

XỬ LÝ ẢNH
(Image Processing)

BÀI 12: HISTOGRAM EQUALIZATION
(CÂN BẰNG LƯỢNG ĐỘ MỨC XÁM)

Nội dung

- Kỹ thuật Histogram
- Cân bằng Histogram
- Histogram matching
- Bài tập - kiểm tra

Kỹ thuật Histogram

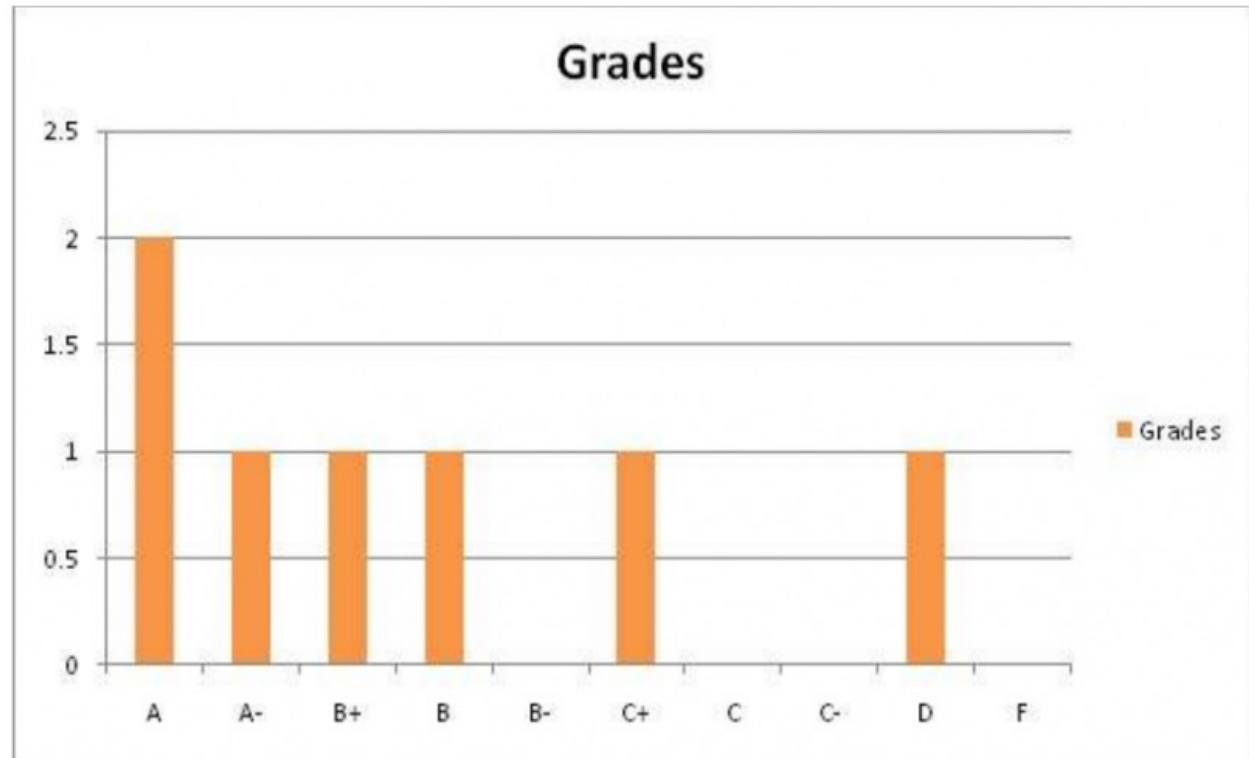
Khái niệm:

- Histogram là biểu đồ tần suất thống kê số lần xuất hiện các mức xám trong ảnh.

Nói cách khác Histogram hiển thị sự phân bố tần suất của một tập dữ liệu.

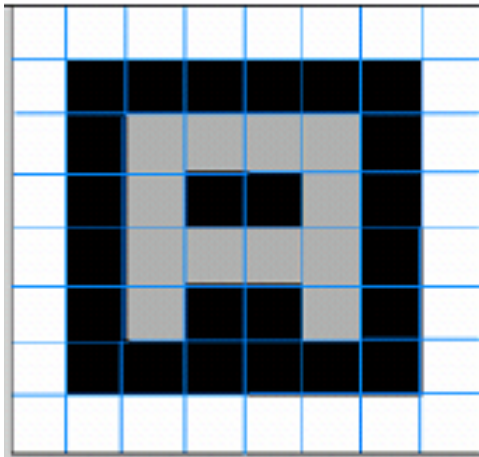
Example 1

Name	Grade
John	A
Jack	D
Carter	B
Tommy	A
Lisa	C+
Derek	A-
Tom	B+

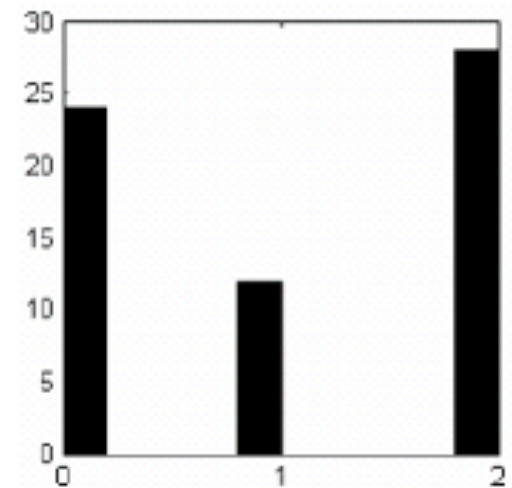


Kỹ thuật Histogram

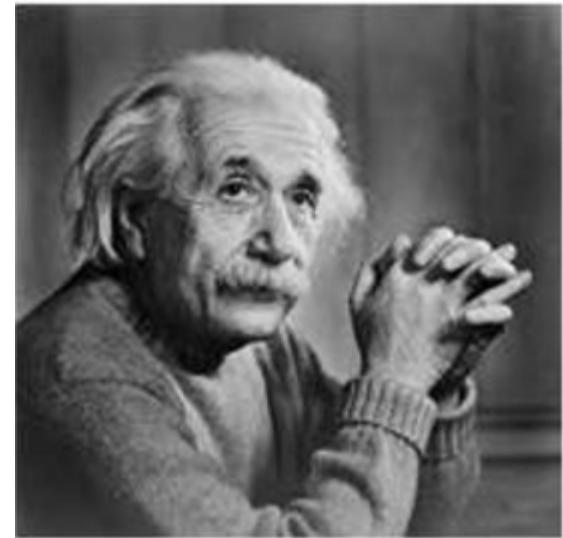
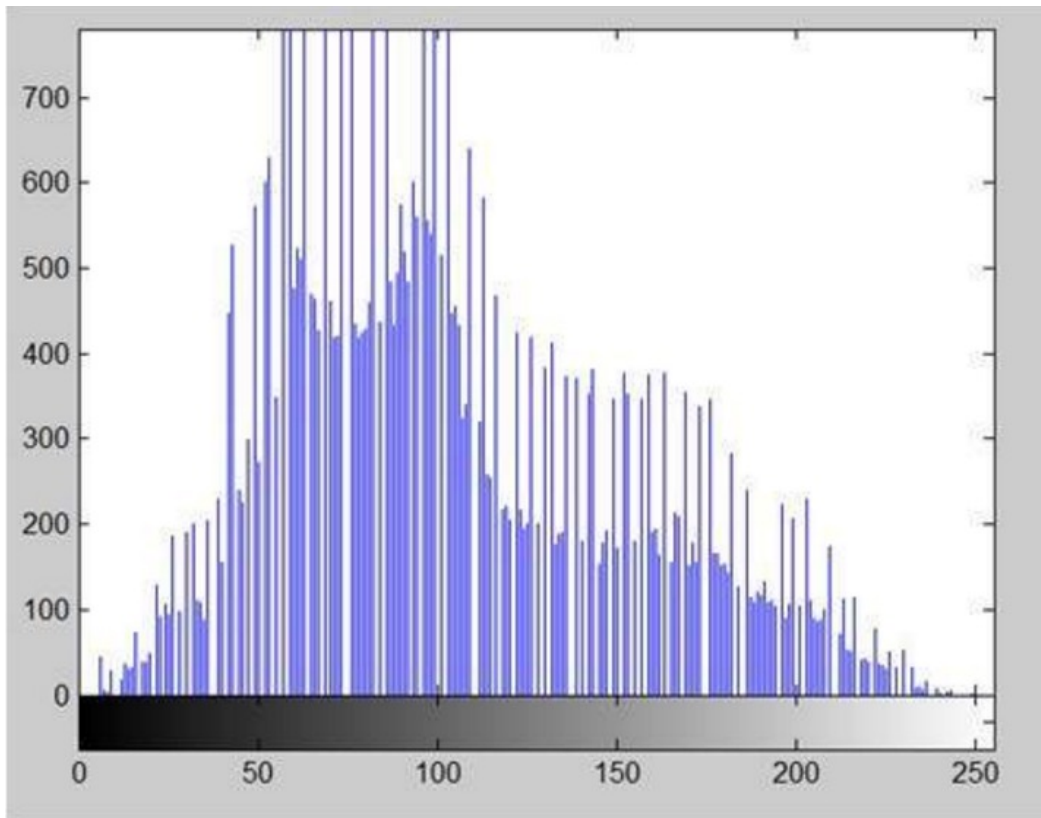
Histogram của ảnh hiển thị tần suất xuất hiện của giá trị cường độ các điểm ảnh.



2	2	2	2	2	2	2	2
2	0	0	0	0	0	0	2
2	0	1	1	1	1	0	2
3	0	1	0	0	1	0	2
2	0	1	1	1	1	0	2
2	0	1	0	0	1	0	2
2	0	0	0	0	0	0	2
2	2	2	2	2	2	2	2



Lược đồ Histogram



trục x: mức xám

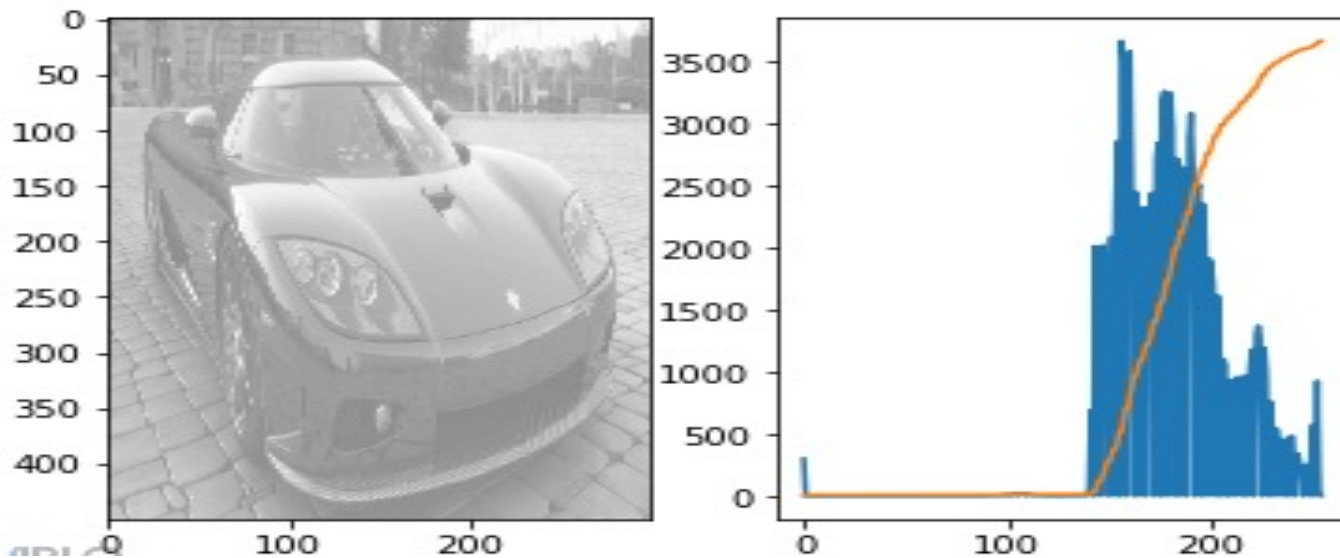
trục y: tần số của cường độ

Lược đồ histogram để làm gì?

Biểu đồ là cơ sở cho nhiều kỹ thuật xử lý trên miền không gian.

Để phân tích ảnh, xác định ngưỡng. Dự đoán về một hình ảnh bằng cách nhìn vào biểu đồ của nó.

Example

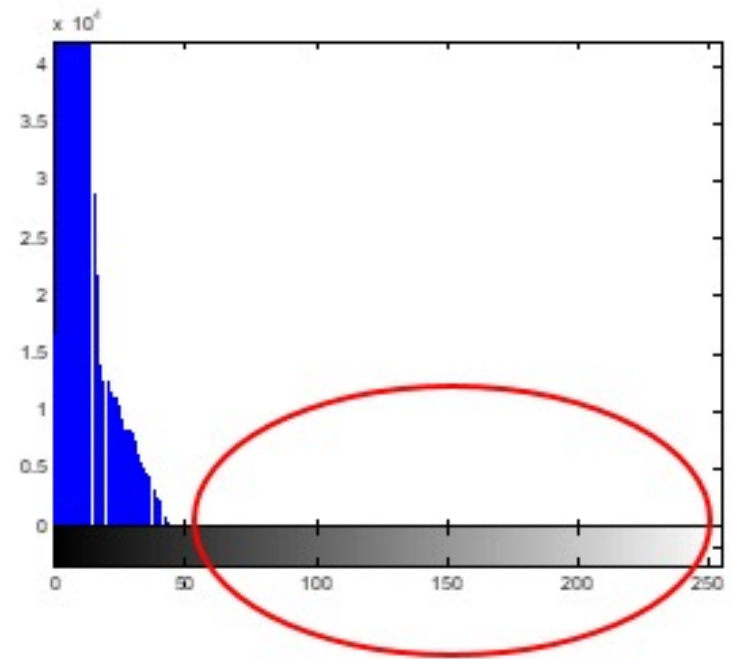


Có khoảng 2000 điểm ảnh mang giá trị 150, giá trị pixel chủ yếu trong khoảng $[150, 200]$ nên độ tương phản không cao, không rõ nét.

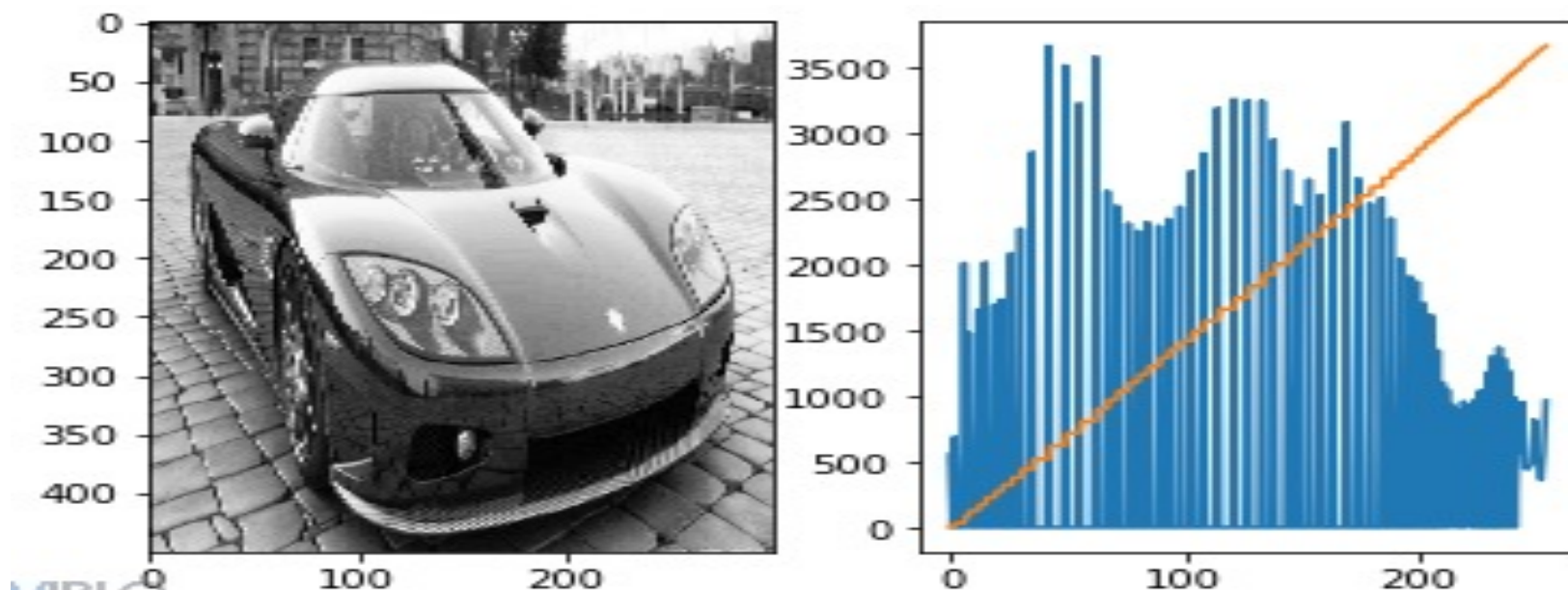
Example



Ảnh tối



Cân bằng Histogram - Histogram Equalization



Là sự điều chỉnh histogram về trạng thái cân bằng, giá trị các điểm ảnh không bị co cụm tại một khoảng nhỏ mà được "kéo dãn" ra.

Kỹ thuật Histogram

- **Khái niệm:**

- Histogram của ảnh (Lược đồ xám) chỉ ra phân bố mức xám trên ảnh
- Gọi r_k là giá trị mức xám của pixel thứ k của ảnh $f(x,y)$ có L mức xám;
 - với $k = 0, 1, 2, \dots, L-1$
- Đặt $h(r_k) = n_k$; với n_k là tổng số pixel có giá trị mức xám r_k
- Lúc đó $h(r_k)$ gọi là Histogram không chuẩn hóa
- Đặt $p(r_k) = h(r_k)/(M \times N)$
 - $p(r_k)$ gọi là Histogram chuẩn hóa hay **Histogram của ảnh**

Suppose we have a 3-bit image ($L = 8$) of size 64×64

a) Calculate number of pixels per pixel value.

Pixel Value (r_k)	0	1	2	3	4	5	6	7
No of Pixels (n_k)	790	1023	850	656	329	245	122	81

b) Calculate probability density function PDF = n_k / size of the image

No of Pixels (n_k)	790	1023	850	656	329	245	122	81
PDF	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02

Kỹ thuật Histogram

Suppose we have a 3-bit image ($L = 8$) of size 64×64

a) Calculate number of pixels per pixel value.

Pixel Value (r_k)	0	1	2	3	4	5	6	7
No of Pixels (n_k)	790	1023	850	656	329	245	122	81

b) Calculate probability density function PDF = $n_k / \text{size of the image}$

No of Pixels (n_k)	790	1023	850	656	329	245	122	81
PDF	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02

c) Calculate cumulative density function CDF = sum of n_k from 0 - k

PDF	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
CDF	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1

d) Calculate transformation function by multiplying CDF with $(L - 1)$ and round of it.

CDF	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1
TF	1.33	3.08	4.55	5.67	6.23	6.65	6.86	7
TF (s_k)	1	3	5	6	6	7	7	7

e) Replace original Pixel values with the s_k values

Pixel Value (r_k)	0	1	2	3	4	5	6	7
TF (s_k)	1	3	5	6	6	7	7	7

Cân bằng Histogram - Histogram Equalization

Đây là một kỹ thuật nâng cao chất lượng ảnh có liên quan đến hàm mật độ xác suất của mức xám.

Ảnh output sẽ là một phân bố đều của ảnh input

Histogram Equalization: Algorithm

1. Tính histogram $p_r(r)$

2. Chuẩn hoá histogram $p_r(r_k) = \frac{n_k}{MN}$

3. Tính hàm mật độ xác suất

$$s_k = T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

4. Tính giá trị mức xám cho từng điểm ảnh

$$O(x, y) = \text{round}(T(I(x, y)))$$

Example: Histogram Equalization

Suppose that a 3-bit image ($L = 8$) of size 64×64 pixels ($MN = 4096$) has the intensity distribution shown in following table.

Get the histogram equalization transformation function and give the $p_s(s_k)$ for each s_k .

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

Example: Histogram Equalization

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

$$s_0 = T(r_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = 7 \times 0.19 = 1.33 \quad \rightarrow 1$$

$$s_1 = T(r_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = 7 \times (0.19 + 0.25) = 3.08 \quad \rightarrow 3$$

$$s_2 = 4.55 \quad \rightarrow 5$$

$$s_3 = 5.67 \quad \rightarrow 6$$

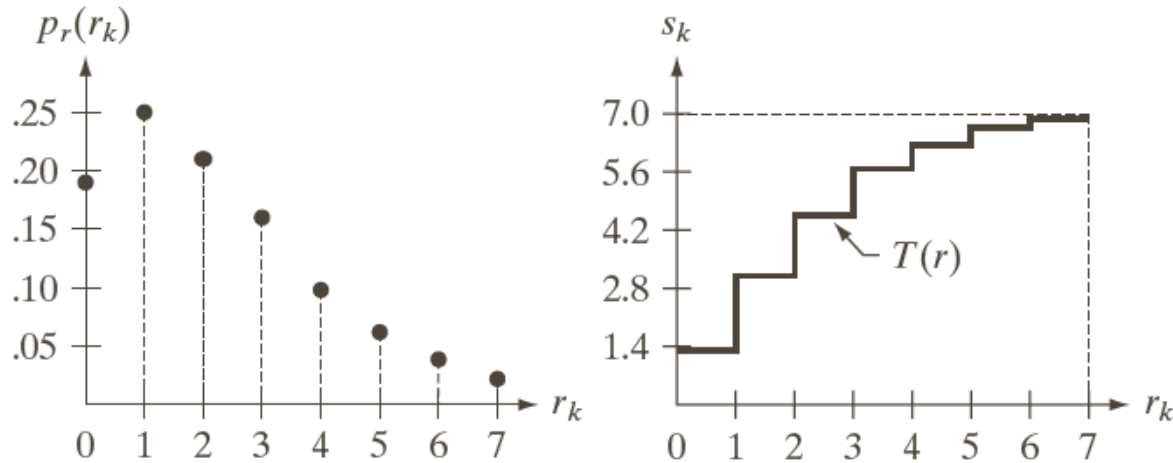
$$s_4 = 6.23 \quad \rightarrow 6$$

$$s_5 = 6.65 \quad \rightarrow 7$$

$$s_6 = 6.86 \quad \rightarrow 7$$

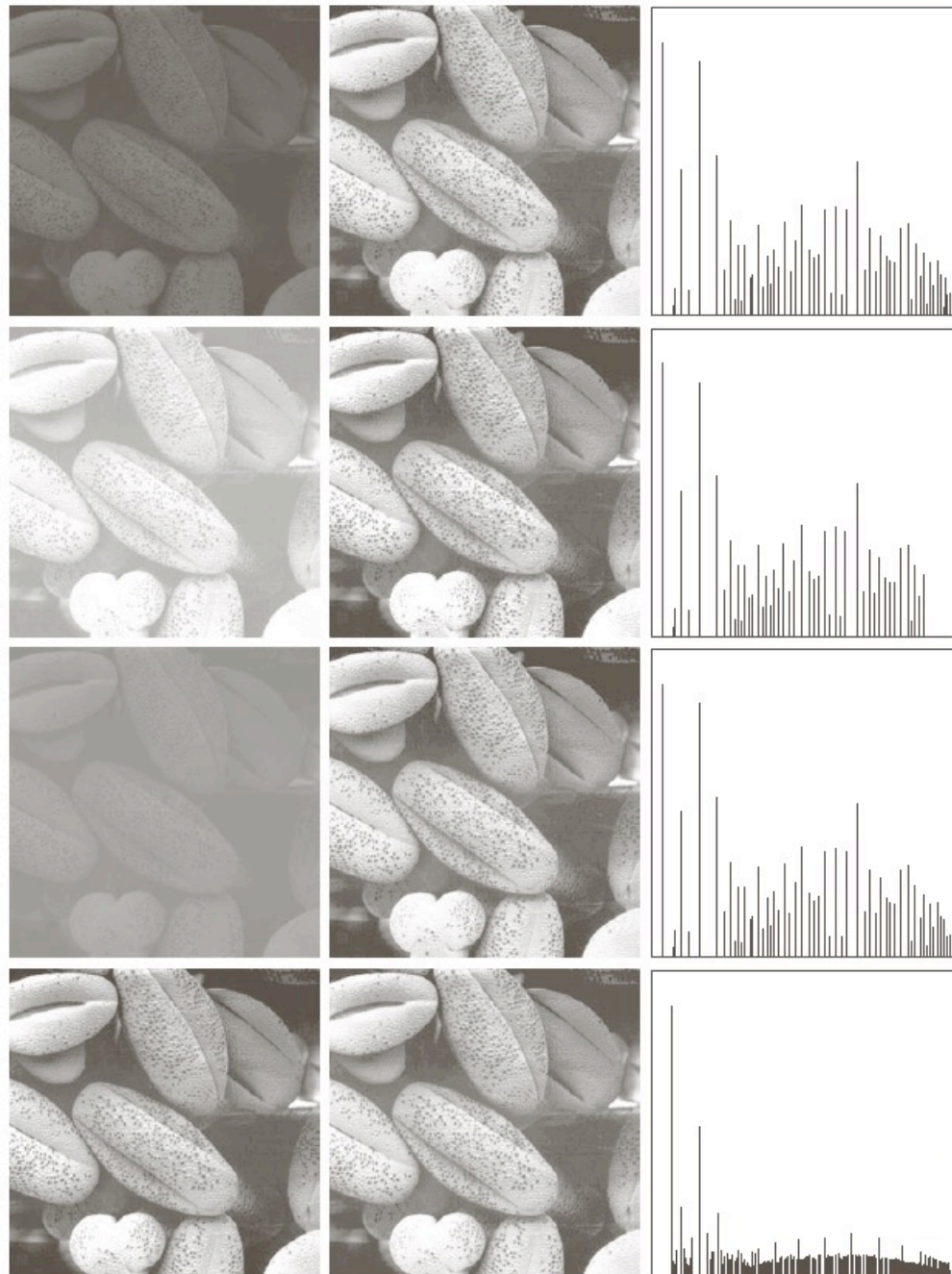
$$s_7 = 7.00 \quad \rightarrow 7$$

Example: Histogram Equalization



a b c

FIGURE 3.19 Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.



10/30/24 **FIGURE 3.20** Left column: images from Fig. 3.16. Center column: corresponding histogram-equalized images. Right column: histograms of the images in the center column.

Exercise 1

Cân bằng Histogram cho ảnh sau:

2	3	3	2
4	2	4	3
3	2	3	5
2	4	2	4

Solution:

r	0	1	2	3	4	5	6	7
1.PDF = $p(r_k)$	0	0	0.375	0.3125	0.25	0.0625	0	0
2.CDF = $p(s_k)$	0	0	0.375	0.6875	0.9375	1	1	1
s	0	0	3	5	7	7	7	7

3	5	5	3
7	3	7	5
5	3	5	7
3	7	3	7

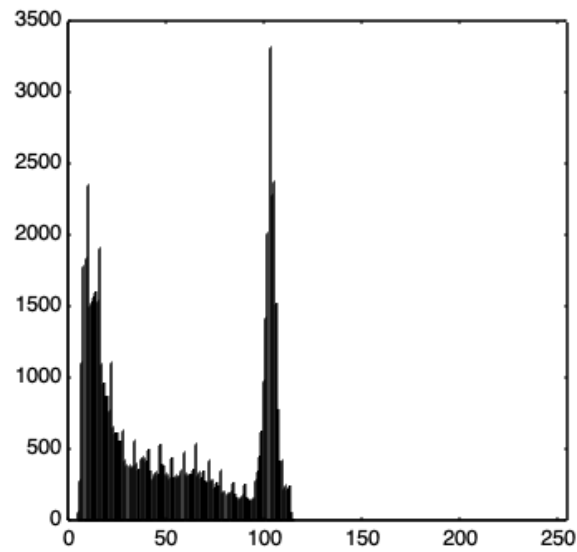
Exercise 2

Cân bằng Histogram cho ảnh sau:

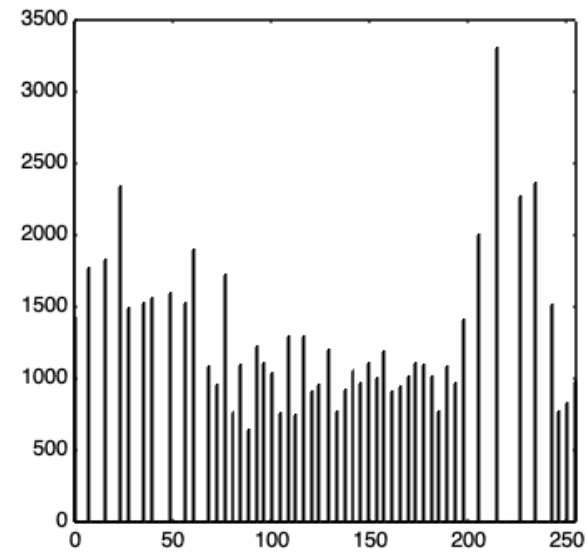
3	7	6	2	0
2	4	6	1	1
4	7	2	5	4
3	0	6	2	1
5	7	5	1	2

r	0	1	2	3	4	5	6	7
pdf	0.08	0.16	0.2	0.08	0.12	0.12	0.12	0.12
cdf	0.08	0.24	0.44	0.52	0.64	0.76	0.88	1
s	1	2	3	4	5	5	6	7

Hist. Eq

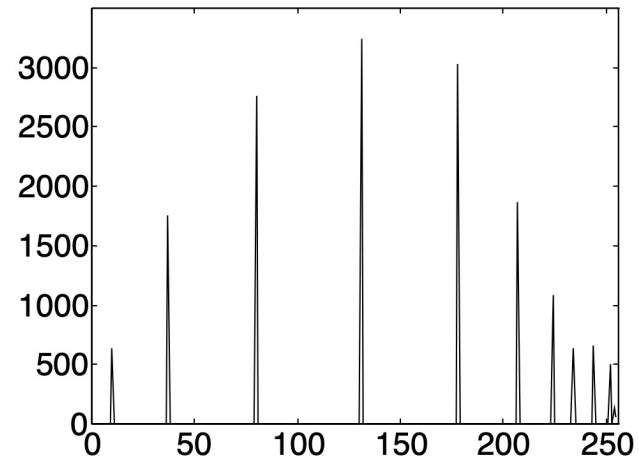
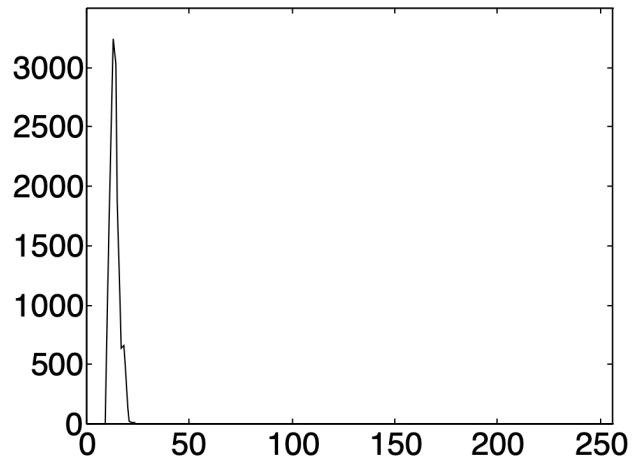
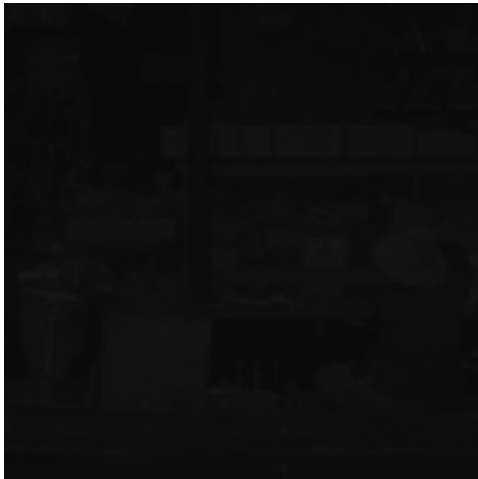


Original



Equalized

Hist. Eq



Original

Equalized

Hist. Eq



Hist. Eq



Ảnh ban đầu



Sau khi cân bằng histogram

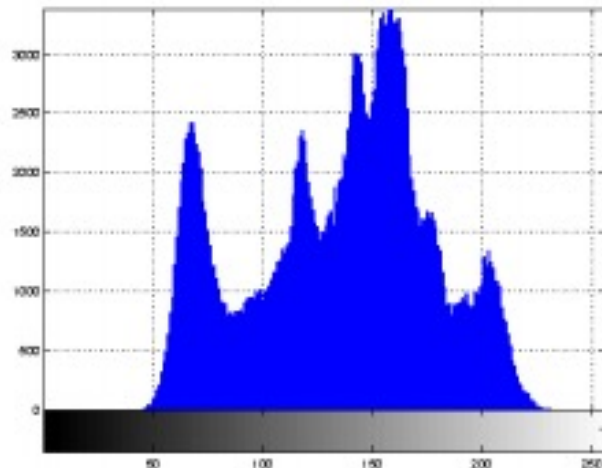
Hist. Eq



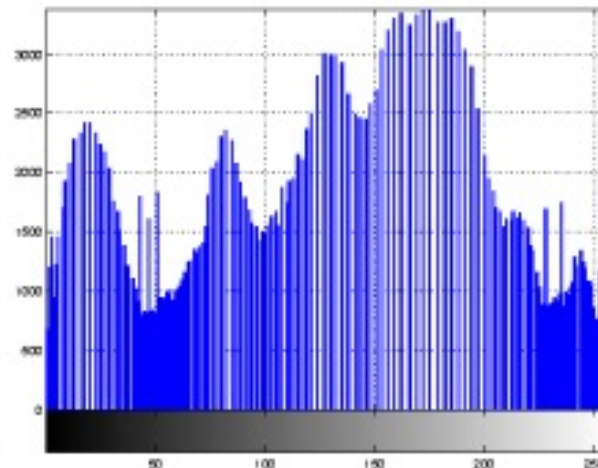
Ảnh ban đầu



Ảnh sau khi cân bằng

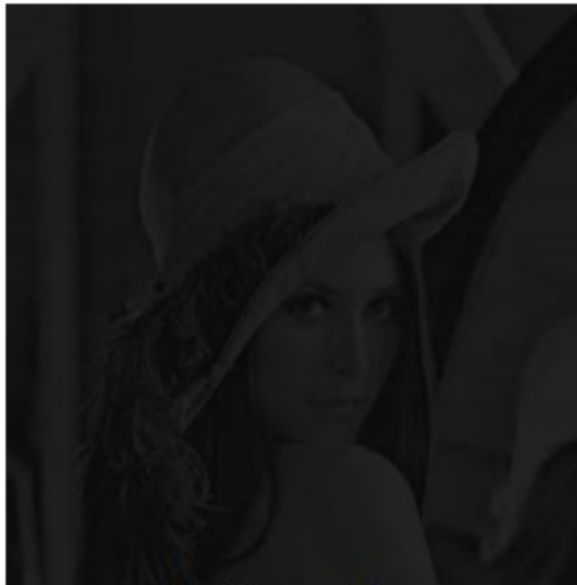


Histogram của ảnh ban đầu



Histogram của ảnh sau cân bằng

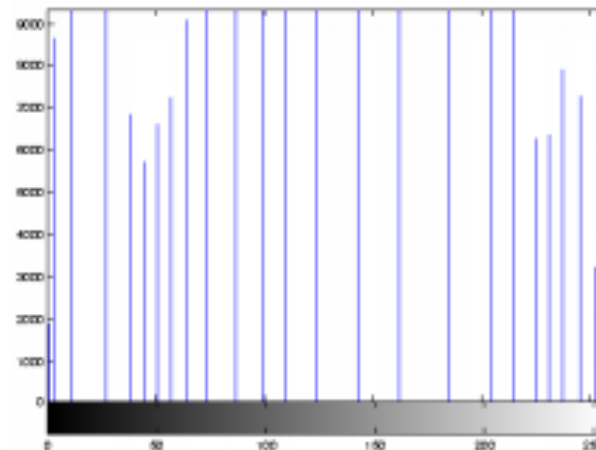
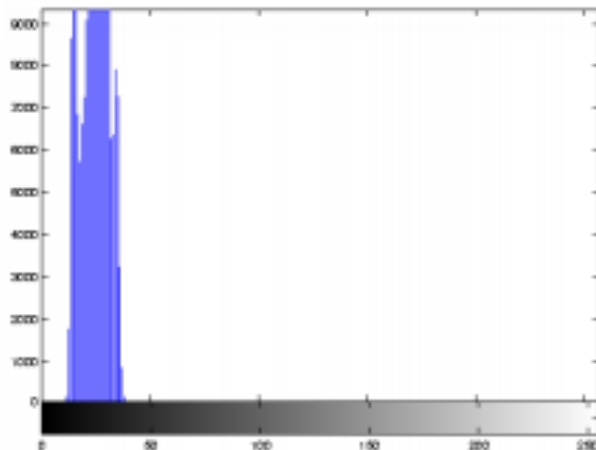
Hist. Eq



Ảnh ban đầu



Ảnh sau khi cân bằng

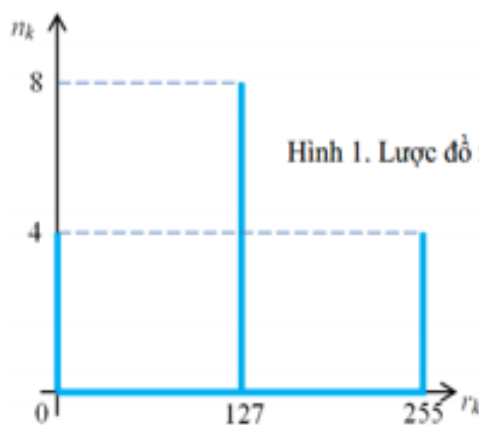


Histogram của ảnh ban đầu

Histogram của ảnh sau cân bằng

Bài 1: Ảnh A (8 bit) có lược đồ xám như trong hình 1. Trong đó, r_k : giá trị mức xám, n_k : số lượng điểm ảnh. Hãy cho biết:

- Kích thước ảnh? Số lượng điểm ảnh?
- Cho biết giá trị mức xám của các điểm ảnh trong ảnh A bằng cách trình bày A theo dạng ma trận điểm ảnh.



Hình 1. Lược đồ xám ảnh A

Bài 2: Hãy cân bằng Histogram cho ảnh sau:

1 2 3 4 5 6

2 1 2 3 4 5

3 2 1 2 3 4

5 3 2 1 2 3

6 5 3 2 1 2

Histogram Matching (Specification)

Biến đổi biểu đồ mức xám theo một biểu đồ mức xám định trước

Histogram matching

Biến đổi ảnh A để biểu đồ của nó sẽ khớp với ảnh B.



(a)

source



(b)

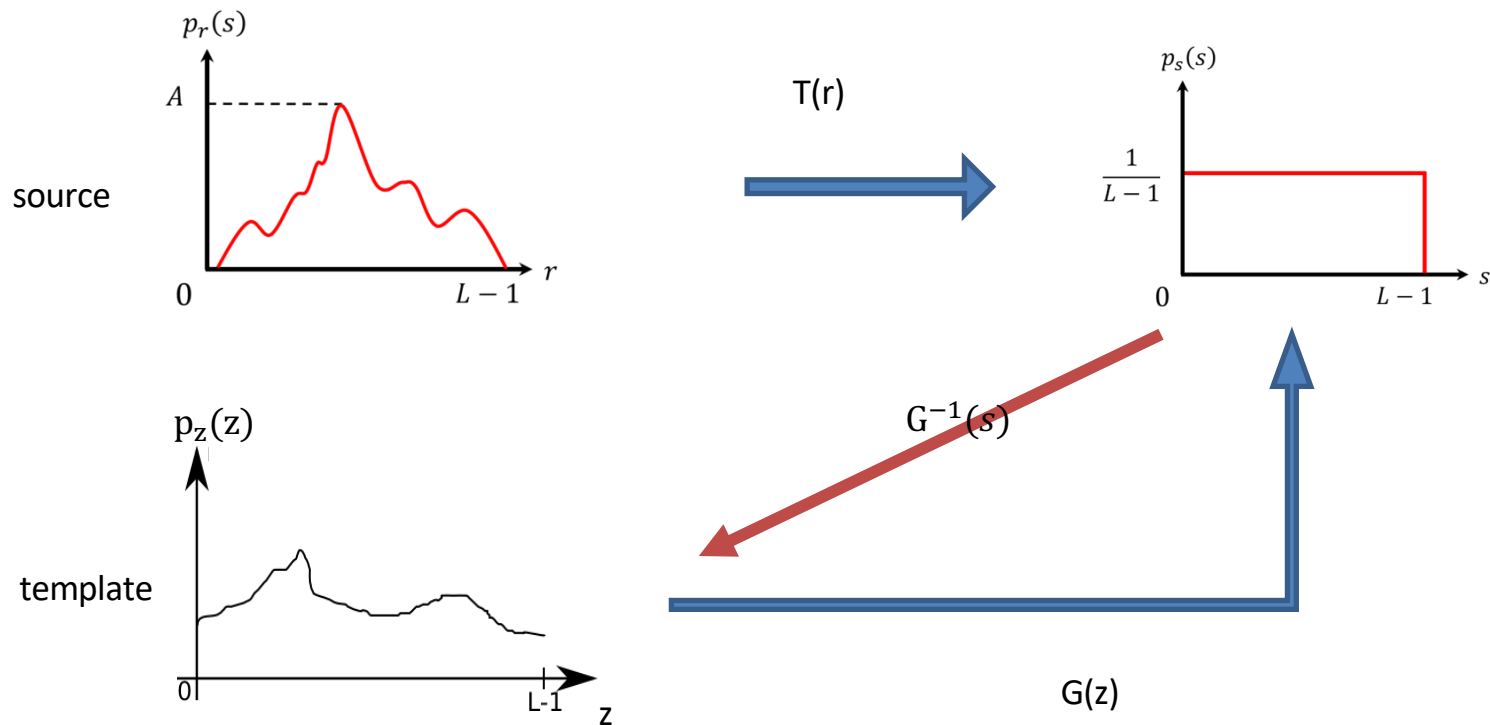
target



(c)

mapped source

Histogram matching



Cách thực hiện histogram matching

1. Tính histogram của source $p_r(r)$ và thực hiện histogram equalization

$$s_k = T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

2. Tính histogram của template $p_z(z)$

$$G(z_q) = (L-1) \sum_{i=0}^q p_z(z_i)$$

3. Với mỗi giá trị s_k , tìm z_q theo (2) sao cho $G(z_q) \sim s_k$

4. Thực hiện biến đổi:

$$r \rightarrow s_k \rightarrow z_q$$

Histogram matching: Example

Ảnh 1

1	2
3	4

Ảnh 2

2	4
5	6

Mức xám	Số lượng	Xác suất	CDF
1	1	0.25	0.25
2	1	0.25	0.5
3	1	0.25	0.75
4	1	0.25	1

Mức xám	Số lượng	Xác suất	CDF
2	1	0.25	0.25
4	1	0.25	0.5
5	1	0.25	0.75
6	1	0.25	1

Histogram matching: Example

Mức xám	Số lượng	Xác suất	CDF
1	1	0.25	0.25
2	1	0.25	0.5
3	1	0.25	0.75
4	1	0.25	1

Mức xám	Số lượng	Xác suất	CDF
2	1	0.25	0.25
4	1	0.25	0.5
5	1	0.25	0.75
6	1	0.25	1

Theo trên ta có:

$$F1[1] = 0.25 = F2[2] \implies M[1] = 2$$

$$F1[2] = 0.5 = F2[4] \implies M[2] = 4$$

$$F1[3] = 0.75 = F2[5] \implies M[3] = 5$$

$$F1[4] = 1 = F2[6] \implies M[4] = 6$$

Tuy nhiên, trong trường hợp màu sắc tương ứng giữa các hình ảnh không nhất quán, thì phương pháp này có thể thất bại



(a)



(b)



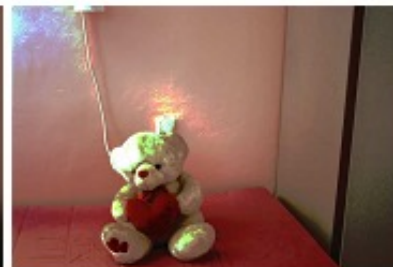
(c)



(a)



(b)



(c)

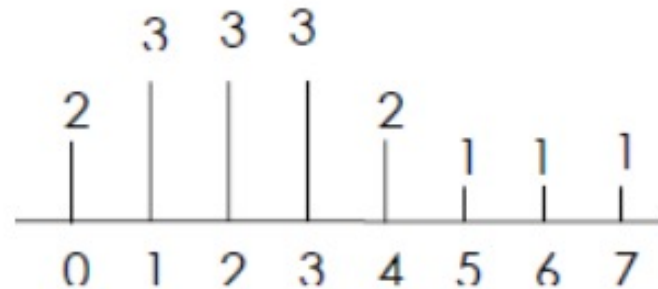
from: S. Kagarlitsky: M.Sc. thesis 2010.

Bài tập:

Thực hiện phương pháp Histogram matching

Consider the following 4x4 matrix of a 3-bit image and the desired histogram:

0	0	0	4
1	1	1	5
1	2	2	7
2	2	2	7



Find the Histogram Matching of this image.