Bài 6: Biểu diễn tín hiệu và hệ thống rời rạc trong miền tần số

Nguyễn Hồng Thịnh
Lâm Sinh Công

Nội dung

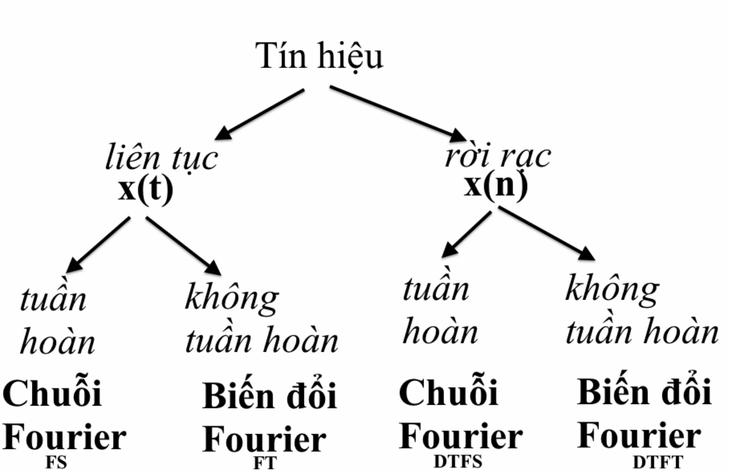
Nội dung

- Khai triển chuỗi Fourier (DTFS) cho tín hiệu tuần hoàn.
- Biến đổi Fourier (DTFT) cho tín hiệu không tuần hoàn.
- Biểu diễn tần số của hệ thống
- Phân tích tính chất hệ thống trong miền tần số.

Mục tiêu

- Xác định được biểu diễn tần số của tín hiệu rời rạc
- Vẽ được đồ thị phổ của tín hiệu.
- Phân tích tính chất hệ thống sử dụng biểu diễn tần số.

Biến đổi tín hiệu I



Biến đổi tín hiệu II

Xác định phương pháp biến đổi phù hợp cho các tín hiệu sau

1. $x[n] = \frac{1}{2^n}u[n]$
2. $x(t) = 1 - cos(2\pi t) + sin(3\pi t)$
3. $x(t) = e^{-t}cos(2\pi t)u(t)$
4. $x[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta[n - 20m] - 2\delta[n - 2 - 20m]$

Khai triển chuỗi Fourier

- Tín hiệu $x[n]$ tuần hoàn với chu kỳ N được biểu diễn chính xác bằng chuỗi Fourier:

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{jk\omega_0 n} \tag{1}$$

trong đó $\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$ là tần số cơ sở của $x[n]$

- Các hệ số $X[k]$ được tính:

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\omega_0 n} \tag{2}$$

- $x[n], X[k]$ đều tuần hoàn với chu kỳ N.

Phổ biên độ và phổ pha

- Đồ thị của các hệ số khai triển chuỗi Fourier $X[k]$ theo biến tần số $\omega_k = k\omega_0$ gọi là phổ Fourier của tín hiệu $x[n]$.
- Biên độ:

$$|X[k]| = \sqrt{\mathrm{Re}(X[k])^2 + \mathrm{Im}(X[k])^2}$$

- Pha:

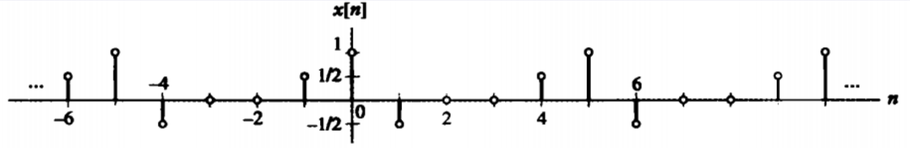
$$\phi(X[k]) = \arctan\left[\frac{\mathrm{Im}(X[k])}{\mathrm{Re}(X[k])}\right]$$

- Đồ thị của biên độ và pha của $X[k]$ theo biến tần số ω_k gọi là phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu $x[n]$

Ví dụ

Ví dụ 1

Xác định biểu diễn tần số của tín hiệu trong hình sau



Ví dụ

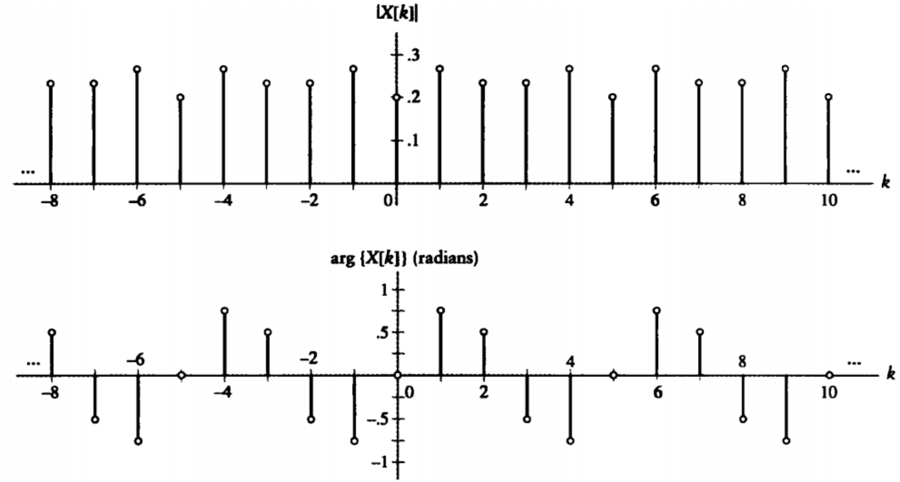
Ví dụ 1: Gợi ý

1. Chu kỳ của tín hiệu $N = 5$
2. Tần số cơ sở $\omega_0 = \frac{2\pi}{5}$
3. Tín hiệu là tín hiệu lẻ

Biểu diễn tần số của x[n]

$$
\begin{aligned}
X[k] &= \frac{1}{5}\sum_{n=-2}^{2} x[n]e^{-\frac{jk2\pi n}{5}} \\
&= \frac{1}{5}\left[x[-2]e^{\frac{jk4\pi}{5}} + x[-1]e^{\frac{jk2\pi}{5}} + x[0]e^{j0} + x[1]e^{\frac{-jk2\pi}{5}} + x[2]e^{\frac{-jk4\pi}{5}}\right] \\
&= \frac{1}{5}\left[1 + \frac{1}{2}e^{jk2\pi/5} - \frac{1}{2}e^{-jk2\pi/5}\right] \\
&= \frac{1}{5}\left[1 + j\sin\left(\frac{k2\pi}{5}\right)\right] \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Ví dụ



Ví dụ

Lưu ý

1. Việc lựa chọn khoảng của n để tính $X[k]$ không làm thay đổi giá trị thu được
2. Ví dụ nếu lấy $n \in [0,4]$ thì ta có

$$X[k] = \frac{1}{5}\left[x[0]e^{j0} + x[1]e^{-\frac{jk2\pi}{5}} + x[2]e^{-jk4\pi} + x[3]e^{\frac{-jk6\pi}{5}} + x[2]e^{\frac{-jk8\pi}{5}}\right]$$
$$= \frac{1}{5}\left[1 + \frac{1}{2}e^{jk2\pi/5} - \frac{1}{2}e^{-jk8\pi/5}\right]$$

Lưu ý

$$e^{-jk8\pi/5} = e^{-j2k\pi}e^{jk2\pi/5} = e^{jk2\pi/5}$$

Ví dụ

Ví dụ

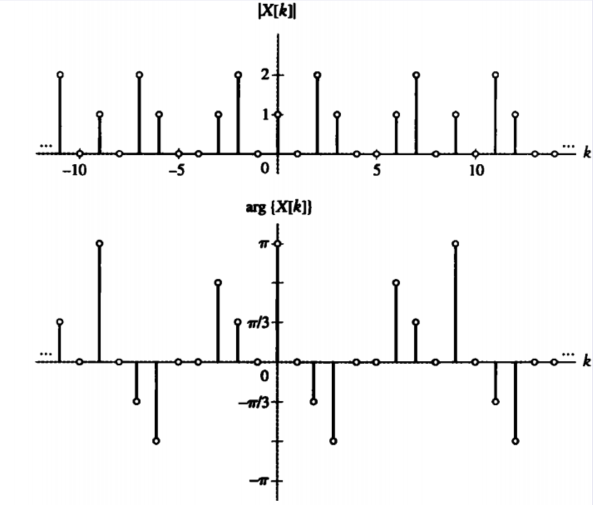
Xác định phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu:
$x[n] = sin(3\pi n/4)$

Bài tập

Bài tập 3.2; 3.4; Ví dụ 3.3

Ví dụ biến đổi ngược

Ví dụ 2: Xác định miền thời gian của tín hiệu sau



Ví dụ biến đổi ngược

Ví dụ 2: Gợi ý

Lưu lý

$X[k] = |X[k]|e^{j\phi}$

1. Các hệ số của biến đổi có chu kỳ 9, tần số cơ sở $\omega_0 = \frac{\pi}{9}$
2. Tính $x[n]$ trong với $n \in [-4; 4]$ ta có

$$\begin{aligned} x[n] &= \sum_{k=-4}^{k=4} X[k]e^{\frac{jk2\pi n}{9}} \\ &= 0 + e^{\frac{-j6\pi n}{9}}e^{\frac{j2\pi n}{3}} + 2e^{\frac{j\pi n}{3}}e^{\frac{-j4\pi n}{9}} + 0 + e^{j0}e^{j\pi} \\ &\quad + 0 + 2e^{\frac{-j\pi n}{3}}e^{\frac{j4\pi n}{9}} + e^{\frac{j6\pi n}{9}}e^{\frac{-j2\pi n}{3}} + 0 \\ &= 2\cos\left(\frac{6\pi n}{9} - \frac{2\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{4\pi n}{9} - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \qquad (4) \end{aligned}$$

Bài tập

Bài tập

Bài 3.4; 3.5;3.6

Ví dụ 3.6

Các tính chất của chuỗi Fourier

- **Tuyến tính:**

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{jk\omega_0 n} \text{ and } y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) e^{jk\omega_0 n}$$

$$\rightarrow \alpha x[n] + \beta y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} (\alpha X[k] + \beta Y(k)) e^{jk\omega_0 n}$$

- **Dịch thời gian:**

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{jk\omega_0 n}$$

$$\rightarrow x(n - n_0) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(X[k] e^{-jk\omega_0 n_0} \right) e^{jk\omega_0 n}$$

Công suất

- Công thức Parseval:

$$\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|x[n]|^2 = \sum_{k=0}^{N-1}|X[k]|^2$$

- Giá trị $|X[k]|^2$ được coi như biểu diễn cho phần đóng góp của thành phần $e^{jk\omega_0 t}$ vào công suất tổng cộng của tín hiệu $x[n]$
- Đồ thị của $|X[k]|^2$ theo biến tần số $\omega_k = k\omega_0$ biểu thị phân bố công suất của $x[n]$ theo tần số và được gọi là **phổ công suất** của $x[n]$.

Các tính chất của chuỗi Fourier

Tính chẵn lẻ

- Phổ biên độ và phổ công suất của $x[n]$ là các hàm chẵn, nghĩa là:

$$\forall k : |X[k]| = |X(-k)| \text{ và } |X[k]|^2 = |X(-k)|^2$$

- Nếu $x[n]$ là hàm thực thì $\forall k : X[k] = X(-k)^*$.
- Nếu $x[n]$ là hàm thực và chẵn thì phổ Fourier của $x[n]$ là hàm chẵn, nghĩa là $\forall k : X[k] = X(-k)$.
- Nếu $x[n]$ là hàm thực và lẻ thì phổ Fourier của $x[n]$ là hàm lẻ, nghĩa là $\forall k : X[k] = -X(-k)$.

Các tính chất của chuỗi Fourier

Nếu $x[n]$ là hàm thực thì $\forall k : X[k] = X(-k)^*$

$$X[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-jk\omega_0 n} \tag{5}$$

Do đó

$$\begin{aligned} X(-k)^* &= \left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{jk\omega_0 n}\right]^* \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-jk\omega_0 n} \\ &= X[k] \end{aligned} \tag{6}$$

Biến đổi Fourier

Biến đổi Fourier

- $X(\omega)$ được gọi là biến đổi Fourier (biến đổi thuận) của tín hiệu $x[n]$:

$$X(\omega) = F(x[n]) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

- Ta cũng có công thức biến đổi Fourier nghịch:

$$x[n] = F^{-1}(x[n]) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega)e^{j\omega n}d\omega$$

- Điều kiện tồn tại các biến đổi Fourier: $x[n]$ là tín hiệu năng lượng.

Biến đổi Fourier

Biến đổi Fourier

- Một dạng khác của công thức biến đổi Fourier của $x[n]$ sử dụng biến tần số f thay cho tần số góc ω:

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j2\pi fn}$$

với công thức biến đổi Fourier nghịch tương ứng:

$$x[n] = \int_{-1/2}^{+1/2} X(f) e^{j2\pi fn} df$$

Phổ Fourier của tín hiệu

Phổ biên độ và phổ pha

- Đồ thị $X(\omega)$ theo tần số góc ω được gọi là *phổ Fourier* của tín hiệu $x[n]$.
- Biên độ: $|X(\omega)| = \sqrt{\mathrm{Re}[X(\omega)]^2 + \mathrm{Im}[X(\omega)]^2}$
- Pha:
$$\phi(\omega) = \frac{\arctan[\mathrm{Im}[X(\omega)]}{\mathrm{Re}[X(\omega)]]}$$
- Đồ thị của biên độ và pha của $X(\omega)$ được gọi là phổ biên độ và pha của tín hiệu.

Bài tập

Xác định phổ biên độ và phổ pha tín hiệu sau đây:

- $x[n] = a^n u(n)$
- $x[n] = 2(3)^n u(-n)$
- $x[n] = \begin{cases} 1 & |n| \leq M \\ 0 & otherwise \end{cases}$

Xác định biến đổi Fourier nghịch:

- $X(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < W \\ 0 & W < |\omega| < \pi \end{cases}$

Ví dụ $x[n] = a^{-n}u(t)$

Áp dụng công thức

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a^n u[n] e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\omega n} \tag{7}$$

Chuỗi $\sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\omega n}$ phân kỳ nếu $|a| \geq 1$ và chỉ hội tụ khi $|a| < 1$. Do đó

$$X(\omega) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}, \quad |a| < 1 \tag{8}$$

Nếu a là một số thực thì ta có

$$X(\omega) = \frac{1}{1 - a\cos\omega - ja\sin\omega}$$
$$= \frac{1 - a\cos\omega - ja\sin\omega}{(1 - a\cos\omega)^2 + (a\sin\omega)^2}$$
$$= \frac{1 - a\cos\omega}{1 + a^2 - 2\cos\omega} - j\frac{a\sin\omega}{1 + a^2 - 2\cos\omega} \quad (9)$$

1. Phổ biên độ -> Vẽ $|X(\omega)|$

$$|X(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + a^2 - 2a\cos\omega}}$$

2. Phổ pha -> Vẽ $\phi(\omega)$

$$\phi(\omega) = -\arctan\left(\frac{a\sin\omega}{1 - a\cos\omega}\right)$$

Tính chất

Tính tuyến tính:

$$\mathcal{F}[\alpha x_1(n) + \beta x_2(n)] = \alpha X_1(\omega) + \beta X_2(\omega)$$

Dịch thời gian:

$$\mathcal{F}[x(n - n_0)] = X(\omega)e^{-j\omega n_0}$$

Dịch tần số:

$$\mathcal{F}[x[n]e^{j\gamma n}] = X(\omega - \gamma)$$

Tính chất

Tính chất của biến đổi Fourier

- **Tích chập:**

$$\mathcal{F}[f(n) * g(n)] = F(\omega)G(\omega)$$

- **Nhân tín hiệu:**

$$\mathcal{F}[f(n)g(n)] = \frac{1}{2\pi}F(\omega) \circledast_{2\pi} G(\omega)$$

trong đó, ký hiệu $\circledast_{2\pi}$ biểu thị phép nhân chập trong phạm vi một chu kỳ 2π, nghĩa là:

$$F(\omega) \circledast_{2\pi} G(\omega) = \int_0^{2\pi} F(\theta)G(\omega - \theta)d\theta$$

Tích chập

Tính chất

Năng lượng - Công thức Parseval

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- Đại lượng $|X(\omega)|^2$ biểu diễn cho đóng góp của thành phần $e^{j\omega n}$ vào năng lượng tổng cộng của tín hiệu $x[n]$
- Đồ thị của $|X(\omega)|^2$ theo tần số ω biểu thị mật độ năng lượng của $x[n]$ trong miền tần số và được gọi là phổ năng lượng của $x[n]$.

Tổng kết biểu diễn trong miền tần số cho tín hiệu

Fourier Series (FS)

For $x(t)$ of duration T, set $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$.

$x(t): \quad 0 \le t \le T$
$X[k]: \quad k = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

$$X[k] = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} x(t)\, e^{-jk\omega_0 t} dt$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]\, e^{jk\omega_0 t}$$

Fourier Transform (FT)

$x(t): \quad -\infty < t < \infty$
$X(\omega): \quad -\infty < \omega < \infty$

$$X(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\infty}^{\infty} X(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega$$

Discrete Fourier Transform (DFT)

For $x[n]$ of length N, set $\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$.

$x[n]: \quad n = 0, 1, \ldots, N-1$
$X[k]: \quad k = 0, 1, \ldots, N-1$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-jk\omega_0 n}$$

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]\, e^{jk\omega_0 n}$$

Discrete-Time Fourier Transform (DTFT)

$x[n]: \quad n = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
$X(\omega): \quad -\pi \le \omega \le \pi$

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, e^{-j\omega n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\pi}^{\pi} X(\omega)\, e^{j\omega n} d\omega$$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số

- Đáp ứng tần số $H(\omega)$ chính là biến đổi Fourier của đáp ứng xung $h(n)$:

$$H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-j\omega n}$$

- Để $H(\omega)$ tồn tại $h(n)$ phải là tín hiệu năng lượng.
- $H(\omega)$ đặc trưng cho đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu vào dạng sin có tần số ω. Với tín hiệu vào $x[n] = e^{j\omega n}$, tín hiệu ra được tính như sau:

$$y(n) = h(n) * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)e^{j\omega(n-k)}$$

$$y(n) = e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)e^{-j\omega k} = H(\omega)e^{j\omega n}$$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Biên độ và pha

Thay đổi về biên độ và pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào được đặc trưng bởi hai thành phần sau đây của $H(\omega)$:

- Đáp ứng biên độ:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\mathrm{Re}[H(\omega)]^2 + \mathrm{Im}[H(\omega)]^2}$$

- Đáp ứng pha:

$$\phi(\omega) = \arctan\frac{\mathrm{Im}[H(\omega)]}{\mathrm{Re}[H(\omega)]}$$

- $H(\omega) = |H(\omega)|.e^{j\phi(\omega)}$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số:

- Đối với tín hiệu vào dạng sin tần số ω, tín hiệu ra có thể biểu diễn được dưới dạng:

$$y(n) = |H(\omega)|e^{j\phi(\omega)}e^{j\omega n} = |H(\omega)|e^{j[\omega n + \phi(\omega)]}$$

  điều đó có nghĩa là, tín hiệu ra có biên độ bằng $|H(\omega)|$ lần biên độ của tín hiệu vào và pha bị dịch một góc bằng $\phi(\omega)$ so với pha của tín hiệu vào.
- **Ý nghĩa: Xem xét đáp ứng (ảnh hưởng) của hệ thống với từng tần số.**

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số:

- $y(n) = x[n] * h(n) \rightarrow Y(\omega) = X(\omega).H(\omega)$
- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu tuần hoàn, biểu diễn chuỗi Fourier là: $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]e^{jk\omega_0 n}$
  Đáp ứng của hệ thống với mỗi thành phần $e^{jk\omega_0 n}$ là $H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$
  $\rightarrow$ đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào $x[n]$ có dạng:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$$

  chính là biểu diễn chuỗi Fourier của $y(n)$ với các hệ số là $\{X[k]H(k\omega_0)\}$.

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu không tuần hoàn $x[n]$ có phổ Fourier là $X(\omega)$, $x[n]$ khi đó có thể biểu diễn dưới dạng sau đây, theo công thức biến đổi Fourier nghịch:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega)e^{j\omega n}d\omega$$

- Đáp ứng của hệ thống với mỗi thành phần $e^{j\omega n}$ là $H(\omega)e^{j\omega n}$ $\rightarrow$ đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào $x[n]$ có dạng:

$$y(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega)H(\omega)e^{j\omega n}d\omega$$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số:

Cho hệ thống có đáp ứng tần số:

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega} & |\omega| < 0.4\pi \\ 0 & 0.4\pi < |\omega| < \pi \end{cases}$$

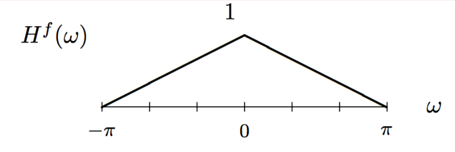
Xác định đáp ứng đầu ra của hệ thống với tín hiệu vào:

$$x[n] = 1.2cos(0.3\pi n) + 1.5cos(0.5\pi n)$$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số:

Cho hệ thống có đáp ứng tần số có dạng:



$H(\omega)$ là số thực, pha bằng 0.
Xác định đáp ứng đầu ra của hệ thống với tín hiệu vào:
$x[n] = 1 + cos(0.3\pi n)$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Lowpass, Highpass, Bandpass filter

- **Lowpass filter (Bộ lọc thông thấp)**

$$H(\omega) = \begin{cases} \neq 0 & \omega < \omega_0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

- **Highpass filter (Bộ lọc thông cao)**

$$H(\omega) = \begin{cases} \neq 0 & \omega > \omega_0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

- **Bandpass filter (Bộ lọc thông giải)**

$$H(\omega) = \begin{cases} \neq 0 & \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

III.Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Đáp ứng tần số:

Cho hệ thống có đáp ứng xung:
$h(n) = 1/8(7/8)^n u(n)$
Hệ thống là bộ lọc thông thấp, thông cao, thông dải hay không loại nào cả.

IV.Biểu diễn Fourier rời rạc

- Tín hiệu $x[n]$ không tuần hoàn có biến đổi Fourier:

$$X(\omega) = F(x[n]) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

$X(\omega)$ là hàm liên tục tuần hoàn với chu kỳ 2π.

- Để tiện cho việc lưu trữ, ta có thể rời rạc hoá $X(\omega)$ trong 1 chu kỳ.

$$X\left(\frac{2\pi}{N}k\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

N là số lượng mẫu.

- $X\left(\frac{2\pi}{N}k\right)$ gọi là phổ Fourier rời rạc (DFT) của tín hiệu.

IV.Biểu diễn Fourier rời rạc

- Tín hiệu $x[n]$ tuần hoàn, không có biến đổi Fourier, phổ Fourier rời rạc được định nghĩa dựa trên chuỗi Fourier:

$$DTF(x[n]) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi kn/N}$$

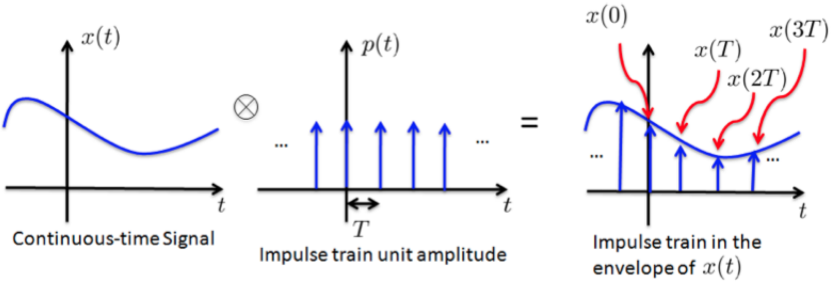
- Biến đổi ngược của DFT (IDFT) được định nghĩa:

$$x[n] = DFT^{-1}[X[k]] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j2\pi kn/N}$$

V. Lấy mẫu

Xung lấy mẫu:

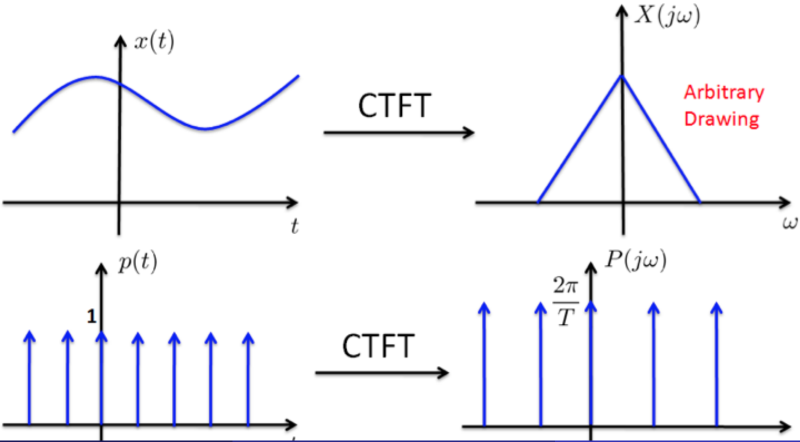
$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$



V. Lấy mẫu

Biểu diễn trong miền phổ:

$$P(\omega) = 2\pi/T.\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi k/T)$$

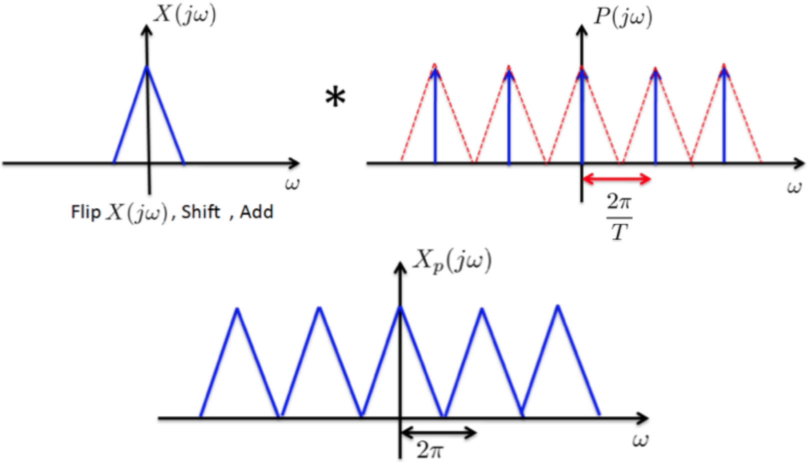


V. Lấy mẫu

Biểu diễn trong miền phổ:

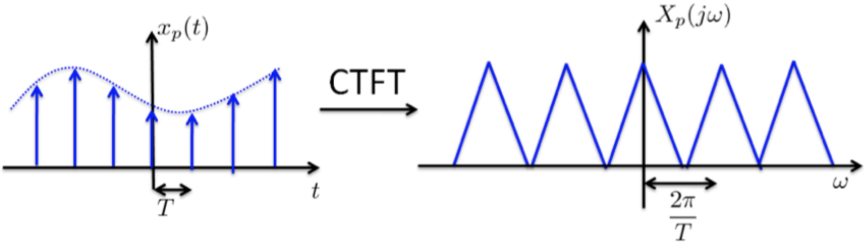
$x_p(t) = x(t).p(t)$ thì $X_p(\omega) = X(\omega) * P(\omega)$

Do đó:



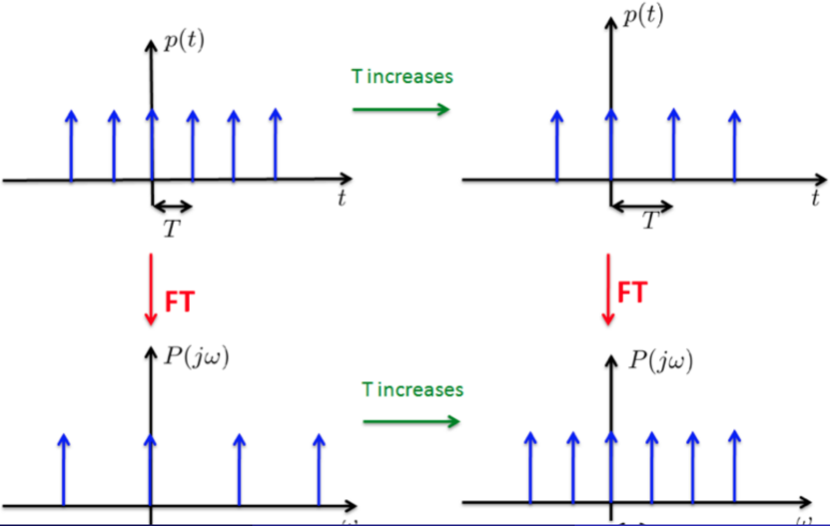
V. Lấy mẫu

Ý nghĩa của chu kỳ lấy mẫu T:



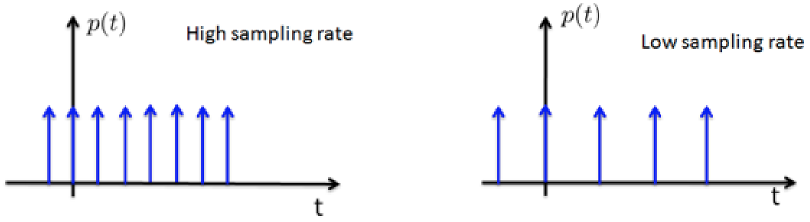
V. Lấy mẫu

T nhỏ, T lớn?

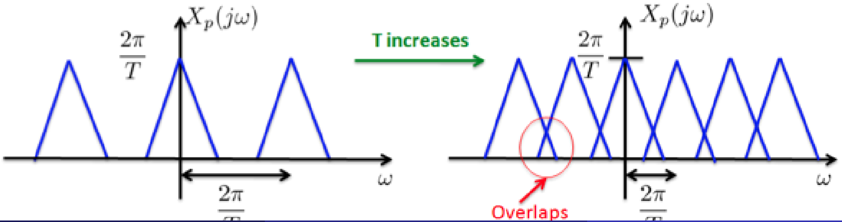


V. Lấy mẫu

T nhỏ, T lớn?

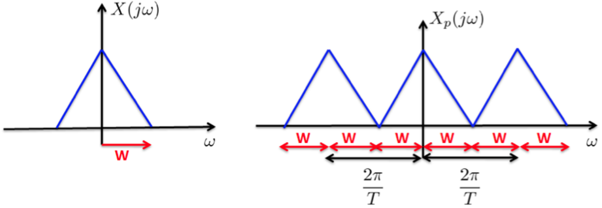


Phổ của tín hiệu lấy mẫu tương ứng:



V. Lấy mẫu

Tốc độ lấy mẫu tối thiểu:
Tín hiệu x(t) có phổ hữu hạn, tức là $X(\omega) = 0$ với $\forall \omega > |W|$. Khi đó tốc độ lấy mẫu tối thiểu $w_s = 2\pi / T_s$ để đảm bảo tín hiệu được lấy mẫu không bị chồng phổ phải thoả mãn $w_s > 2.W$



VD: Tín hiệu x có tần số cực đại $f_{max} = 40kHz$. Tốc độ lấy mẫu tối thiểu=?.
có $W = 2\pi.f = 80.10^3\pi$ rad. $w_s = 2W = 160.10^3\pi$

V. Lấy mẫu

Số hoá tín hiệu-Analog-Digital/ Digital-Analog