型III粒子也提供了较弱的贡献。相反，类型II粒子获得能量稳定OFM。OFM与高能粒子之间的主要共振是$L = 0$的进动漂移共振。这与理论研究一致，该理论预测当困获的高能粒子beta值超过临界值时，具有外部扭曲模式轮廓的OFM会被激发起来[25]。我们模拟中的OFM的空间轮廓与理论中假设的外部扭曲模式轮廓不同。此外，我们还发现了与相似Λ的相对较低磁矩相对应的$L = 1$的新共振。由于两种共振之间的Λ是可比较的，较低的磁矩相当于较低的能量。新的$L = 1$共振发生在具有相对较低能量的类型II和III粒子中。有趣的是，具有较低Λ的类型II粒子从OFM获得能量，而具有较高Λ的类型III粒子提供能量。这将在下一节中进行详细研究。

4. 非线性演化

4.1. 粒子轨道频率的演化

本节研究了能量粒子的非线性动力学和输运过程。如图2(a)所示，当初始频率$f_0 = 12.3\mathrm{kHz}$时，OFM呈指数增长，而在非线性阶段，频率下降到约7.4kHz左右。我们通过以下方式定义共振频率ω_resonant：

$$\omega_\mathrm{resonant} = n\omega_\phi + L\omega_\theta \tag{13}$$

在这里，我们应该强调，在非线性模拟中，ω_ϕ和ω_θ是测量粒子轨道与MHD扰动相互作用后的非线性轨道频率。图6中显示了在不同时间点上具有大$|\delta f|$的前8000个能量粒子在$(\omega_\phi, \omega_\mathrm{resonant})$空间中的分布。图中红色（蓝色）表示正（负）的$\delta f$。在图6(a)所示的OFM的线性增长阶段中，我们看到无论是$L = 0$还是$L = 1$粒子的共振频率几乎与虚线表示的模式频率相同。其中$L = 0$粒子和$L = 1$粒子分别位于$\omega_\phi = 0.0285\omega_\mathrm{A}$和$\omega_\phi = 0.004\omega_\mathrm{A}$附近。对于图6(b)中$t\omega_\mathrm{A} = 4008$的情况，红色（蓝色）的正（负）$\delta f$粒子的共振频率开始下降（上升）。这表明在饱和之前存在一种弱非线性效应。在不稳定性饱和时刻$t\omega_\mathrm{A} = 5010$，我们在图6(c)中看到正$\delta f$粒子的共振频率大幅下降，而负$\delta f$粒子的共振频率显著上升。同时，在图2(a)中我们看到模式频率略微下降。

在图6(d)中显示的非线性阶段，正δf和负δf粒子之间的共振频率差异进一步发展。随着OFM频率的下降，正δf粒子的共振频率也降低。这些粒子可能与OFM保持共振。这表明与最近对经典鱼骨波的研究不同，其中频率下降被归因于能量粒子压力轮廓的平坦化[44]，这里存在着不同的频率下降机制。

此外，在非线性阶段观察到了从被困粒子到通过粒子的转变。需要注意的是，对于某些$L = 1$粒子，进动漂移频率降至零并改变符号。这些粒子变成了向$-\phi$方向移动的通过粒子。

4.2. 分布函数分析

我们对能量粒子的分布函数进行了分析，以了解线性增长阶段和非线性阶段中不稳定和稳定的物理机制。图7以不同时间点为例，分别在顶部（中部）面中，以特定的$\mu = 0.14 m_{\rm h} v_{\rm A}^2/B_0$ $(\mu = 0.02 m_{\rm h} v_{\rm A}^2/B_0)$展示了$(P_\phi, E)$空间中的分布函数扰动。有三个变量，托卡马克规范动量(P_ϕ)，动能(E)和磁矩(μ)，其定义为$P_\phi = e_{\rm h}\Psi + m_{\rm h} R v_\parallel b_\phi, E = \frac{1}{2} m_{\rm h} v^2$，和$\mu = \frac{1}{2} m_{\rm h} v_\perp^2/B$。对于与阿尔费文本振模相互作用，其频率要远低于离子洛仑兹频率，磁矩μ是一个绝热不变量。在等离子体核心，极向磁通设置为Ψ_0，而在等离子体边界处设置为0。能量粒子用下标'h'表示，磁场单位矢量的ϕ分量用b_ϕ表示。在积分δf分布时，将模拟中的所有粒子都包括在内。品红色线条表示等离子体中心的等值线。

$$F(\omega_\phi, \omega_\theta) = \frac{\omega - n\omega_\phi}{\omega_\theta} \tag{14}$$

其中ω_ϕ和ω_θ是在平衡磁场中沿着粒子轨道测量得到的线性共振条件[31]。品红色线条表示共振条件$F(\omega_\phi, \omega_\theta) = L$，其中$L$是一个整数，并在图中标出。在图7(a)和(b)所示的线性增长阶段，OFM与能量粒子之间出现了共振区域。需要注意的是，这些共振区域与图中表示的$q = 2$磁通面非常接近，由灰色线条表示。总的分布函数与初始分布函数几乎相同，如图7(e)和(f)所示。在饱和之后，我们可以在图7(c)和(d)中看到红色（蓝色）的正（负）δf区域沿着$E' = E - \frac{\omega}{n} P_\phi = \text{const.}$线出现，该线在忽略频率变化时的波粒相互作用中是守恒的[8,45]。在图7(d)中发现，对于$L = 1$的粒子，形成了两对共振区域，而蓝色区域彼此重叠。这两对区域分别是类型 II和类型 III粒子。类型 II粒子将OFM稳定在较高能量一侧，而类型 III粒子位于较低能量一侧。图8清楚地显示了正δf的类型 II和类型 III粒子分别趋向于径向内移和径向外移。这意味着类型 II（III）粒子移向中心（边缘），与图7(d)中显示的右（左）一对共振区域相匹配。图8中显示的典型粒子的振荡表明它们被波束困住。

我们可以从图7(e)和(f)中看到，由于（逆）朗道阻尼，分布函数沿着共振附近的$E' = \text{const.}$线变平，其中在图7(e)中明显，在图7(f)中适度。沿着$E' = \text{const.}$线的能量导数可以通过以下定义[8,31]：

$$\left.\frac{\partial f}{\partial E}\right|_{E'} = \frac{\partial f}{\partial E} + \frac{{\rm d}P_\phi}{{\rm d}E}\frac{\partial f}{\partial P_\phi} = \frac{\partial f}{\partial E} + \frac{n}{\omega}\frac{\partial f}{\partial P_\phi} \tag{15}$$

其中n和ω分别是托卡马克模式数和模式频率。方程的右侧表示逆朗道阻尼的驱动或朗道阻尼的阻尼。我们可以从图7(e)和(f)中看到，在$t\omega_{\rm A} = 0$时，沿着$E' = \text{const.}$线上的${\rm d}f/{\rm d}E > 0$导致逆朗道阻尼，并驱动$L = 0$的类型 I粒子和$L = 1$的类型 III粒子的OFM。不稳定性的饱和可以归因于沿着$E' = \text{const.}$线的分布函数的显著平坦化，如图7(e)所示。在图7(f)中，分布函数的负梯度导致朗道阻尼稳定OFM。这个相空间区域对应于类型 II粒子。

4.3. 在(R, Z)平面中的分布演化

此外，选择了具有大$|\delta f|$的前8000个共振粒子，以在(R, Z)平面上绘制能量粒子分布的扰动情况。在图9(a-i)-(c-i)所示的线性增长阶段，共振相互作用发生在$q = 2$磁通面附近。在非线性阶段，我们可以看到类型I粒子在图9(a-ii)和(a-iii)中沿径向外移动，红色区域$(\delta f > 0)$向外移动，而类型II粒子的运动与之相反，如图9(b-ii)和(b-iii)所示。尽管正负粒子的径向输运较弱，但类型III粒子的运动与类型I粒子类似，如图9(c-ii)和(c-iii)所示。特别要注意的是，在图9(b-iii)中，由于波对粒子的能量转移，一些类型II粒子在等离子体中心附近变成了通过粒子。图10中比较了不同时刻的垂直方向上的能量粒子压力轮廓。阴影区域表示初始轮廓。实线红色表示模拟结束时的能量粒子压力轮廓的平坦化以及在径向方向上的显著能量粒子输运。有趣的是，能量粒子输运不仅在OFM饱和阶段$(t\omega_{\rm A} = 5010)$发生，而且在饱和后的频率变化过程中也发生。

5. 讨论与总结

我们通过动力学MHD混合模拟研究了被困能量离子所不稳定的OFM的线性增长和非线性演化过程。OFM的空间轮廓主要由$q = 2$磁通面内的$\text{m}/n = 2/1$模式组成，而在$q = 2$磁通面外，$\text{m}/n = 3/1$模式占主导地位。OFM的空间轮廓在极向平面上呈现出强烈的剪切形状，表明与能量离子相互作用的非微扰效应。在线性增长阶段，OFM的频率与被困能量离子的进动漂移频率非常吻合，在非线性阶段，频率下降。参

数扫描结果表明，能量粒子压力、注入速度和$q = 2$磁通面的半径对OFM有显著影响。发现了两种共振，即极向共振数$L = 0$和$L = 1$对不稳定性起到了重要贡献。能量粒子与OFM之间的主要共振是具有$L = 0$的进动漂移共振。具有$L = 1$的共振是进动漂移和弹性运动的组合，对OFM既具有破坏性作用，又具有稳定性作用。与$L = 0$的共振相比，$L = 1$的共振的贡献较弱。

通过基于每个共振粒子的进动漂移频率和非线性轨道的弹性频率定义的共振频率，分析了共振频率，以了解频率下降现象。发现正δf粒子的共振频率下降，这可能导致OFM频率的下降。我们在(P_ϕ, E)空间中分析了能量离子的分布函数。结果表明，沿着$E' = \text{const.}$线的分布函数梯度驱动或稳定了不稳定性。在非线性阶段，分布函数沿着$E' = \text{const.}$线变平，导致不稳定性饱和。不同时刻的能量离子压力轮廓表明，能量离子输运不仅发生在OFM饱和阶段，而且在饱和后的频率变化过程中也发生。

在实验中，JT-60U和DIII-D装置中的磁探针信号显示出与能量粒子输运到等离子体边界同步的强波形失真（非正弦振荡）[22-24]。环向阵列的数据显示，模式失真与更高次数的谐波有关。这种独特特征在经典鱼骨波突发中从未报道过。更高次数的谐波是通过MHD非线性产生的，它在很大程度上取决于模式振幅和空间轮廓。本研究发现的OFM的剪切轮廓可能通过非线性产生的模式的空间轮廓影响在特定位置观测到的波形失真。在我们未来的工作中，将对波形失真进行进一步研究，需要仔细考虑数值分辨率和耗散效应。

REFERENCES

[1] Fasoli A. et al 2007 Chapter 5: physics of energetic ions Nucl. Fusion 47 S264
[2] Heidbrink W.W. 2008 Phys. Plasmas 15055501
[3] Breizman B.N. and Sharapov S.E. 2011 Plasma Phys. Control. Fusion **53**054001
[4] Toi K., Ogawa K., Isobe M., Osakabe M., Spong D.A. and Todo Y. 2011 Plasma Phys. Control. Fusion 53024008
[5] Sharapov S.E. et al 2013 Nucl. Fusion 53104022
[6] Gorelenkov N.N., Pinches S.D. and Toi K. 2014 Nucl. Fusion 54125001
[7] Chen L. and Zonca F. 2016 Rev. Mod. Phys. 88015008
[8] Todo Y. 2018 Rev. Mod. Plasma Phys. 31
[9] Mcguire K. et al 1983 Phys. Rev. Lett. 50891
[10] Chen L., White R.B. and Rosenbluth M.N. 1984 Phys. Rev. Lett. 521122
[11] Idouakass M. 2016 Linear and nonlinear study of the precessional fishbone instability PhD Thesis Aix-Marseille Universit 2016AIXM4756
[12] Coppi B. and Porcelli F. 1986 Phys. Rev. Lett. 572272
[13] Fredrickson E., Chen L. and White R. 2003 Nucl. Fusion 43 1258
[14] Betti R. and Freidberg J.P. 1993 Phys. Rev. Lett. 703428
[15] Wang S. 2001 Phys. Rev. Lett. 865286
[16] Yu L., Wang F., Fu G.Y. and Yu L. 2019 Nucl. Fusion 59086016
[17] Huysmans G.T.A. et al 1999 Nucl. Fusion 391489
[18] Matsunaga G. et al 2009 Phys. Rev. Lett. 103045001
[19] Okabayashi M. et al 2009 Nucl. Fusion 49125003
[20] Matsunaga G. et al 2010 Nucl. Fusion 50084003
[21] Matsunaga G., Aiba N., Shinohara K., Asakura N., Isayama A. and Oyama N. 2013 Nucl. Fusion 53073046
[22] Matsunaga G. et al 2013 Nucl. Fusion 53123022
[23] Okabayashi M. et al 2011 Phys. Plasmas 18056112
[24] Heidbrink W.W. et al 2011 Plasma Phys. Control. Fusion 53 085028
[25] Hao G.Z., Wang A.K., Liu Y.Q. and Qiu X.M. 2011 Phys. Rev. Lett. 107015001 [26] Todo Y. and Sato T. 1998 Phys. Plasmas 51321
[27] Todo Y. 2006 Phys. Plasmas **13**082503
[28] Todo Y., Berk H.L. and Breizman B.N. 2010 Nucl. Fusion 50 084016
[29] Pei Y., Xiang N., Hu Y., Todo Y., Li G., Shen W. and Xu L. 2017 Phys. Plasmas 24032507
[30] Wang J., Todo Y., Wang H. and Wang Z.-X. 2020 Nucl. Fusion 60112012
[31] Todo Y., Sato M., Wang H., Idouakass M. and Seki R. 2021 Plasma Phys. Control. Fusion 63075018
[32] Chen L. 1994 Phys. Plasmas 11519
[33] Zhang W., Holod I., Lin Z. and Xiao Y. 2012 Phys. Plasmas 19 022507
[34] Ma R., Zonca F. and Chen L. 2015 Phys. Plasmas 22092501
[35] Tobias B.J., Classen I.G.J., Domier C.W., Heidbrink W.W., Luhmann N.C., Nazikian R., Park H.-K., Spong D.A. and van Zeeland M.A. 2011 Phys. Rev. Lett. 106075003 [36] Hu Y. et al 2016 Phys. Plasmas 23022505
[37] Fu G.Y., Park W., Strauss H.R., Breslau J., Chen J., Jardin S. and Sugiyama L.E. 2006 Phys. Plasmas 13052517
[38] Heidbrink W.W., Strait E.J., Chu M.S. and Turnbull A.D. 1993 Phys. Rev. Lett. 71855
[39] Porcelli F. 1991 Plasma Phys. Control. Fusion 331601
[40] White R.B., Rutherford P.H., Colestock P. and Bussac M.N. 1988 Phys. Rev. Lett. 602038
[41] Hu B., Betti R. and Manickam J. 2006 Phys. Plasmas 13 112505
[42] Berk H.L., Breizman B.N. and Pekker M.S. 1995 Nucl. Fusion 351713
[43] Wang H., Todo Y. and Kim C.C. 2013 Phys. Rev. Lett. 110 155006
[44] Brochard G., Dumont R., Lütjens H., Garbet X., Nicolas T. and Maget P. 2020 Nucl. Fusion 60126019
[45] Hsu C.T. and Sigmar D.J. 1992 Phys. Fluids B 41492