台指波動

李泓慶
林家緯

名詞複習

- 波動率
  - 概念:波動率
- BS模型
  - 舉例:
  - 簡單概念:平價理論,當下的call價格會等於未來各個價格報酬*機率之總和
  - 假設條件:固定波動率&股價過程符合對數常態分配

彩券	獎金	機率
一獎	100元	10%
二獎	10元	40%
三獎	0元	50%
期望值	14元	

名詞複習

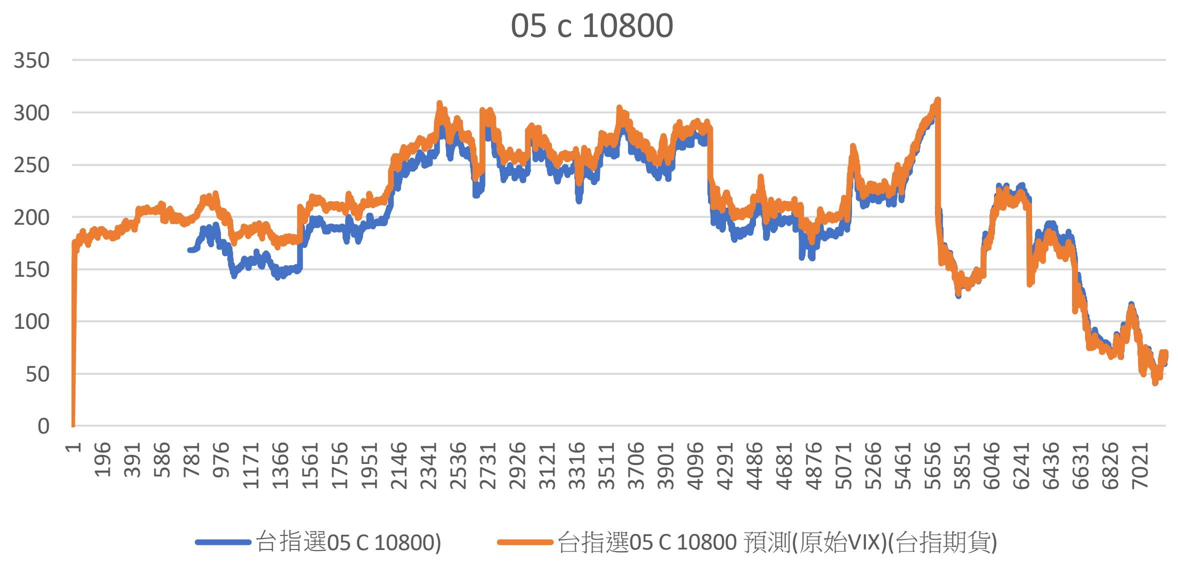
然而現實中,股價波動率不固定,即便號稱有預測能力的GARCH或GJR,也是利用給予不同波動率權重,也是利用過去真實波動率去預測未來波動率

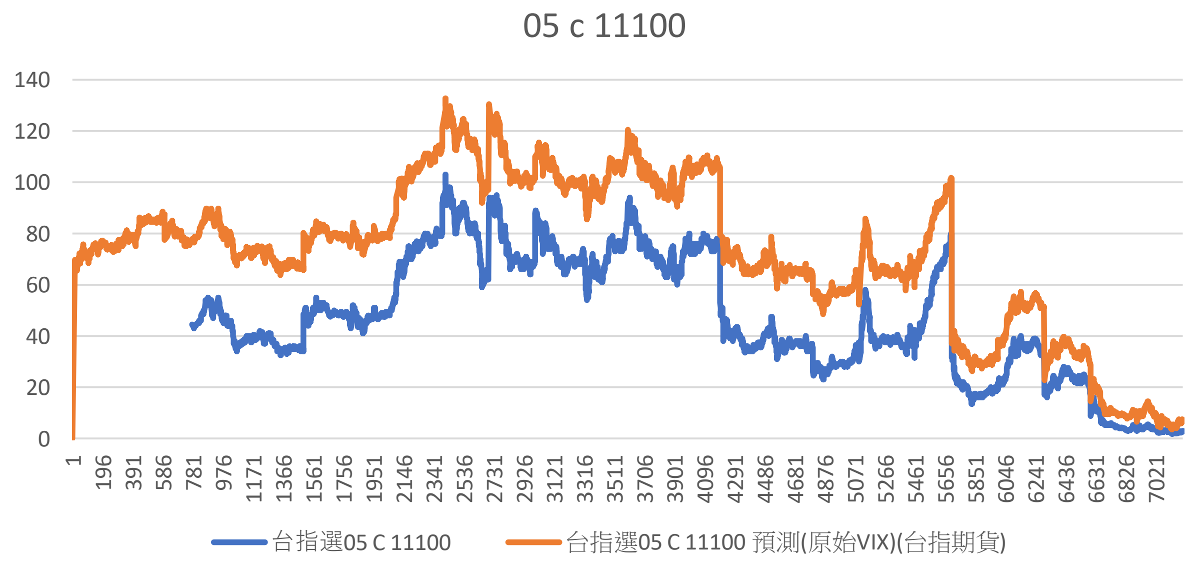
隱含波動率則是利用將實際成交價格帶回去BS模型反推而得的波動率,此則反映民眾對未來真實的預期

把價外call put每檔履約價隱波做加權平均就得到常聽到的VIX

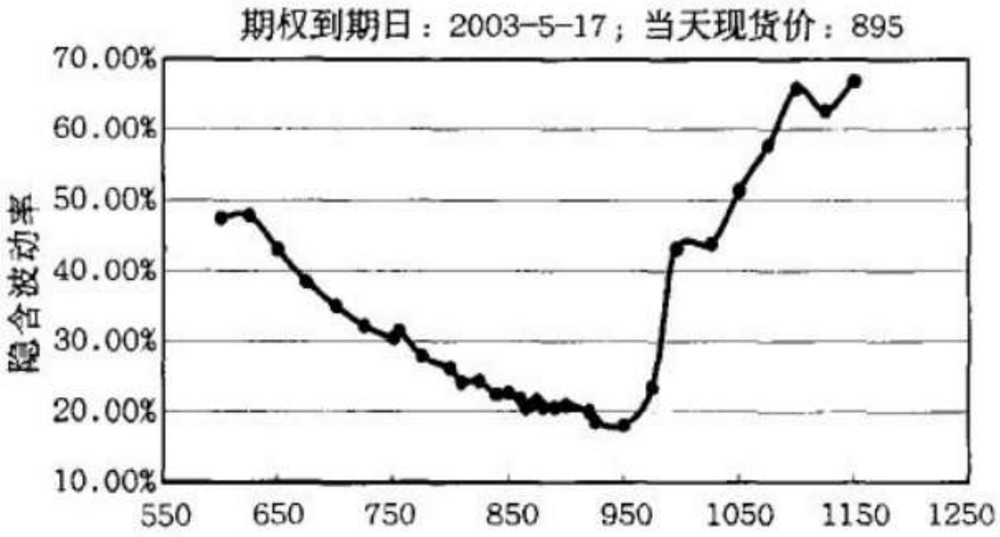
因為不同履約價有不同的隱波

- 在BS模型前提假設正確下
- 相同的標的相同真實波動率,竟有不同的預測值與實際值差異





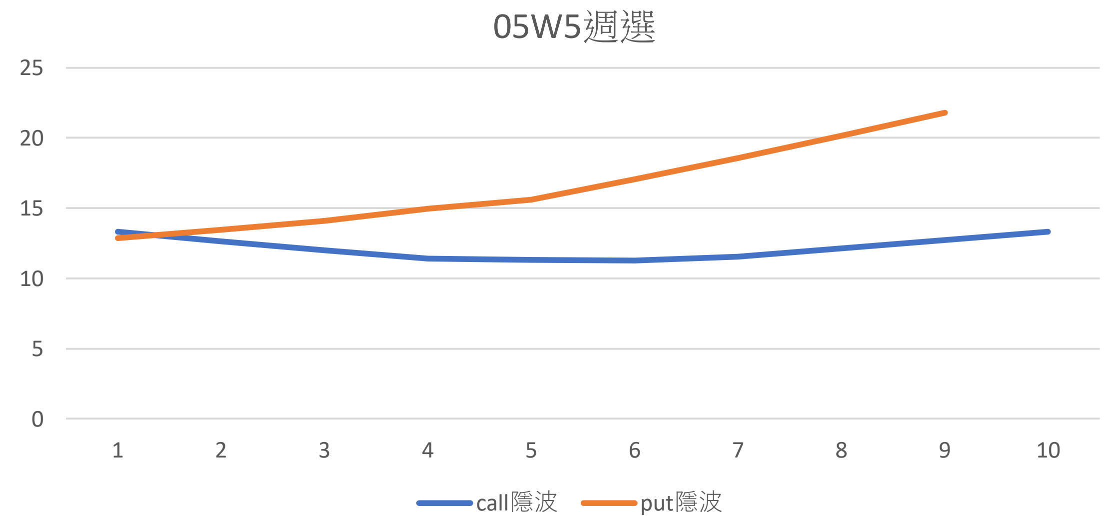
期權微笑

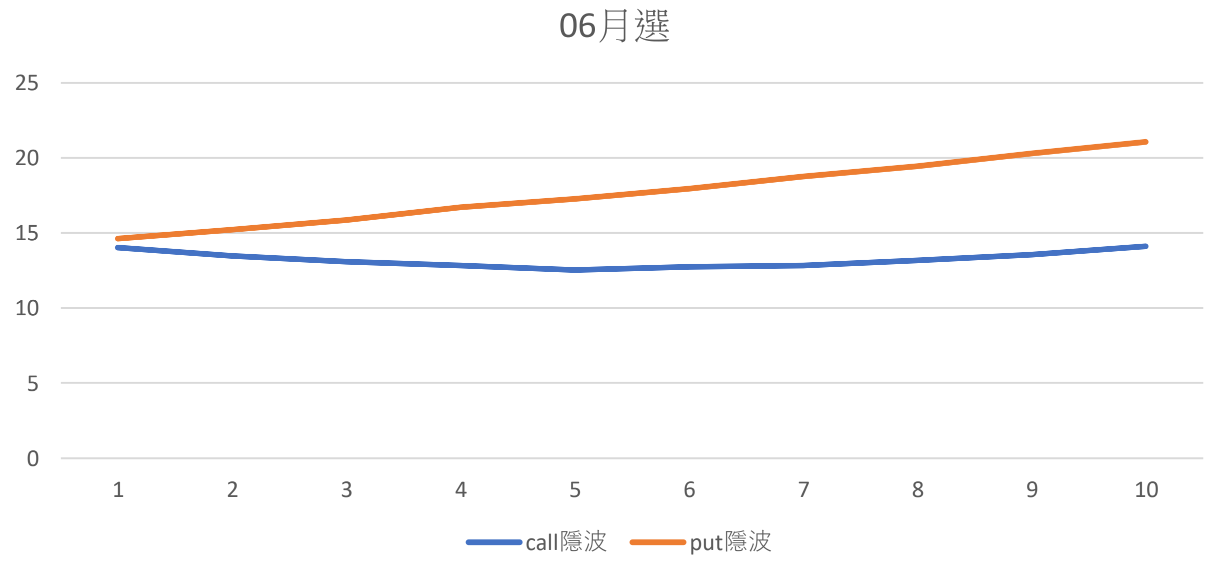


- 理論上,每檔的履約價期標的物都是台指現貨,理當有相同的波動率
- 可能產生原因:投資者往往高估小概率事件，對小概率事件賦予過高的決策權重
- 不同隱波是否有套利空間?

台指選隱波微笑

- 資料:5/23收盤10310點,週選與月選call與put價外各10檔
- X軸:價外檔數;Y軸:隱波
- Call 確實有期權微笑的現象
- PUT愈價外,隱波愈高,且PUT隱波皆大於CALL
- 週選PUT各履約價隱波差異較大,因此採用週選PUT做計算





昨天5/23台指收盤10310

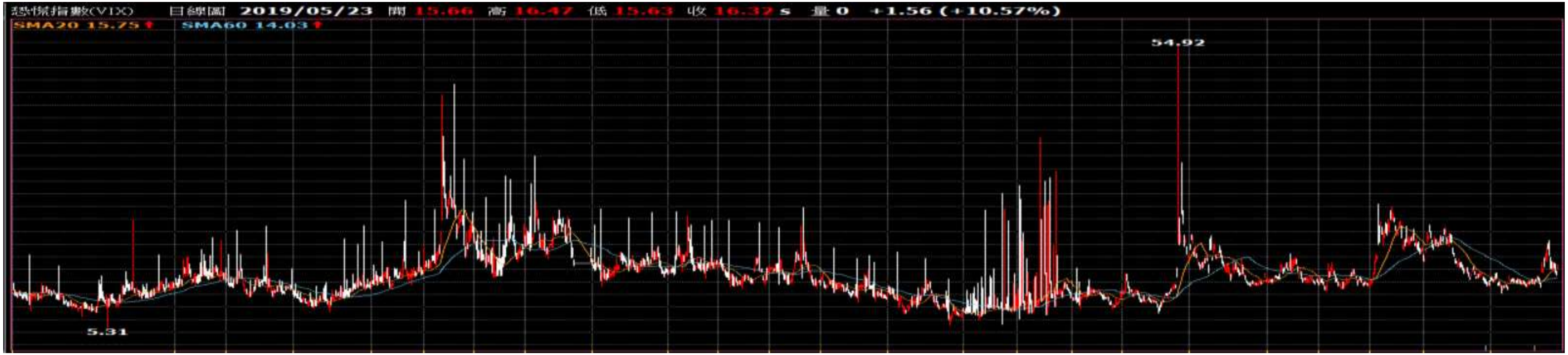
- 10000 PUT隱波為17.03,相對高估
- 10150 PUT隱波為14.97,相對低估
- 剩餘天數6;剩餘交易天數4,選擇後者

台指選擇權現貨 10308.37s ▼148.85 -1.42%　　台股指數近月(一般) 10310s ▼169 -1.61%

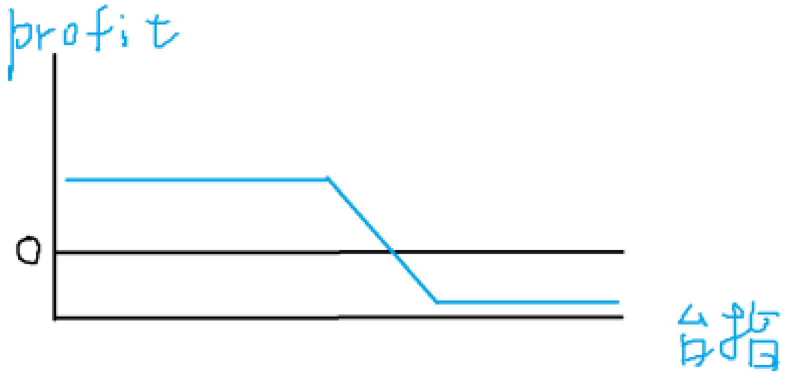
買權Call				2019/05W5	賣權Put			
成交	隱含波動率%	時間價值	總量	剩餘: 7天	成交	隱含波動率%	時間價值	總量
600s	--	-8.37	1	9700	2.4s	21.77	2	3960
--	66.70	--	0	9800	3.8s	20.13	3	6854
--	60.17	--	0	9900	6.3s	18.54	6	9373
320s	16.46	11.63	2	10000	11.0s	17.03	11	16115
234s	16.58	25.63	88	10100	20.0s	15.59	20	15661
192s	15.92	33.63	328	10150	27.5s	14.97	27	14357
148s	14.32	39.63	2254	10200	36.5s	14.09	36	23689
112s	13.75	53.63	9580	10250	50s	13.46	50	25915
81s	13.30	72.63	14920	10300	68s	12.84	68	35183
54s	12.63	54	27083	10350	91s	12.17	49.37	24034

策略

- 買相對低估的10150 PUT 賣相對高估的10000 PUT
- 但因我資料來源是 沒有過去月份已經結算之OP的歷史資料,只有當期的單一樣本,而我需要的是過去各期不同樣本的資料以求得漲跌機率
- 現在的VIX是16相較過去四年的VIX處於平均水準,加上過去四年的VIX也處於一個區間
- 因此用過去歷史台指資料求波動率密度函數



回到剛剛的策略



台股指數近月(一般) 10310s ▼169

2019/05W5　賣權Put

剩餘 7天	成交	隱含波動率%	時間價值	總量
9700	2.4s	21.77	2	3960
9800	3.8s	20.13	3	6854
9900	6.3s	18.54	6	9373
10000	11.0s	17.03	11	16115
10100	20.0s	15.59	20	15661
10150	27.5s	14.97	27	14357
10200	36.5s	14.09	36	23689
10250	50s	13.46	50	25915
10300	68s	12.84	68	35183
10350	91s	12.17	49.37	24034

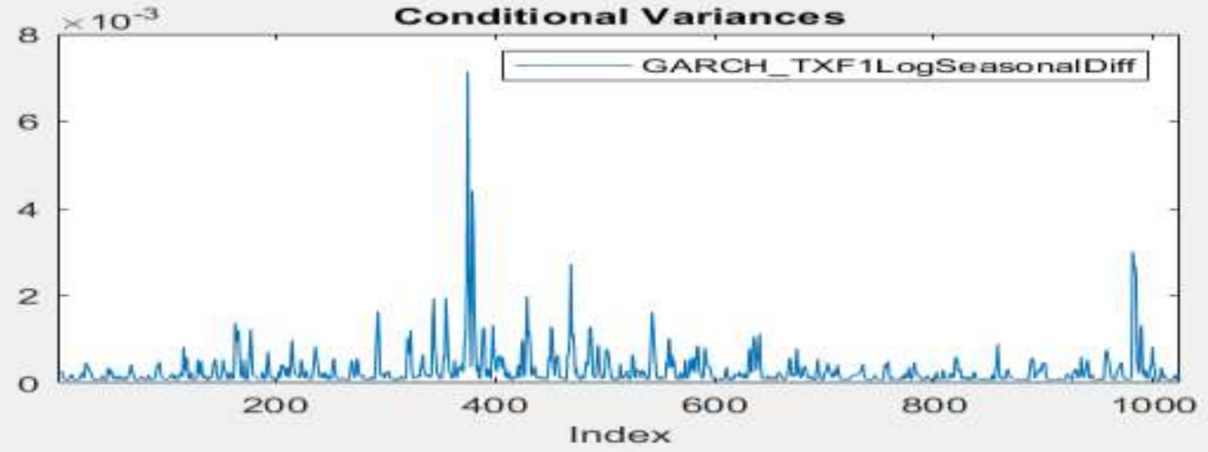
- 買10150put,賣10000put
- 當台指在10150以上時
  - 兩者都歸0
  - 會有最大虧損27.5-11=16.5
- 當台指在10000以下時,假設為x
  - 10150put價格=10150-x;獲利等於10150-x-27.5
  - 10000put價格等於10000-x;虧損等於10000-x-11
  - 會有最大獲利[(10150-x)-27.5]-[(10000-x)-11]=133.5
- 損平點:10134
- 是一個波動率大會賺錢的策略
- 因此我們會需要漲跌幅的機率密度函數求得期望值

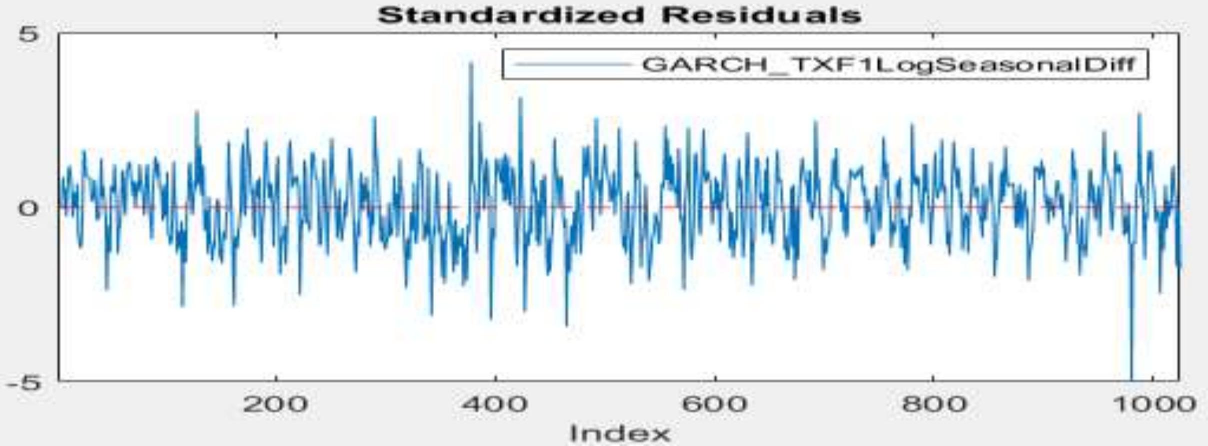
GARCH

- 台指2014~2018日K
- 週選剩餘交易天數為4
- 用GARCH(1,1)求2014~2018內任意每日第t天與t+4天的報酬率(間隔為4天的日頻率)的機率密度函數
- 波動率.0232,均價9666,一個標準差為224點

Parameters

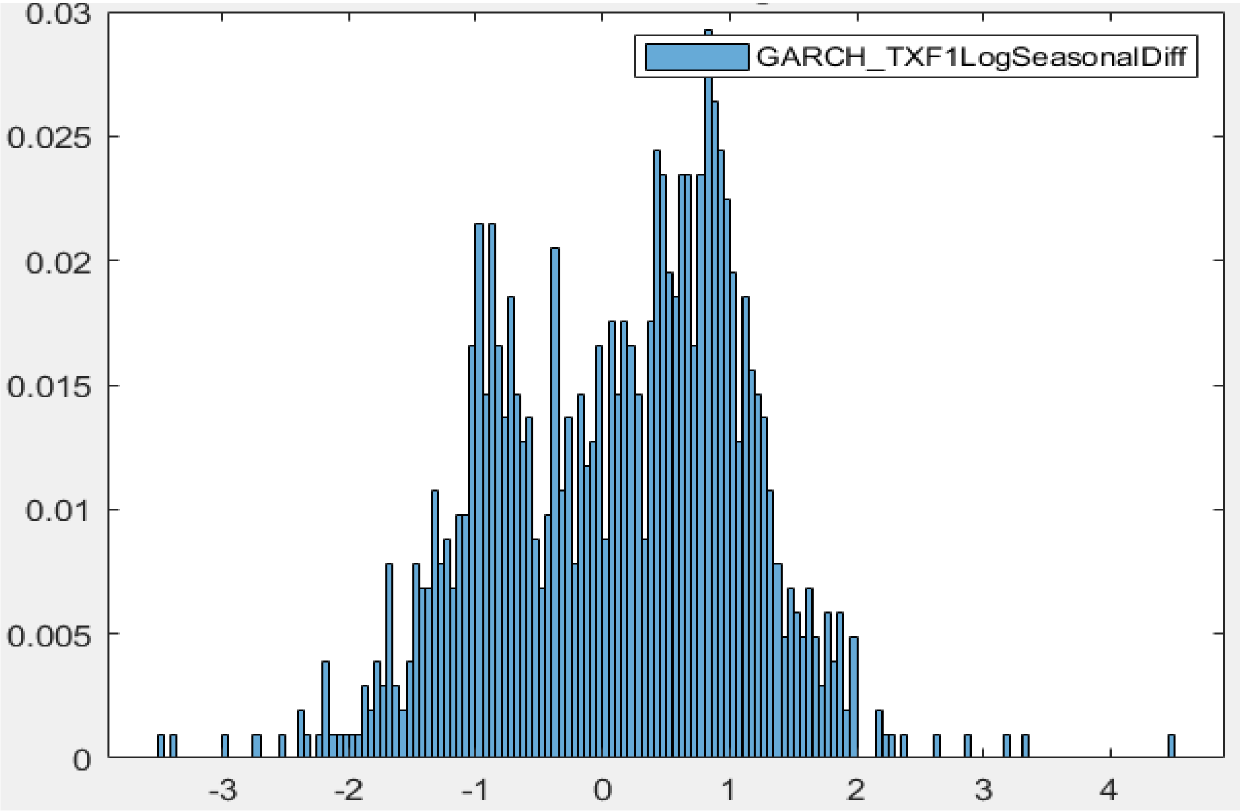
Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value
Constant	5.3469e-05	5.1188e-06	10.4458	1.5323e-25
GARCH{1}	0.1783	0.0232	7.6778	1.6190e-14
ARCH{1}	0.6895	0.0731	9.4271	4.2166e-21

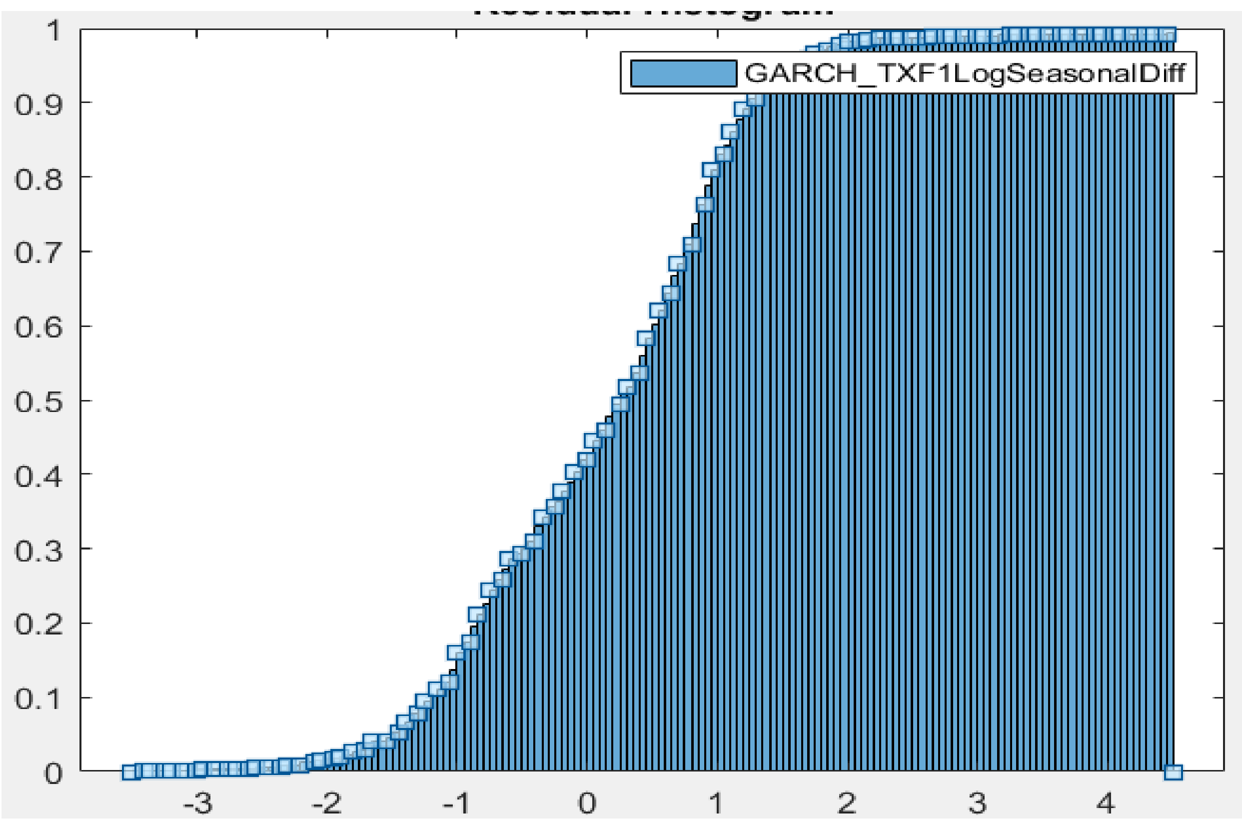




波動的機率密度函數

- 可求得PDF與CDF
- 台指到10000點以下需跌310點,約1.38個標準差
- 台指在10150以上需不可跌超過160點,約0.71個標準差





期望值

情況	機率	期望值
賺134	7.8%	10.45
賠16.5	76%	-14.26
賺58.5	16.2%	9.47
總期望值		5.66
扣除手續費	25元單邊,兩口剛好1點	4.66
扣除滑價	單邊1檔(0.5),兩口剛好一點	3
最終期望值		3

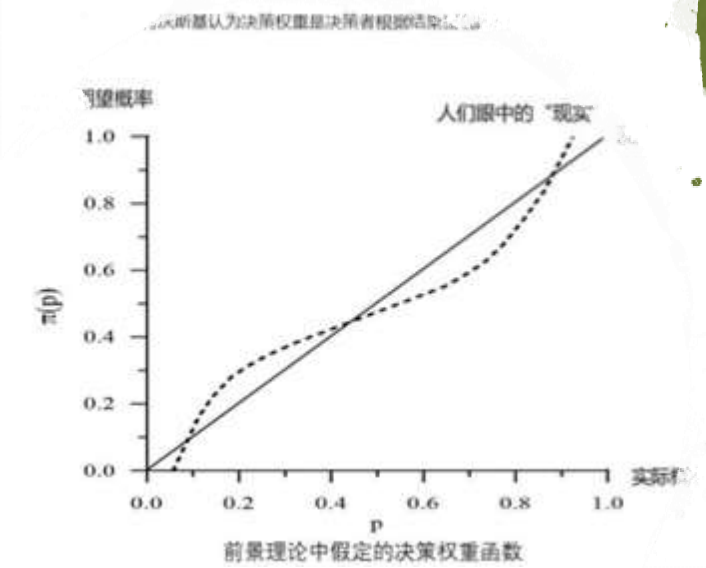
- 介於10000~10150,取平均值10075點時賺58.5
- 總期望值為3點,勒式保證金=兩者相差點數
- 換算月期望報酬為2%*4=8%

小結

本買進賣遠的策略獲利會隨波動提升

在剩餘時間方面選擇了交易天數4天而非總天數6,較短的時間會有比較低的波動率

在GARCH與ARCH也選擇波動較低的GARCH,所以已經算是保守的一個估計



小結-賺的是誰的錢?

- 展望理論中的權重函數
  - 人們對比較大客觀機率會發生的事情給予比較小主觀機率的評價
  - 並且對比較小機率發生的事情給予比較大機率的評價
- 賺的是誰的錢?
  - 猜測1:高估小機率事件或是賭博心態購買過度價外PUT的投資者
  - 猜測2:想做賣方又怕大虧於是又去買深度價外避險的人

補充

BS複習

- Black Scholes歐式買權公式: $\boldsymbol{C_0}$=$\boldsymbol{S_0}\times$ $\mathbf{e}^{-qt}$N($\boldsymbol{d_1}$) - K $\mathbf{e}^{-rt}$N($\boldsymbol{d_2}$)
  - $\boldsymbol{d_1}=\frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right)+\left(r-q+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$; $\boldsymbol{d_2}=\frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right)+\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}=\boldsymbol{d_1}-\sigma\sqrt{T}$
  - C_0 ：為買權的目前價格
  - S_0 ：為標的資產目前價格
  - K：為買權履約價格
  - r：為無風險利率（以年為單位）
  - σ：為股票報酬率的波動度(亦即標準差)（以年為單位）
  - T：為距到期日的時間長度（以年單位）
  - q : 年度化股利率

EWMA

由于 MA 只看了前面 n 天的回报，而且所有的回报都取得相同的权重，不够多，不够反映现状，所以我们有了 EWMA 模型：

这里需要注意，EWMA 模型不再假设 return 在 n 天内是独立同分布的了。

$$\hat{\sigma}_{\Delta}{}^{2}(t)=\sum_{i=1}^{+\infty}\alpha_i\left(r_{t-i\Delta,t-(i-1)\Delta}-\hat{r}(t,n)\right)^2$$

$$\alpha_i=\frac{\lambda^{i-1}}{\sum_{i=1}^{+\infty}\lambda^{i-1}},\lambda\in(0,1)$$

根据级数原理，

$$1=\sum_{i=1}^{+\infty}\alpha_i$$

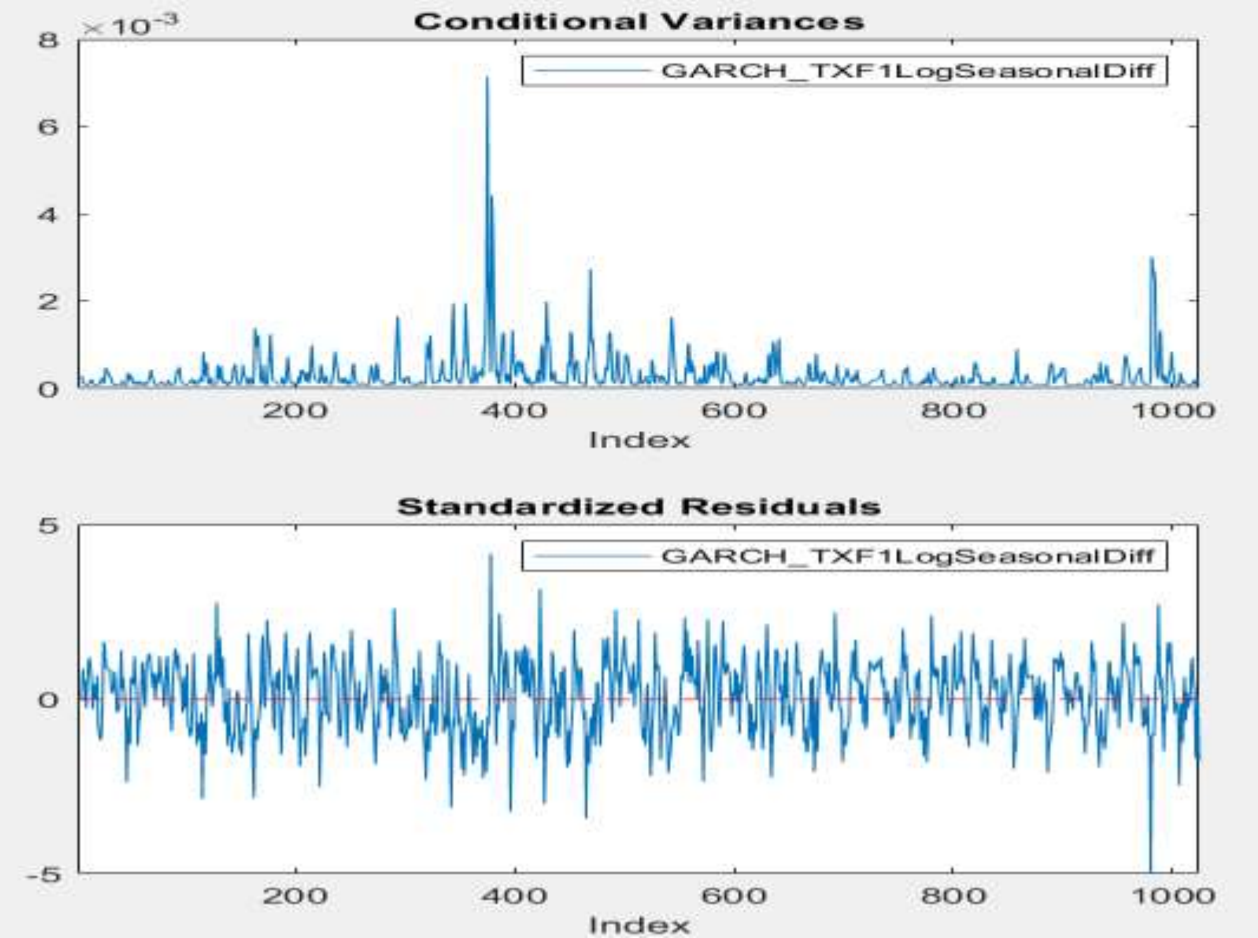
所以，在 EWMA 下，对于波动率的估计就是：

$$\hat{\sigma}^2(t)=\frac{1}{\Delta}\hat{\sigma}_{\Delta}{}^{2}(t)$$

若GARCH(6天)

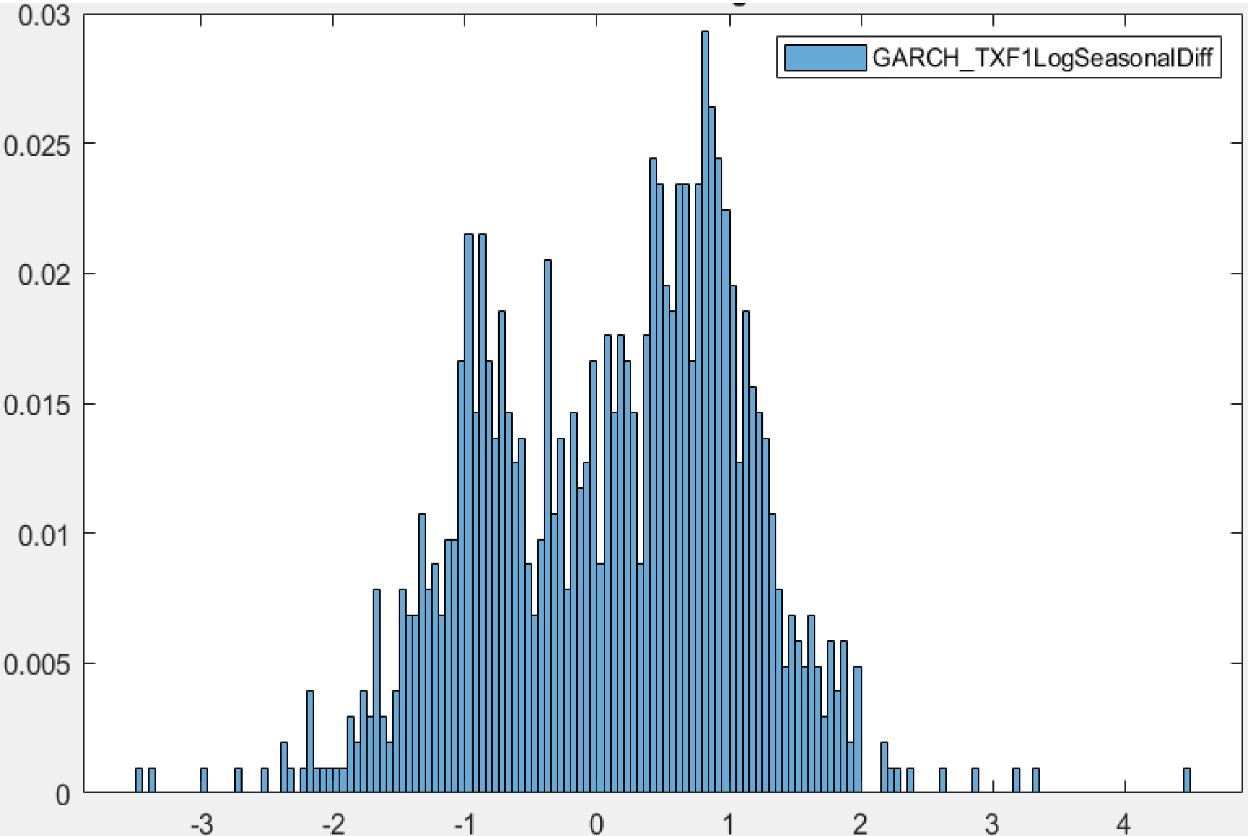
Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value
Constant	8.1493e-05	7.1179e-06	11.4490	2.3794e-30
GARCH{1}	0.0357	0.0375	0.9517	0.3413
ARCH{1}	0.7414	0.0744	9.9605	2.2684e-23

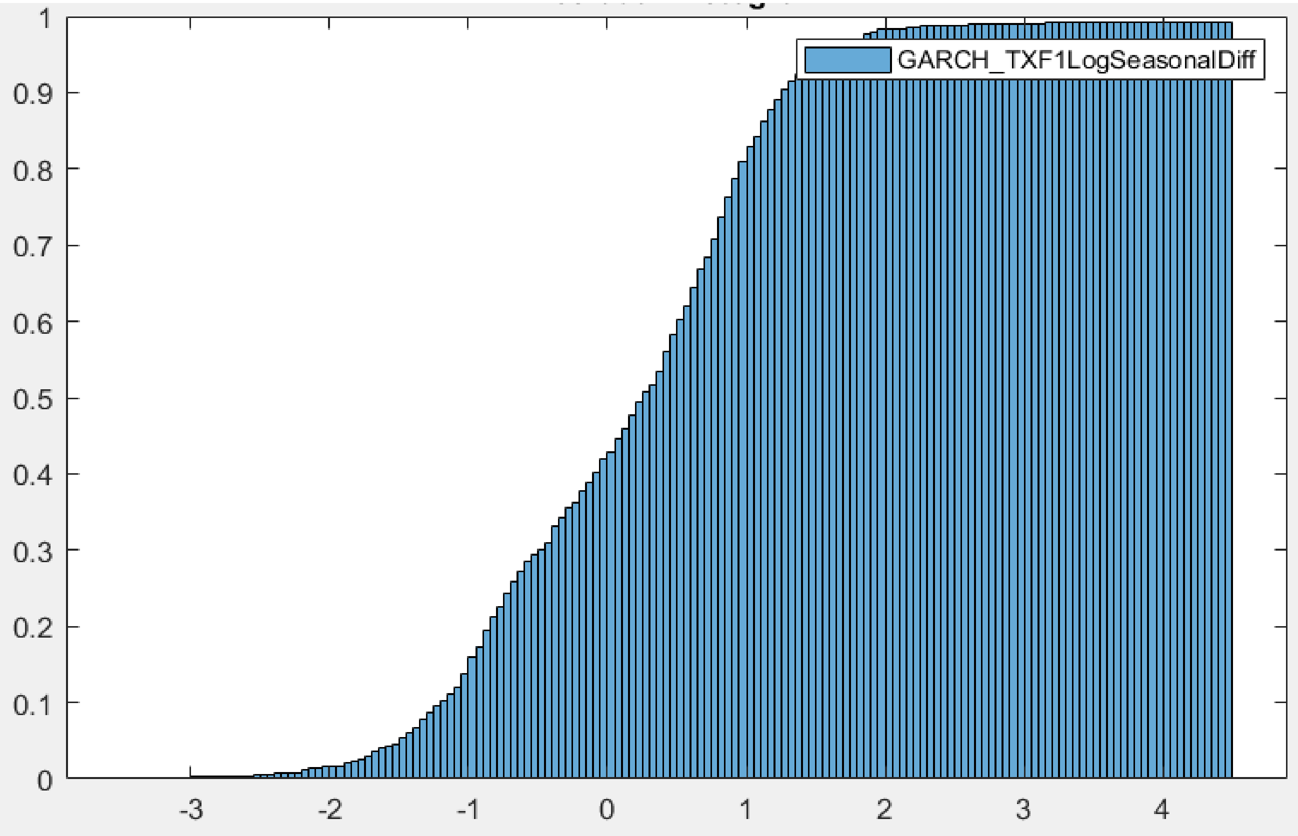
- 台指2014~2018日K
- 週選剩餘交易天數為6
- 用GARCH(1,1)求2014~2018內第每個第t天到t+6天的報酬率(間隔為6天的日頻率)的機率密度函數
- 波動率.0375,均價9666,一個標準差為362點



波動的機率密度函數

- 可求得PDF與CDF
- 台指到10000點以下需跌310點,約0.85個標準差
- 台指在10150以上需跌不超過160點,約0.44個標準差

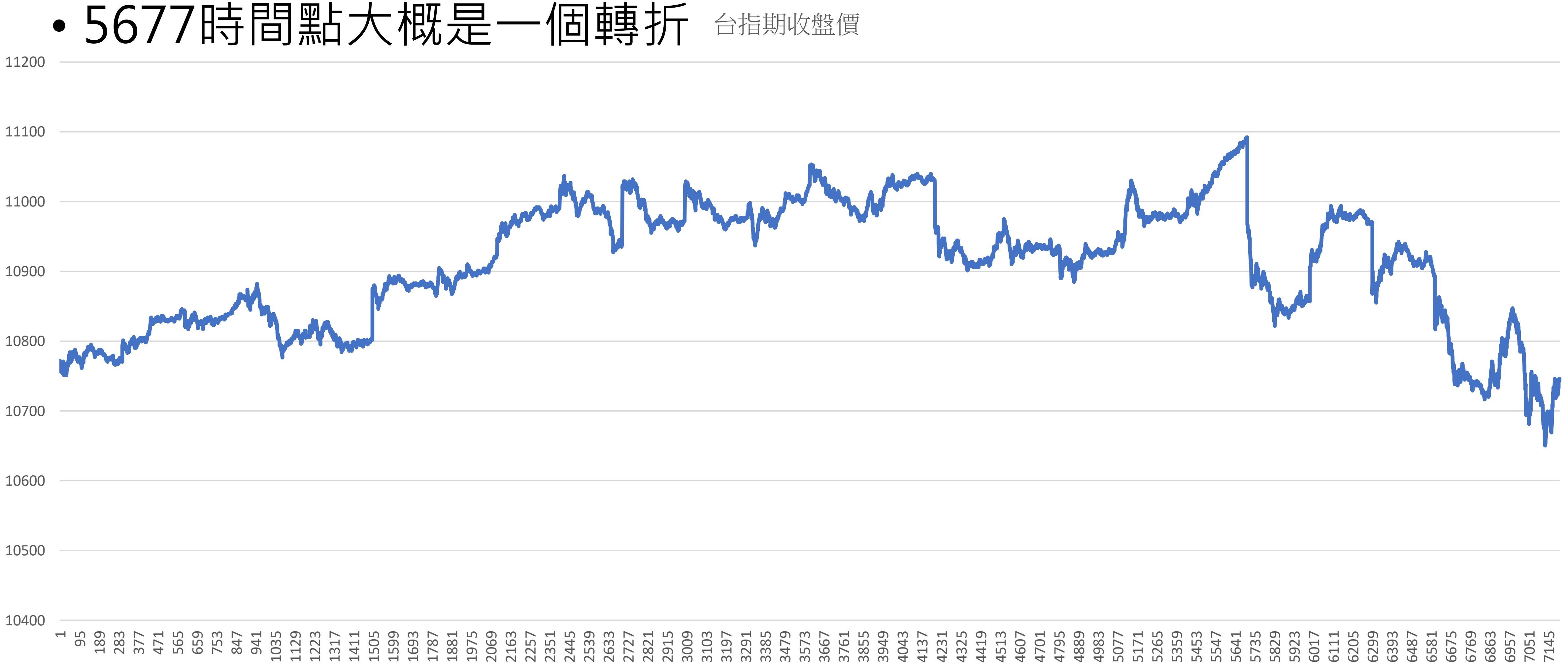




附錄的附錄

台指期4/8~5/10價格圖

- 5677時間點大概是一個轉折



10800call

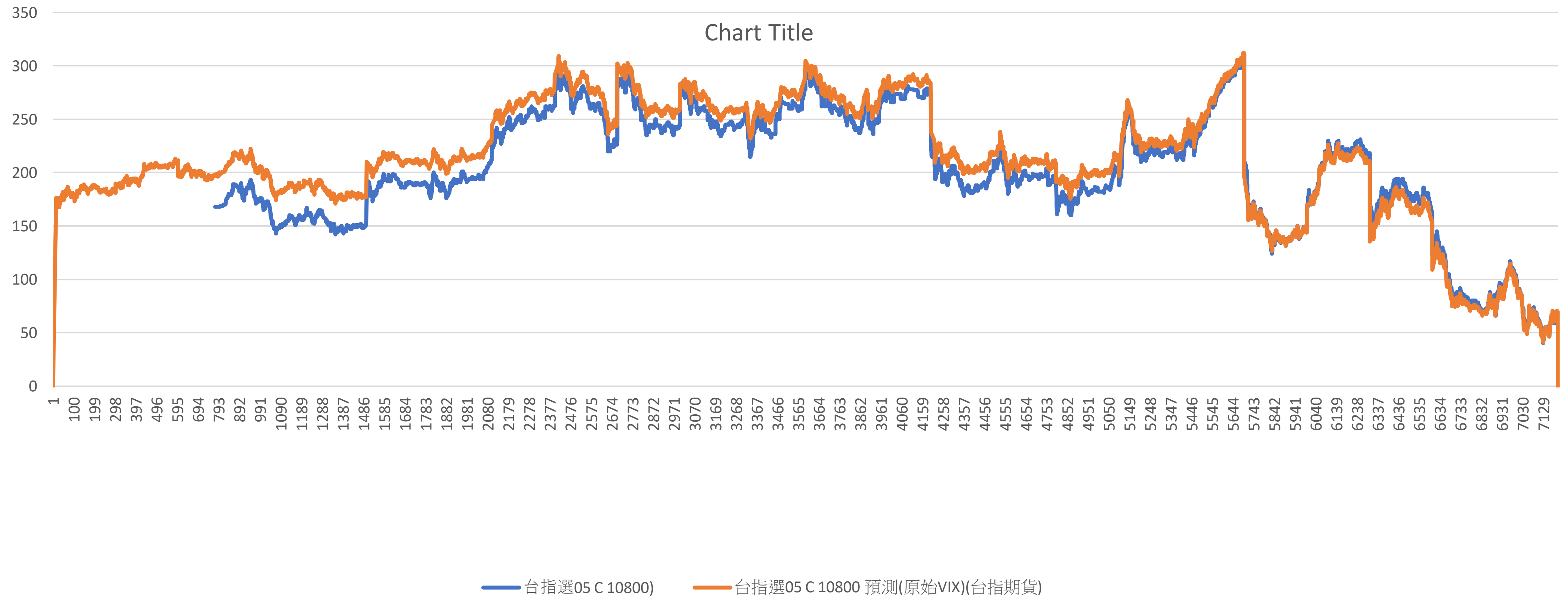


Chart Title
350
300
250
200
150
100
50
0
1
100
199
298
397
496
595
694
793
892
991
1090
1189
1288
1387
1486
1585
1684
1783
1882
1981
2080
2179
2278
2377
2476
2575
2674
2773
2872
2971
3070
3169
3268
3367
3466
3565
3664
3763
3862
3961
4060
4159
4258
4357
4456
4555
4654
4753
4852
4951
5050
5149
5248
5347
5446
5545
5644
5743
5842
5941
6040
6139
6238
6337
6436
6535
6634
6733
6832
6931
7030
7129
台指選05 C 10800)
台指選05 C 10800 預測(原始VIX)(台指期貨)

10900call

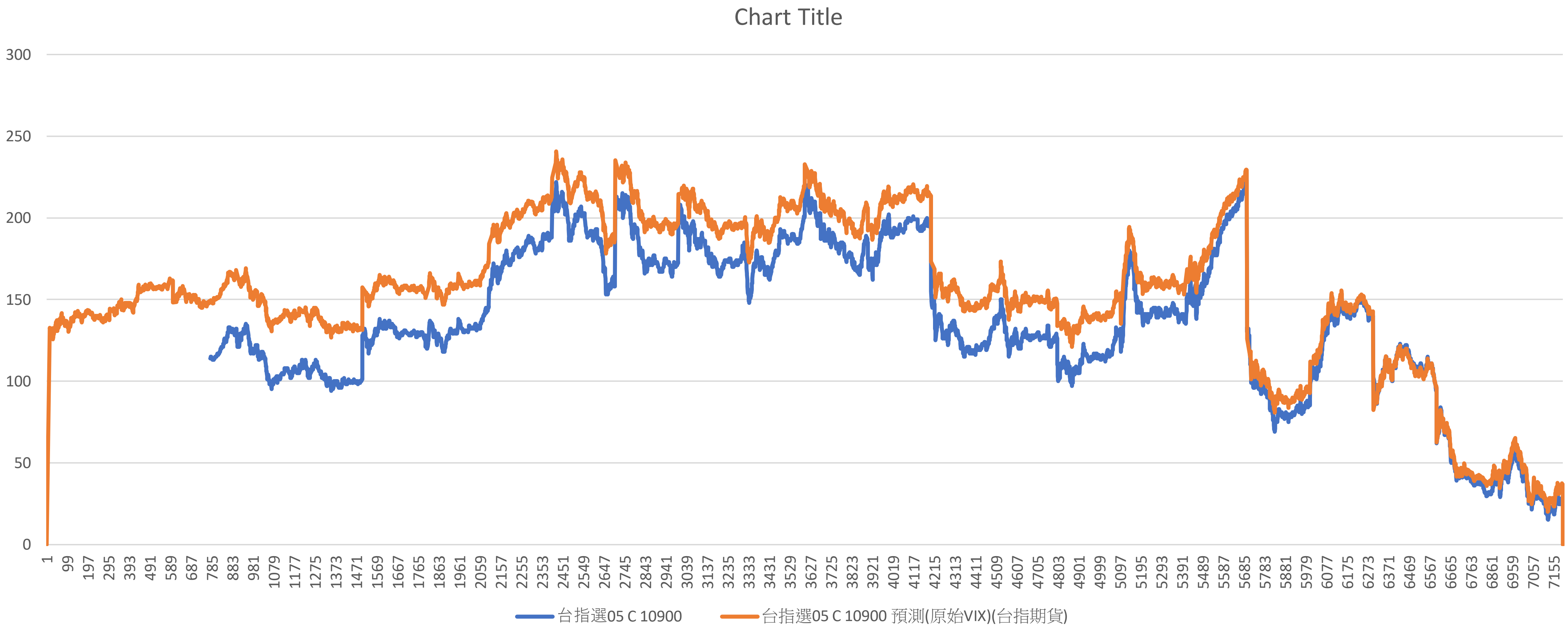


Chart Title
300
250
200
150
100
50
0
1
99
197
295
393
491
589
687
785
883
981
1079
1177
1275
1373
1471
1569
1667
1765
1863
1961
2059
2157
2255
2353
2451
2549
2647
2745
2843
2941
3039
3137
3235
3333
3431
3529
3627
3725
3823
3921
4019
4117
4215
4313
4411
4509
4607
4705
4803
4901
4999
5097
5195
5293
5391
5489
5587
5685
5783
5881
5979
6077
6175
6273
6371
6469
6567
6665
6763
6861
6959
7057
7155
台指選05 C 10900
台指選05 C 10900 預測(原始VIX)(台指期貨)

11000call

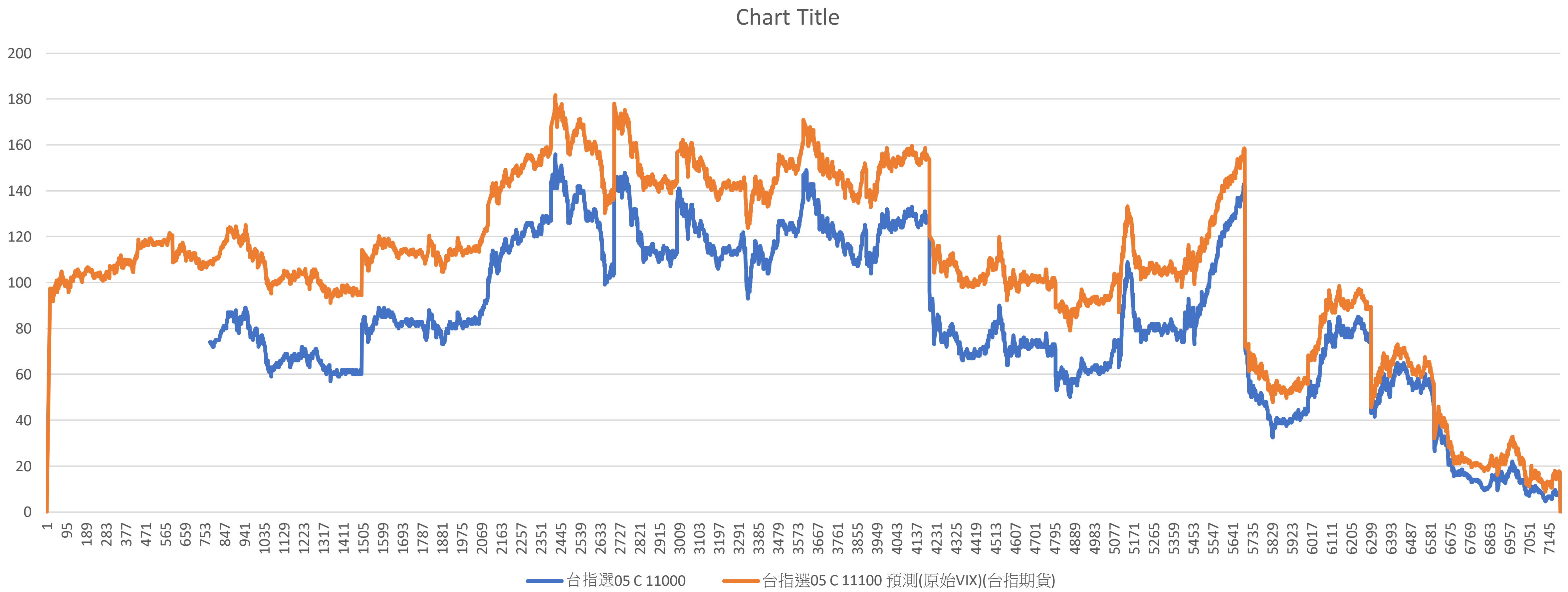


Chart Title
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
1
95
189
283
377
471
565
659
753
847
941
1035
1129
1223
1317
1411
1505
1599
1693
1787
1881
1975
2069
2163
2257
2351
2445
2539
2633
2727
2821
2915
3009
3103
3197
3291
3385
3479
3573
3667
3761
3855
3949
4043
4137
4231
4325
4419
4513
4607
4701
4795
4889
4983
5077
5171
5265
5359
5453
5547
5641
5735
5829
5923
6017
6111
6205
6299
6393
6487
6581
6675
6769
6863
6957
7051
7145
台指選05 C 11000
台指選05 C 11100 預測(原始VIX)(台指期貨)

11100call

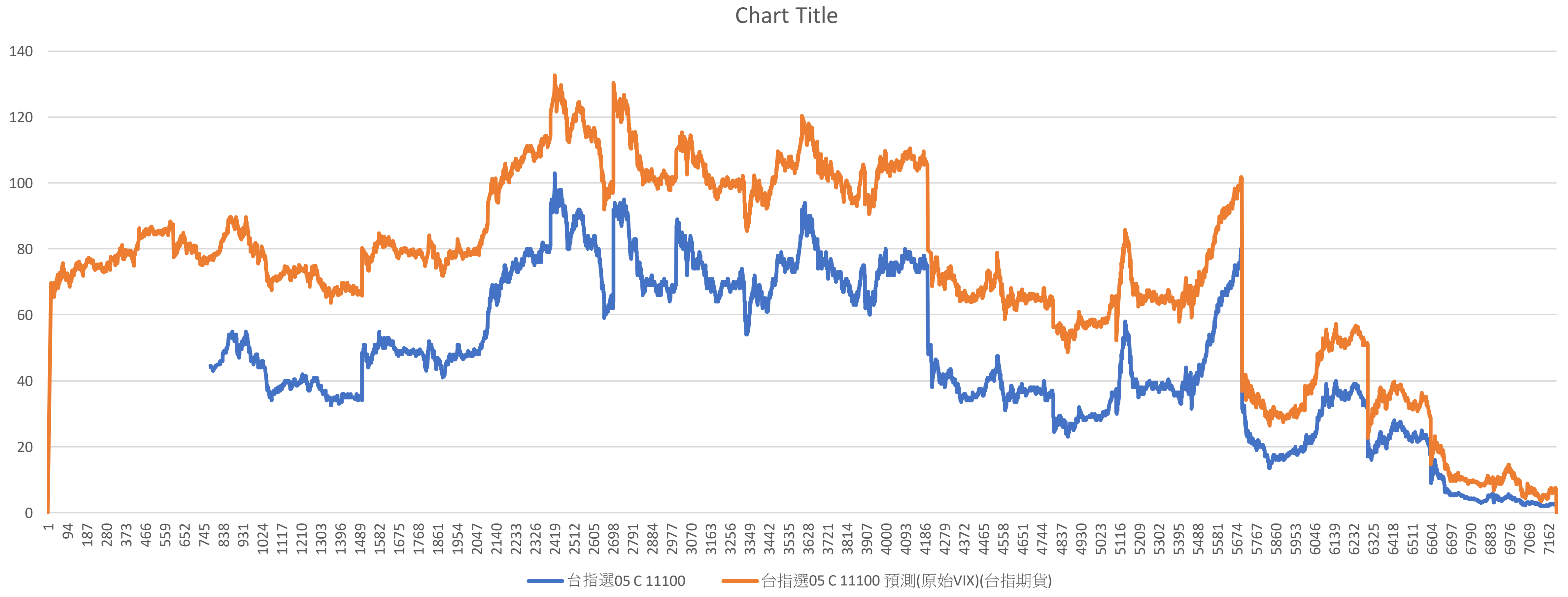
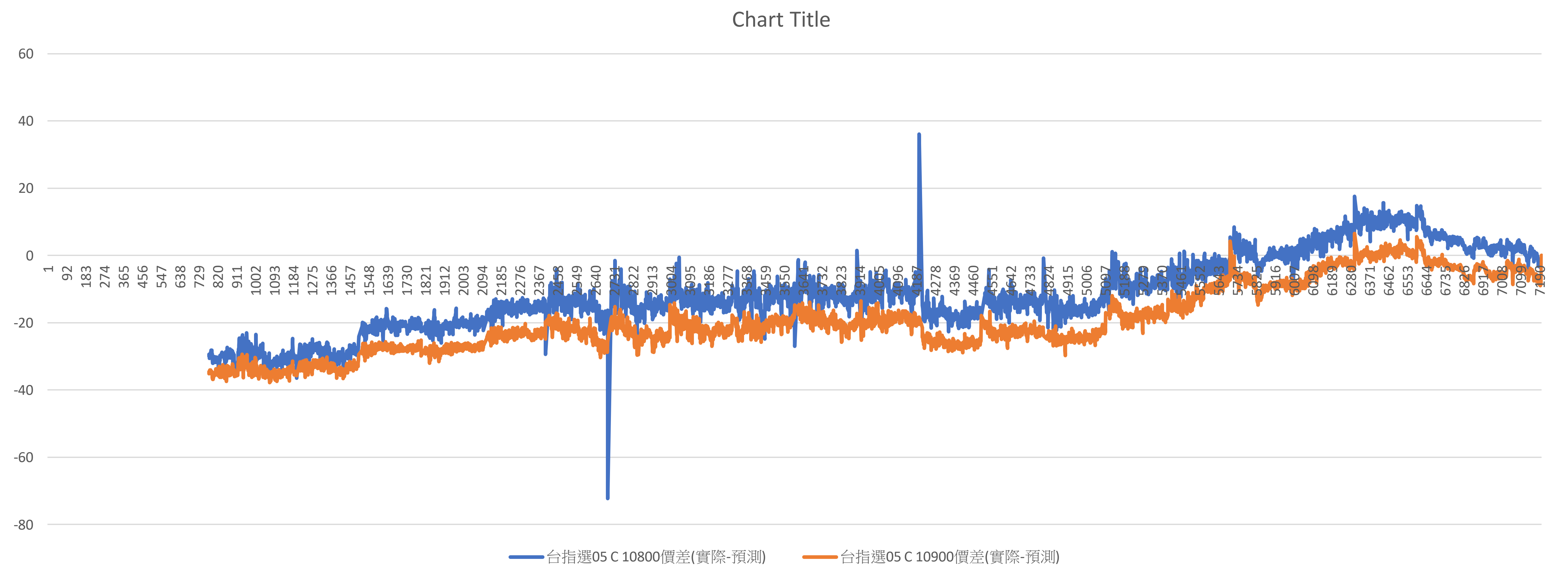
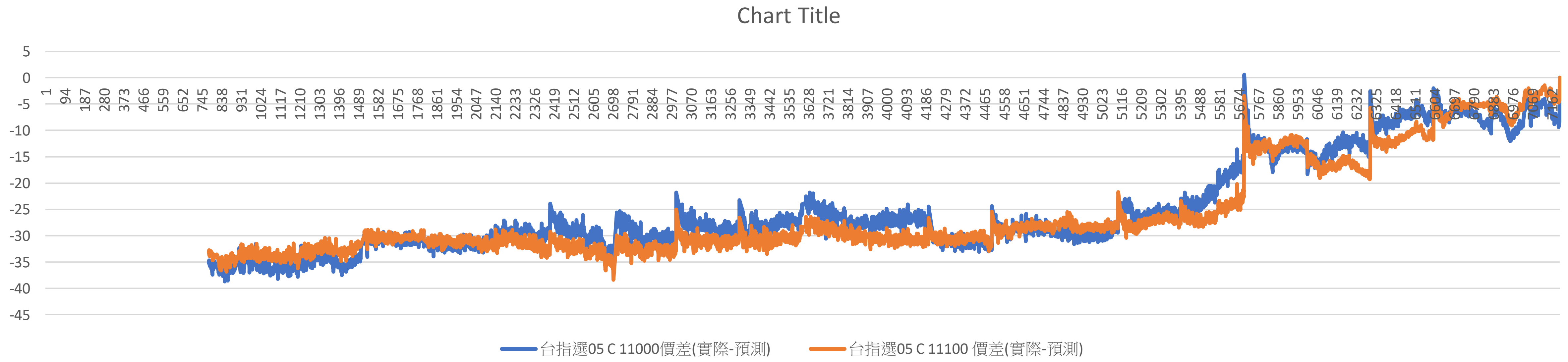


Chart Title
140
120
100
80
60
40
20
0
1 94 187 280 373 466 559 652 745 838 931 1024 1117 1210 1303 1396 1489 1582 1675 1768 1861 1954 2047 2140 2233 2326 2419 2512 2605 2698 2791 2884 2977 3070 3163 3256 3349 3442 3535 3628 3721 3814 3907 4000 4093 4186 4279 4372 4465 4558 4651 4744 4837 4930 5023 5116 5209 5302 5395 5488 5581 5674 5767 5860 5953 6046 6139 6232 6325 6418 6511 6604 6697 6790 6883 6976 7069 7162
台指選05 C 11100
台指選05 C 11100 預測(原始VIX)(台指期貨)

價差(實際-預測)10800,10900

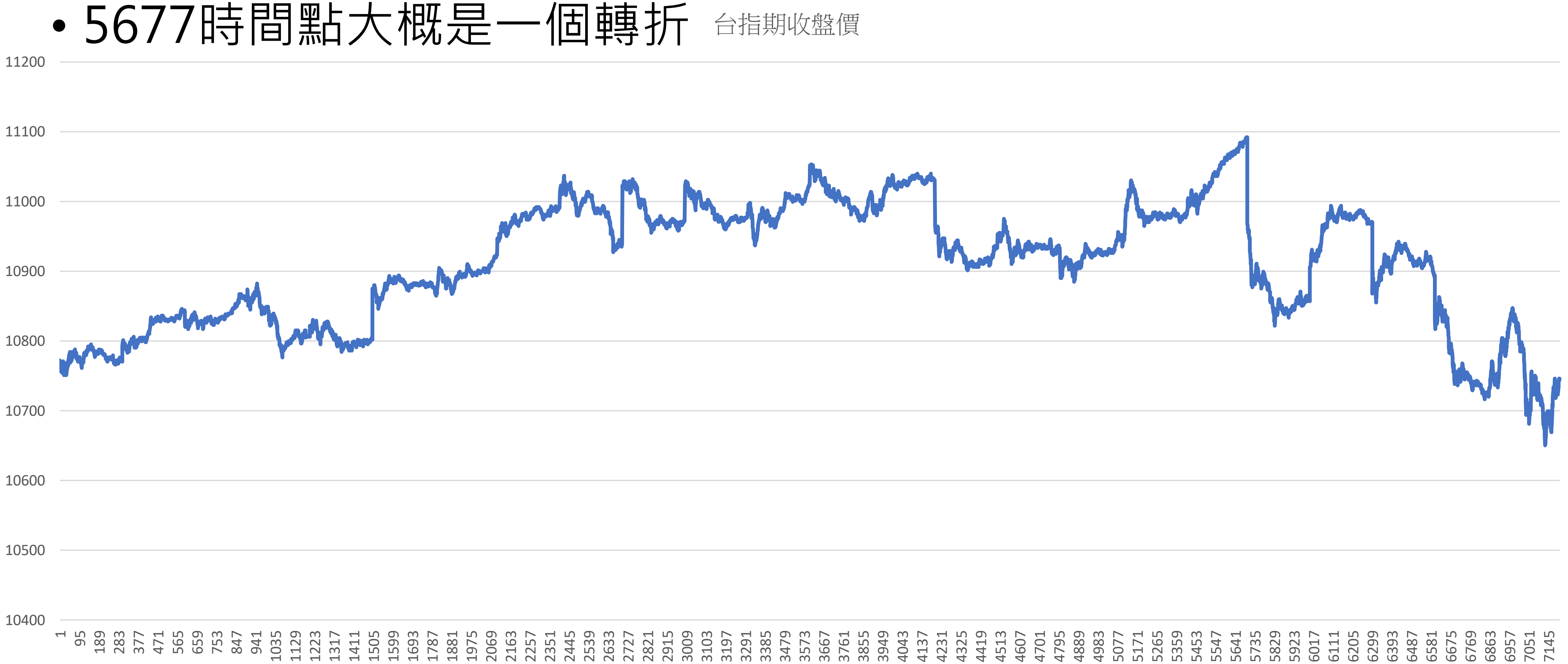


價差(實際-預測)11000,11100



台指期4/8~5/10價格圖

- 5677時間點大概是一個轉折

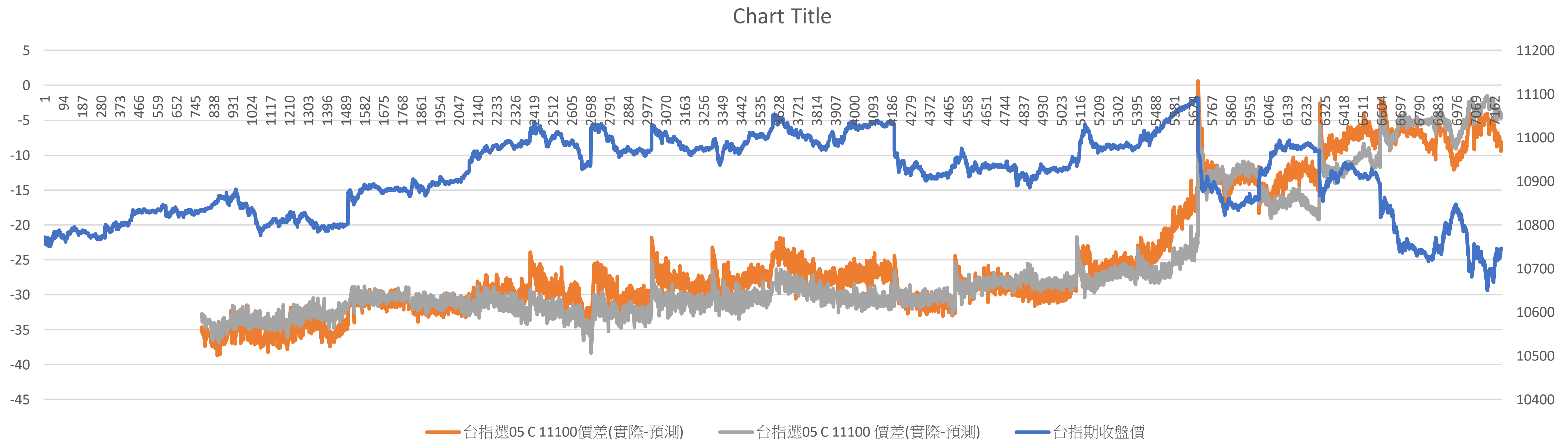


初步結論

- 這邊的每張圖預測值都是用台指作標的,原始VIX,落後一期,用現貨效果不太好
- 愈價內,實際價格愈符合預測值,不同履約價的波動率不同,是否可以跟VIX套利?
- 在P3比較價內的部分可以看到在時間點5677台指反轉下跌時價差明顯縮小
- 在比較價外的call 價差走勢不一致,

檢定結論

- 意外的沒有東西能預測台指,台指也不領先OP(在分K下,秒K不知)
- OP也不領先台指(陰謀論X)
- 預測值領先實際格(這合理嗎?)



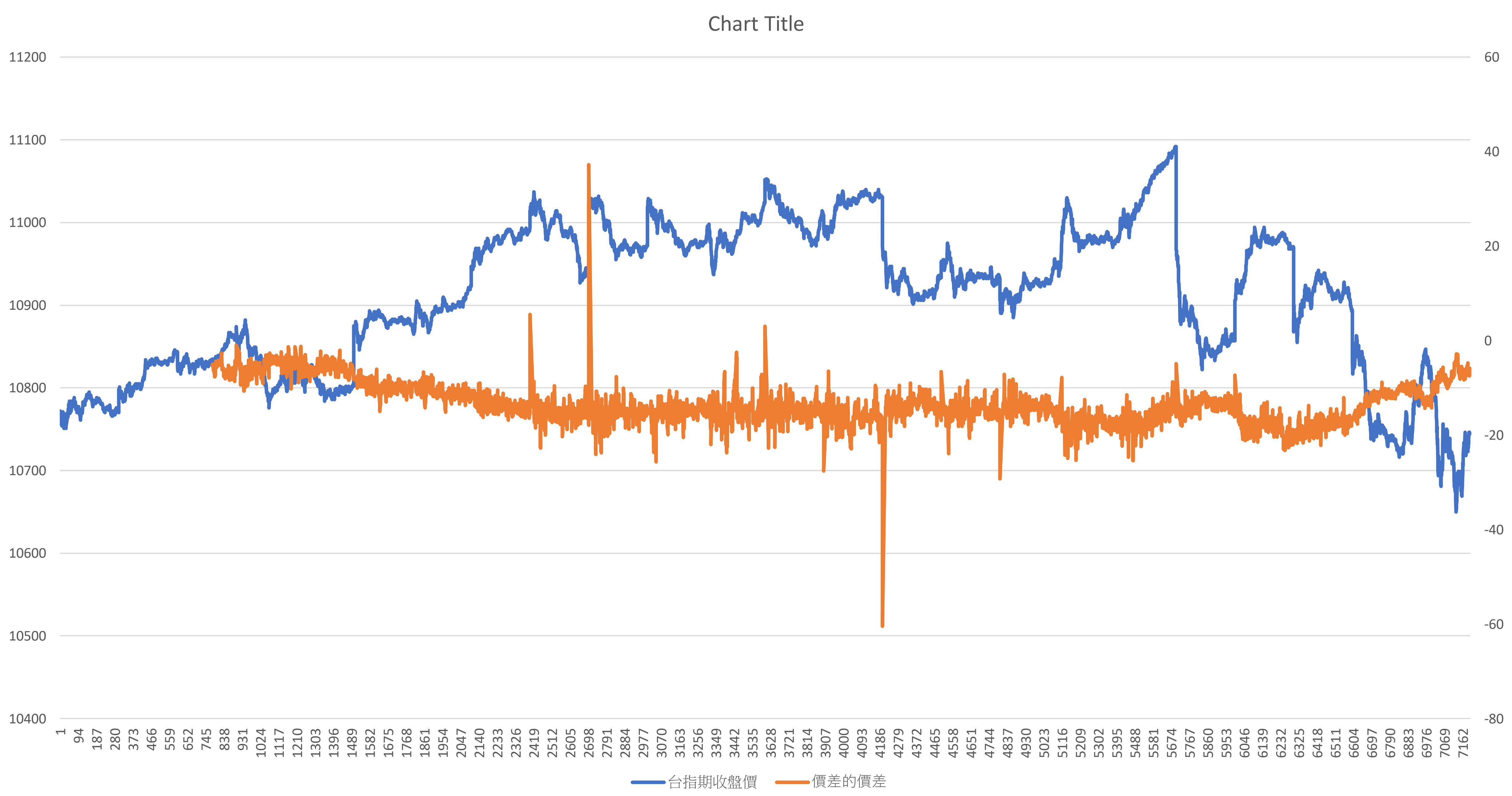
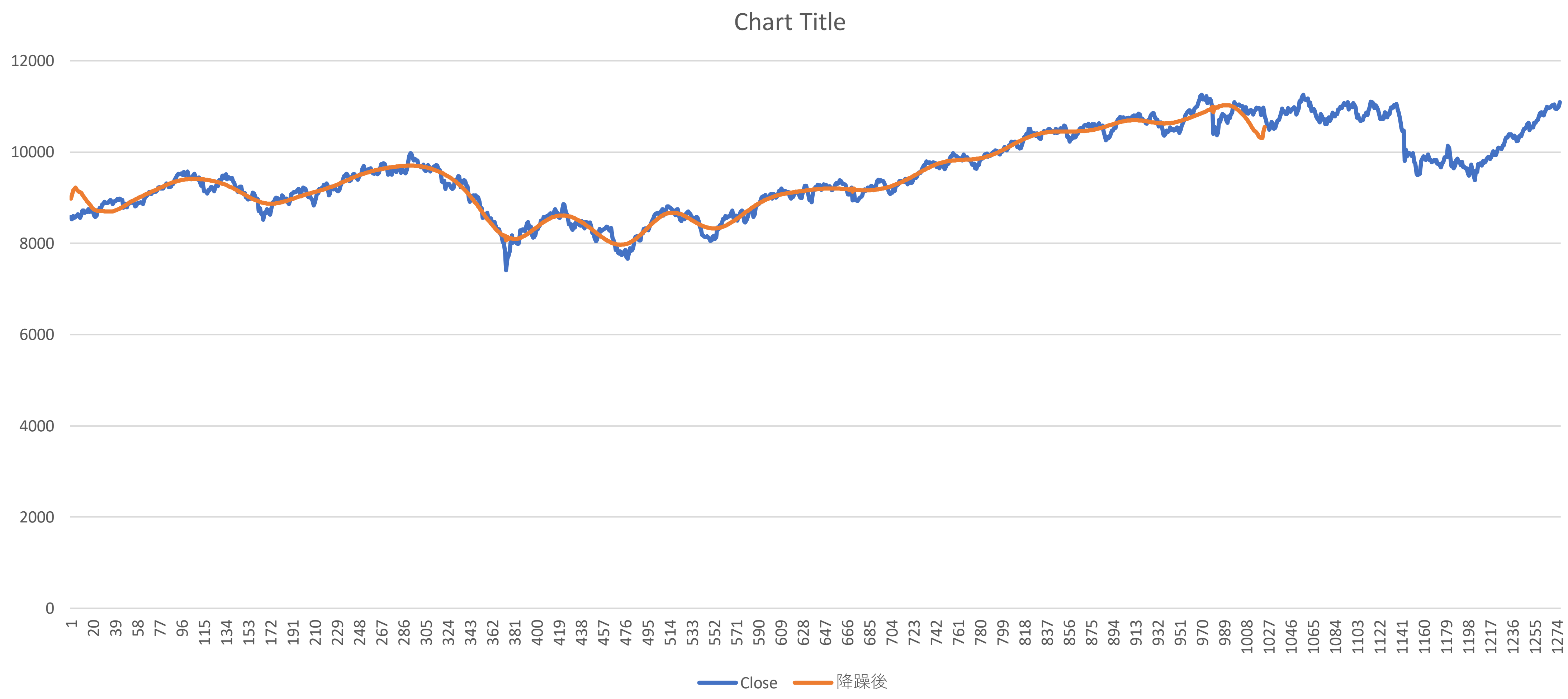
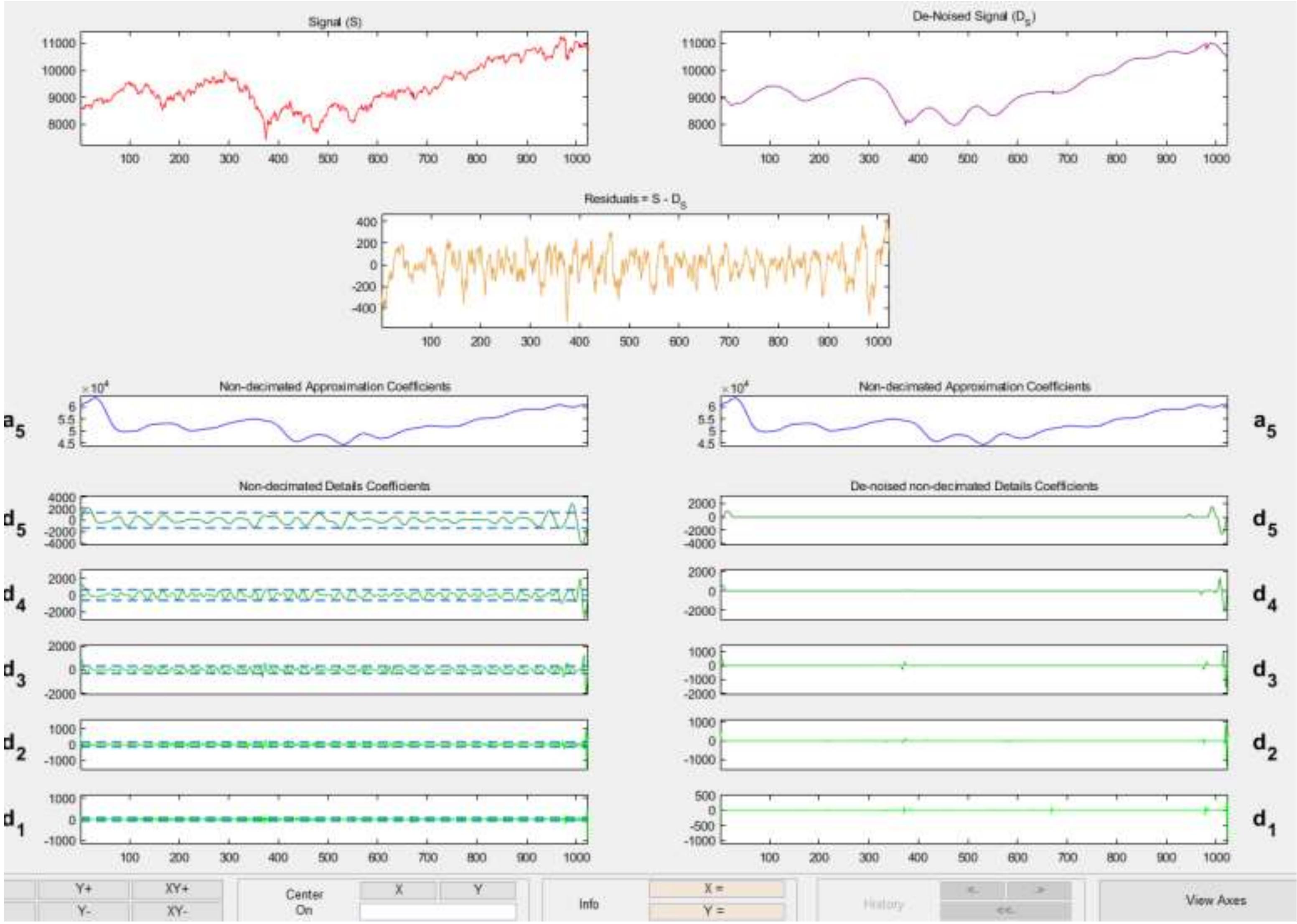


Chart Title
11200
11100
11000
10900
10800
10700
10600
10500
10400
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
1
94
187
280
373
466
559
652
745
838
931
1024
1117
1210
1303
1396
1489
1582
1675
1768
1861
1954
2047
2140
2233
2326
2419
2512
2605
2698
2791
2884
2977
3070
3163
3256
3349
3442
3535
3628
3721
3814
3907
4000
4093
4186
4279
4372
4465
4558
4651
4744
4837
4930
5023
5116
5209
5302
5395
5488
5581
5674
5767
5860
5953
6046
6139
6232
6325
6418
6511
6604
6697
6790
6883
6976
7069
7162
台指期收盤價
價差的價差

小波降躁,參數D4,level5



小波



Signal (S)
De-Noised Signal (D_S)
Residuals = S - D_S
Non-decimated Approximation Coefficients
Non-decimated Details Coefficients
De-noised non-decimated Details Coefficients
a_5
d_5
d_4
d_3
d_2
d_1
Center On
Info
History
View Axes

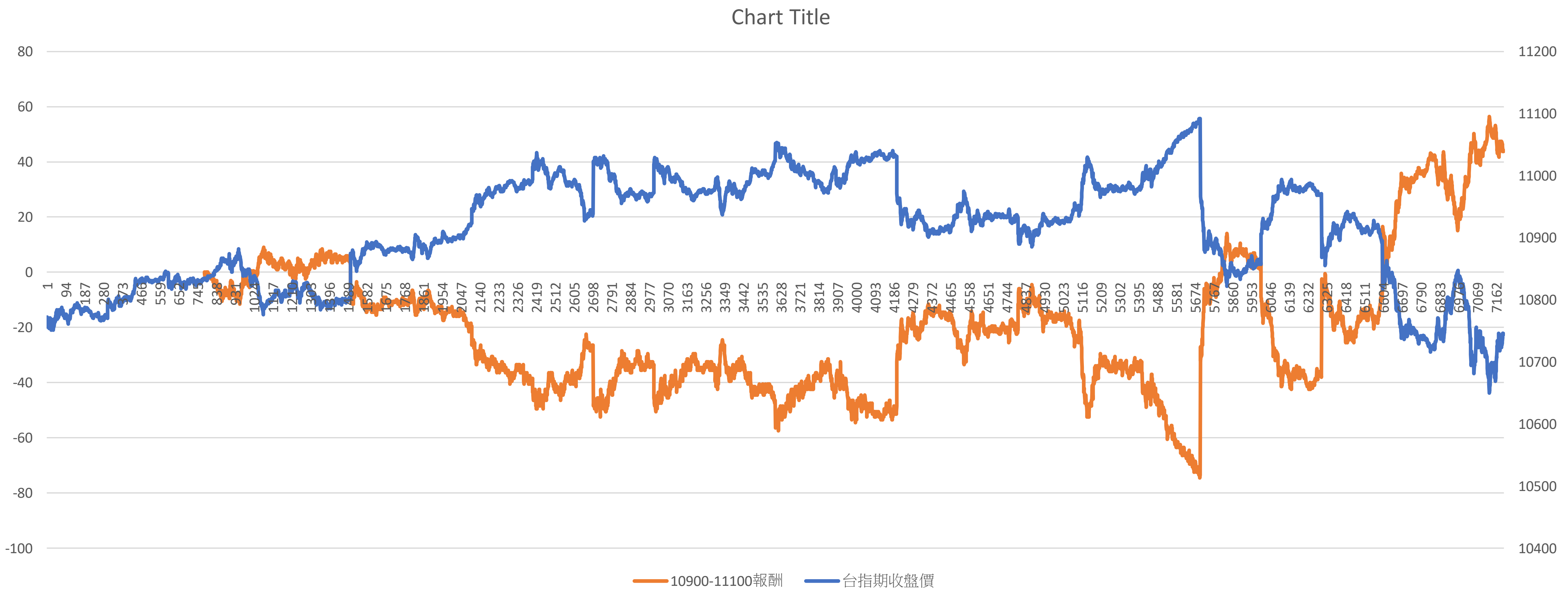


Chart Title
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
11200
11100
11000
10900
10800
10700
10600
10500
10400
10900-11100報酬
台指期收盤價

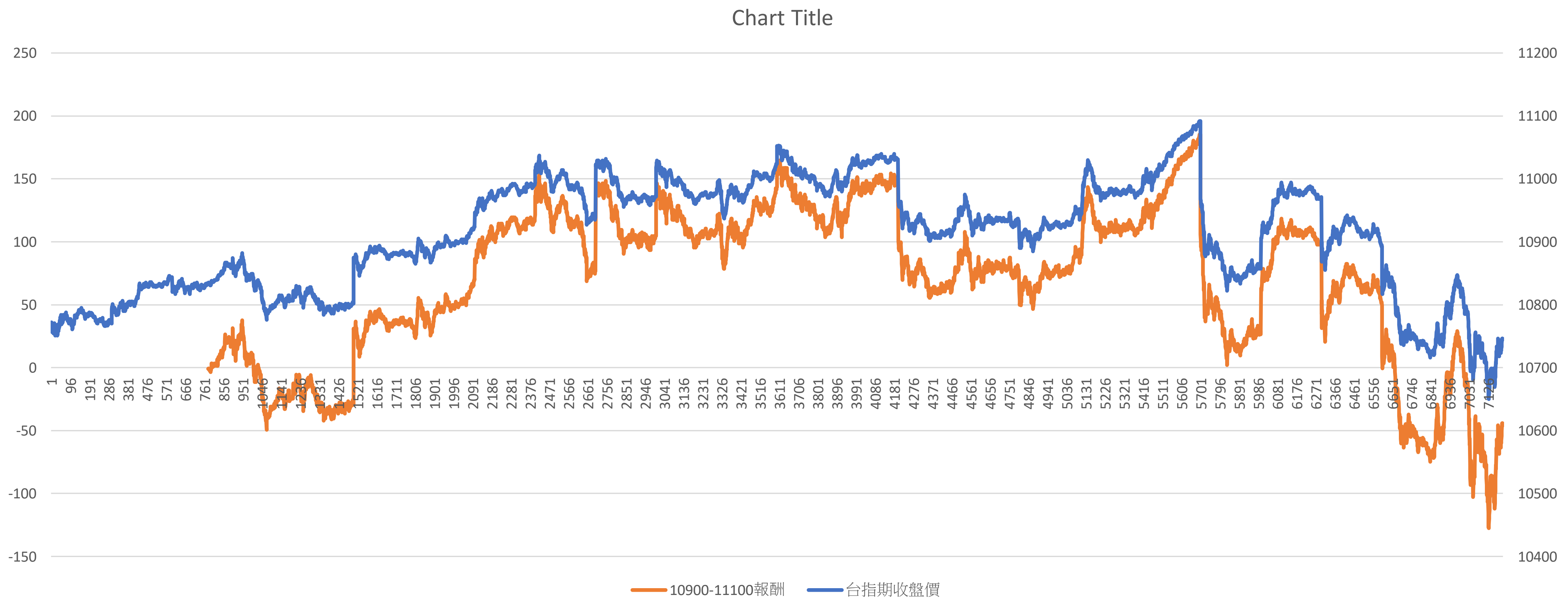


Chart Title
250
200
150
100
50
0
-50
-100
-150
11200
11100
11000
10900
10800
10700
10600
10500
10400
10900-11100報酬
台指期收盤價

日波動轉其它周期波動

- 前提假設:日波動為獨立同分布的隨機變量