

Demand System Estimation

Group 5

黎宏濬 林孝儒 張立宏 許震浩

Department of Agricultural Economics, NTU

October 18, 2024

Outline

1 資料整理過程

2 分析結果

產品定義

產品名稱	定義	範圍
果蔬汁飲料	含天然果汁/蔬菜汁或還原果汁/蔬菜汁10%以上，直接供飲用之果汁/蔬菜汁飲料。	稀釋果蔬汁、清淡果蔬汁、發酵果蔬汁、稀釋發酵果蔬汁、清淡發酵果蔬汁、果肉飲料。
碳酸飲料	在除去鹵素飲用水中加壓，添加二氧化碳及果實香料、果汁；或樂子實葉抽出液；或Sarapilla根抽出液等調味料之碳酸飲料。	汽水、可樂、沙士。
運動飲料	具可調解人體電解質功能之飲料，調整為等張滲透壓，以便自人體腸道迅速吸收，PH值在2.5~3.8之間，電解質濃度(ug/ml)則分別為鈉離子552以下、鎂離子24以下、鉀離子195以下、氯離子639以下、鈣離子60以下、磷酸根離子190以下。	
咖啡飲料	利用咖啡粉或咖啡豆研磨、浸泡、萃取、調理，添加奶精、糖水或調味料之飲料，其咖啡因若超過200ppm則需標示，但不得超過500ppm。	純咖啡飲料、調味咖啡飲料。
茶類飲料	利用茶葉或茶葉梗浸泡、萃取、調理，添加糖水或調味料之飲料，其咖啡因若超過200ppm則需標示，但不得超過500ppm。	烏龍茶、花茶、紅茶、綠茶、調味茶(如檸檬茶)。

資料來源：Wiki、台灣環保署

Figure: 資料期間: 1991 - 2023

Outline

1 資料整理過程

2 分析結果

資料整理重點過程

- 年份和月份提取：利用 `gsub` 函數去掉「年」和「月」字，並將年份和月份轉換為數值型
- 年份轉換：將民國年轉換為西元年，並將所有收入數據轉換為數值型格式（去掉逗號）
- 缺失值填補：利用 `nafill` 函數按順序填補年份和月份的缺失值
- 重新命名：將產品名稱（果蔬汁、碳酸飲料等）及其對應的數據欄位分別改為英文名稱
- 將銷售數據、物價數據、薪資數據進行 `full join`，也就是透過相同的年份和月份進行合併

Outline

1 資料整理過程

2 分析結果

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^5 \gamma_{ij} \ln(P_j) + \beta_i \ln\left(\frac{X}{P}\right),$$

- $w_i = \frac{P_i Q_i}{X}$: expenditure share of the i -th beverage category
 - P_i is the price of the i -th beverage
 - Q_i is the quantity of the i -th beverage
 - X is the total expenditure on all beverages, which may vary with monthly income
- $\ln(P_j)$: The natural logarithm of the price of the j -th beverage
- P : Price index, typically approximated by the Stone price index:

$$\ln(P) = \sum_{j=1}^5 w_j \ln(P_j),$$

where w_j is the expenditure share of the j -th beverage

- $\alpha_i, \gamma_{ij}, \beta_i$: Parameters to be estimated for each beverage category

估計結果

	果蔬汁飲料	碳酸飲料	運動飲料	咖啡飲料	茶類飲料
α	1.164*** (0.079)	0.417*** (0.116)	-0.268*** (0.023)	0.759*** (0.056)	-1.072*** (0.192)
β	-0.085*** (0.007)	-0.017 (0.009)	0.028*** (0.005)	-0.065*** (0.005)	0.139*** (0.016)
R^2	0.439	0.284	0.152	0.684	0.241

Table: Coefficients and R-squared values of expenditure shares

α (截距項): 代表了每個飲料類別的消費支出份額的常數部分，反映了不同飲料類別的基礎需求水準

- 果蔬汁的 α 參數最大，說明果蔬汁在所有飲料中具有最高的基本需求
- 茶類飲料的 α 參數最小，說明茶類飲料在所有飲料中的基本需求最低

β : 衡量了支出變動對每個飲料類別的需求影響， β 參數越大，飲料需求對支出的變化反應越強

- 果蔬汁的 β 參數最小，表示隨著總支出增加，消費者對果蔬汁的需求會顯著減少
- 茶類飲料的 β 參數最大，支出增加對茶類飲料需求有顯著的正向影響

估計結果

	果蔬汁飲料	碳酸飲料	運動飲料	咖啡飲料	茶類飲料
$\gamma_{\text{果蔬汁}}$	0.082*** (0.018)	-0.111*** (0.016)	-0.015* (0.006)	0.030* (0.013)	0.015 (0.017)
$\gamma_{\text{碳酸}}$	-0.112*** (0.016)	-0.118*** (0.027)	-0.060*** (0.008)	0.016 (0.017)	0.274*** (0.023)
$\gamma_{\text{運動}}$	-0.015* (0.006)	-0.060*** (0.008)	-0.037*** (0.004)	0.379*** (0.005)	0.073*** (0.011)
$\gamma_{\text{咖啡}}$	0.030* (0.013)	0.016 (0.017)	0.039*** (0.005)	0.170*** (0.018)	0.257*** (0.012)
$\gamma_{\text{茶類}}$	0.150 (0.017)	0.274*** (0.023)	0.074*** (0.011)	0.257*** (0.012)	-0.105** (0.036)
R^2	0.428	0.493	0.605	0.685	0.759

Table: Coefficients and R-squared values of quantities

Adding-up check

Adding-up 要求 α 加總應該為 1

$$\sum_i \alpha_i = 1.164 + 0.417 - 0.268 + 0.759 - 1.072 = 1$$

符合 Adding-up 條件

Homogeneity check

Homogeneity 要求 γ 行列加總應該為 0

$$\sum_i \gamma_{ij} = 0 \quad \forall j$$

$$\sum_j \gamma_{ij} = 0 \quad \forall i$$

檢查同質性（每行的價格彈性之和是否為 0）

```
> homogeneity_check <- all.equal(rowSums(gamma_matrix),  
rep(0, nrow(gamma_matrix)), check.attributes = FALSE)
```

輸出同質性檢查結果

```
> cat("Homogeneity check result:", homogeneity_check, "\n")  
Homogeneity check result: TRUE
```

Figure: Homogeneity check

Symmetry check

Symmetry 要求產品交叉價格應該對稱，因為商品 i 對商品 j 的影響應該等於商品 j 對商品 i 的影響

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad \forall i \neq j$$

```
# 檢查對稱性（價格彈性矩陣是否對稱）
> symmetry_check <- isSymmetric(gamma_matrix, tol = 1e-10,
check.attributes = FALSE)

# 輸出對稱性檢查結果
> cat("Symmetry check result:", symmetry_check, "\n")
Symmetry check result: TRUE
```

Figure: Symmetry check

支出彈性 (Expenditure Elasticity)

支出彈性 (Expenditure Elasticity)

$$\varepsilon_i^x = 1 + \frac{\beta_i}{w_i}$$

- 若 $\varepsilon_i^x > 1$ ，則商品 i 為奢侈品；
- 若 $\varepsilon_i^x < 1$ ，則商品 i 為必需品。

支出彈性 (Expenditure Elasticity)

	果蔬汁	碳酸	運動	咖啡	茶
支出彈性	0.548	0.908	1.376	0.485	1.321

- 果蔬汁飲料、碳酸飲料、茶類飲料為必需品
- 茶類飲料與運動飲料為奢侈品

自價格彈性 (Own-price Elasticity) / 交叉價格彈性 (Cross-price Elasticity)

自價格彈性 (Own-price Elasticity)

$$\varepsilon_{ii} = -1 + \frac{\gamma_{ii}}{w_i} - \beta_i \log \left(\frac{x}{P} \right)$$

交叉價格彈性 (Cross-price Elasticity)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \beta_i \log \left(\frac{x}{P} \right)$$

- 如果 $\varepsilon_{ij} > 0$ ，商品 i 和 j 為替代品；
- 如果 $\varepsilon_{ij} < 0$ ，商品 i 和 j 為互補品。

自價格彈性 (Own-price Elasticity) / 交叉價格彈性 (Cross-price Elasticity)

	果蔬汁	碳酸	運動	咖啡	茶
果蔬汁	-0.482	-0.516	-0.049	0.223	0.275
碳酸	-0.605	-1.645	-0.329	0.106	1.565
運動	-0.278	-0.882	-1.531	0.480	0.835
咖啡	0.340	0.225	0.346	0.407	-1.803
茶	-0.025	0.576	0.147	-0.635	-1.383

飲料類別間的價格交叉彈性和自身價格彈性，說明某一飲料類別的價格變化如何影響另一類別或自身的需求

- 果蔬汁與碳酸飲料可能是互補品
- 碳酸飲料與運動飲料可能是互補品，與茶類飲料可能是替代品
- 運動飲料與咖啡飲料和茶類飲料可能是替代品
- 咖啡飲料與茶類飲料可能是互補品
- 碳酸飲料的自身價格彈性絕對值最大，需求量受定價的變化最大

ADF Test Results

ADF 單根檢定的目的是什麼？

- ADF 檢定的主要目的是判斷時間序列數據是否為平穩時間序列。平穩時間序列的統計特徵（如平均數和變異數）在整個時間區段內保持穩定，這對於許多時間序列分析方法來說是必要條件。如果時間序列是非平穩的，通常需要對其進行差分處理（如一階差分）來轉換為平穩序列。
- 檢定統計量 (Test Statistic)：這是 ADF 檢驗的主要結果，用來判斷時間序列是否具有單根（非平穩）。
- 臨界值 (Critical Value)，用來判斷檢驗統計量是否顯著。當檢定統計量小於這些臨界值時，表示可以拒絕單根假設，即時間序列是平穩的。

ADF Test Results

Variable	Test Statistic	Critical Value 1%	Critical Value 5%	Critical Value 10%
果蔬汁價格	-6.172	-3.44	-2.87	-2.57
碳酸飲料價格	-5.116	-3.44	-2.87	-2.57
運動飲料價格	-3.707	-3.44	-2.87	-2.57
咖啡飲料價格	-3.930	-3.44	-2.87	-2.57
茶類飲料價格	-3.069	-3.44	-2.87	-2.57

Table: 單根檢定結果: 每種飲料的價格變量的 ADF 檢定統計量在 5% 水準下皆小於臨界值拒絕單根假設，因此飲料的價格變量是平穩的。

Durbin-Watson test

- FruitVegetableJuice_price
 - $DW = 0.31032$
- CarbonatedBeverage_price
 - $DW = 0.40014$
- SportsDrink_price
 - $DW = 0.3316$
- CoffeeDrink_price
 - $DW = 0.45798$
- TeaDrink_price
 - $DW = 0.22287$