ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

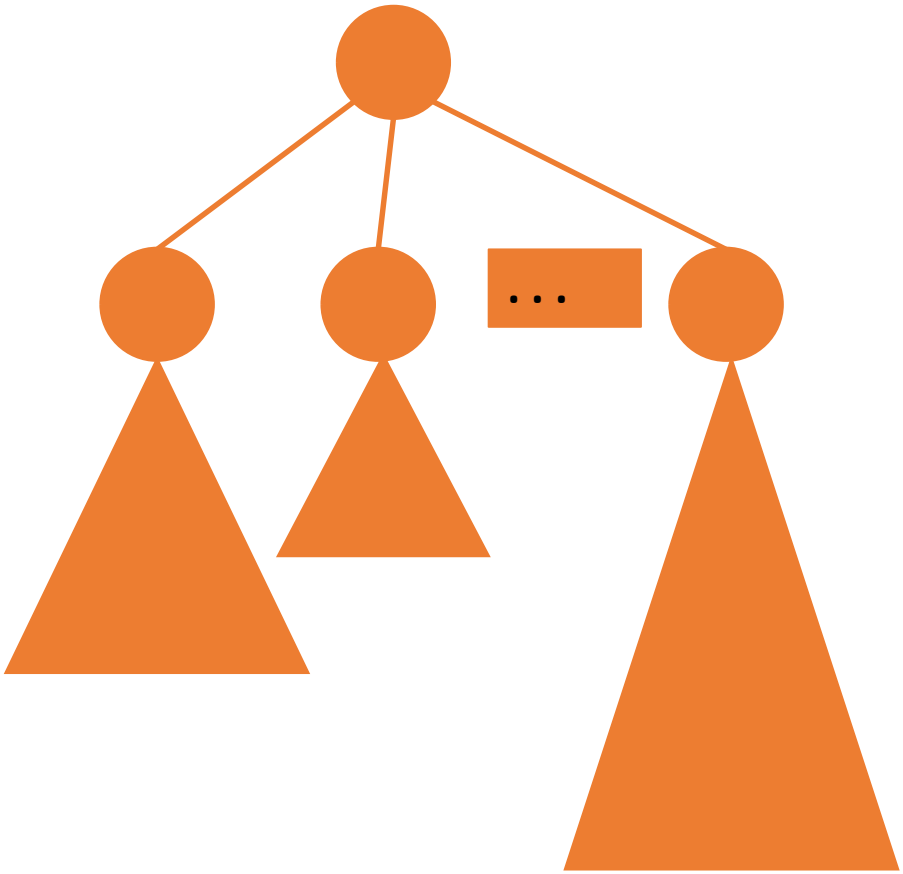
CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ THUẬT TOÁN

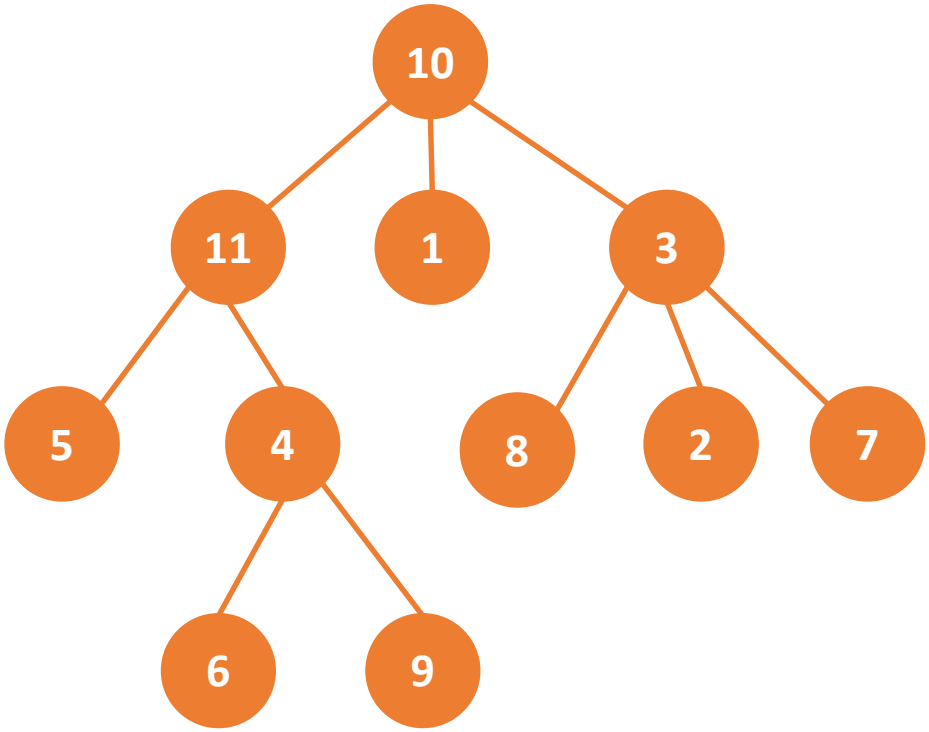
Cây

Nội dung

- Định nghĩa cây
- Các khái niệm trên cây
- Các phép duyệt cây
- Cấu trúc lưu trữ
- Các thao tác trên cây

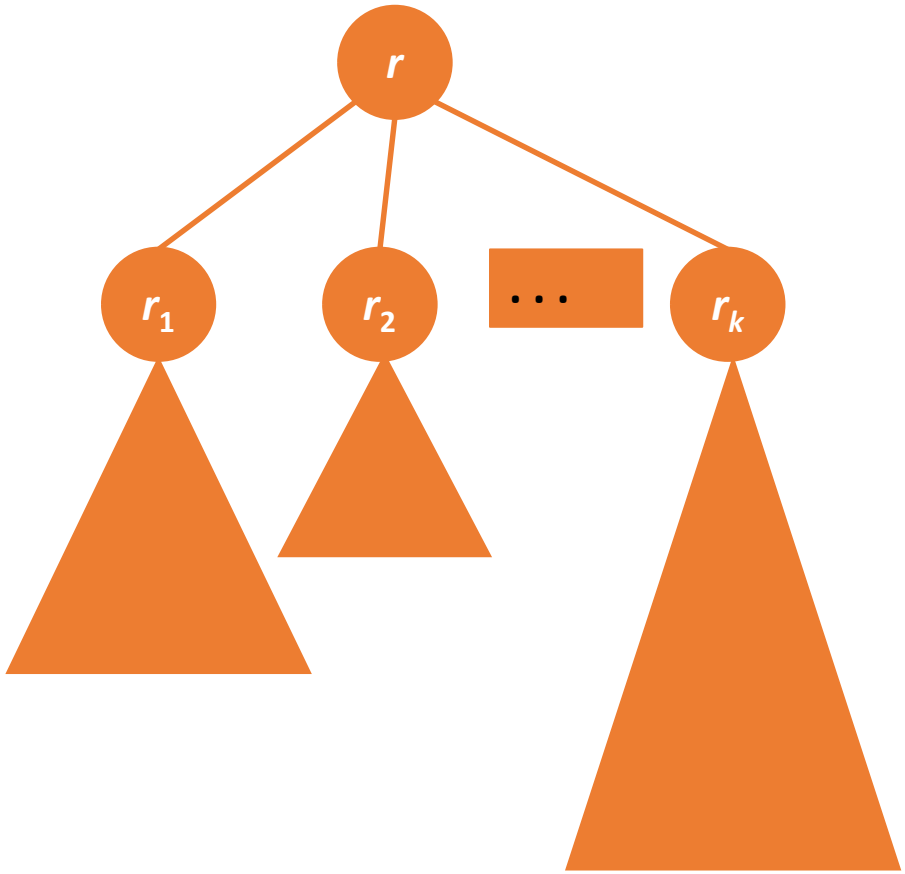
Cây





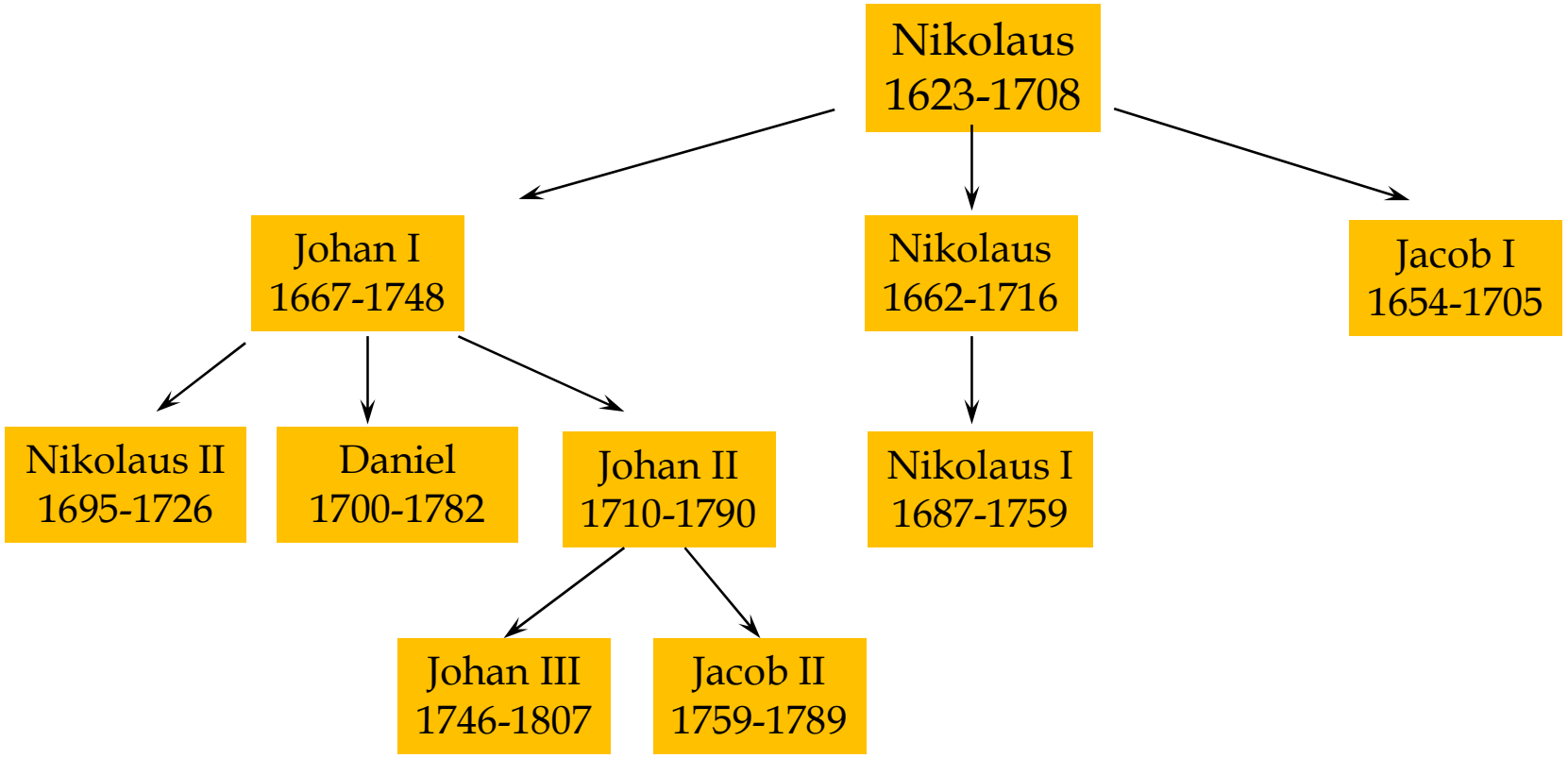
Định nghĩa cây

- Cấu trúc lưu trữ các đối tượng có quan hệ phân cấp
- Định nghĩa đệ quy
  - Bước cơ sở: r là 1 nút, cây T có nút gốc là r
  - Bước đệ quy:
    - Giả sử $T_1, T_2, \ldots, T_k$ là các cây có gốc là $r_1, r_2, \ldots, r_k$
    - Nút r
    - Liên kết các nút $r_1, r_2, .., r_k$ như la nút con của r sẽ tạo ra cây T

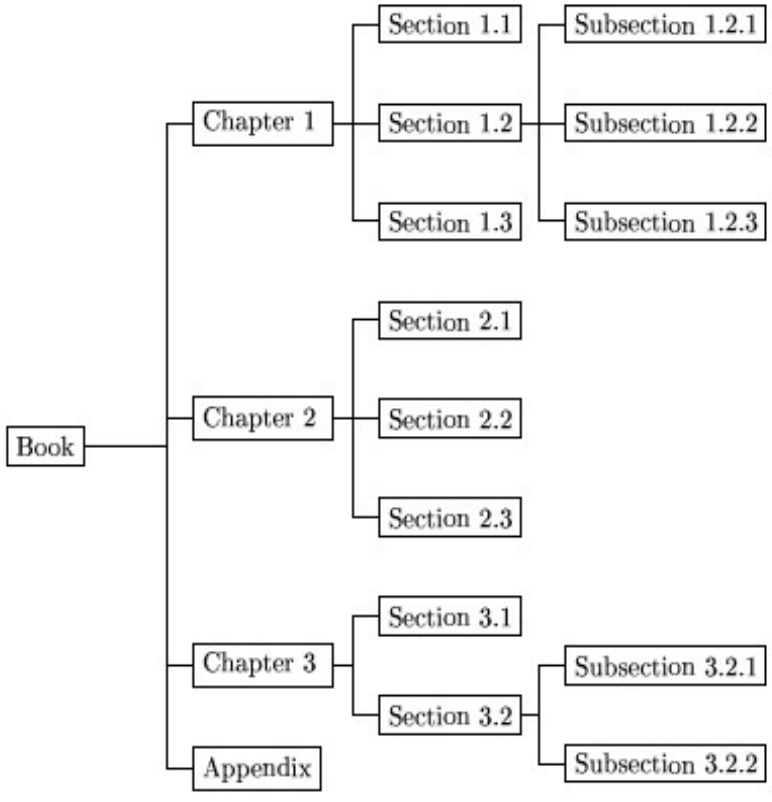


Các ứng dụng của cây: Cây gia phả

- Cây gia phả của các nhà toán học dòng họ Bernoulli



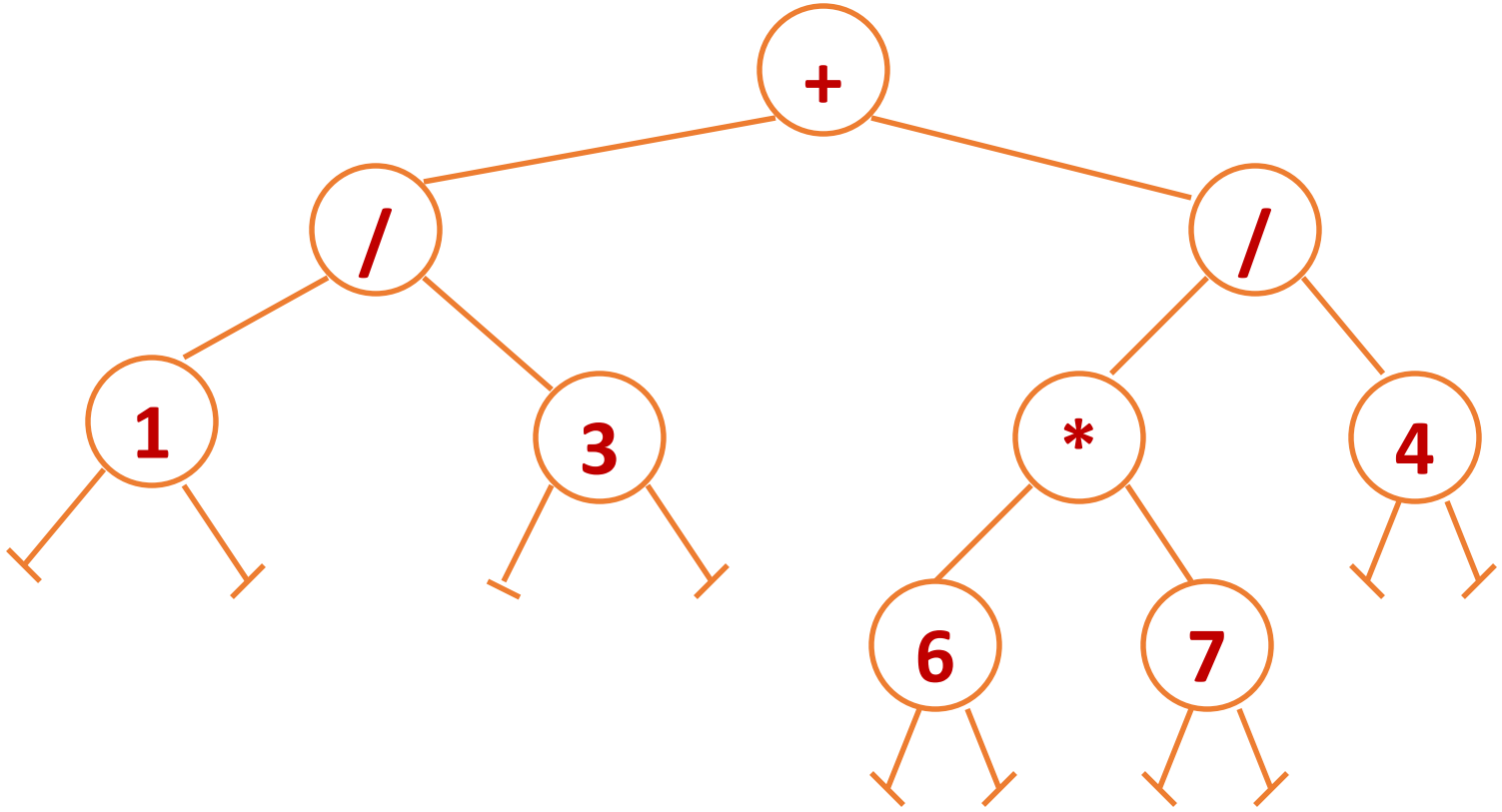
Các ứng dụng của cây



Mục lục sách

Cây thư mục

Các ứng dụng của cây: cây biểu thức



1/3 + 6*7 / 4

Các khái niệm trên cây

- Đường đi: dãy các nút x_1, x_2, …, x_q trong đó x_i là cha của x_{i+1}, i = 1, 2, …, q-1. Độ dài đường đi là q-1
- Nút lá: không có nút con
- Nút trong: có nút con
- Nút anh em: 2 nút u và v là 2 nút anh em nếu có cùng nút cha
- Tổ tiên: nút u là tổ tiên của v nếu có đường đi từ u đến v
- Con cháu: nút u là con cháu của v nếu v là tổ tiên của u
- Độ cao: độ cao của 1 nút là độ dài đường đi dài nhất từ nút đó đến nút lá + 1
- Độ sâu: độ sâu của 1 nút v là độ dài đường đi duy nhất từ nút gốc tới nút đó + 1

Các khái niệm trên cây

- **Gốc:** nút không có cha (ví dụ: nút A)
- **Anh em**: nút có cùng cha (ví dụ: B, C, D là anh em; I, J, K là anh em; E và F là anh em; G và H là anh em)
- **Nút trong**: nút có ít nhất 1 con (ví dụ: các nút màu xanh dương: A, B, C, F)
- **Nút ngoài** (lá): nút không có con (ví dụ: các nút xanh lá: E, I, J, K, G, H, D)
- **Tổ tiên** của 1 nút: là các nút cha / ông bà / cụ.. của nút đó.
- **Hậu duệ** của 1 nút: là các nút con/cháu/chắt… của nút đó
- **Cây con** của 1 nút: là cây có gốc là con của nút đó

Con của B:

- E, F

Cha của E:

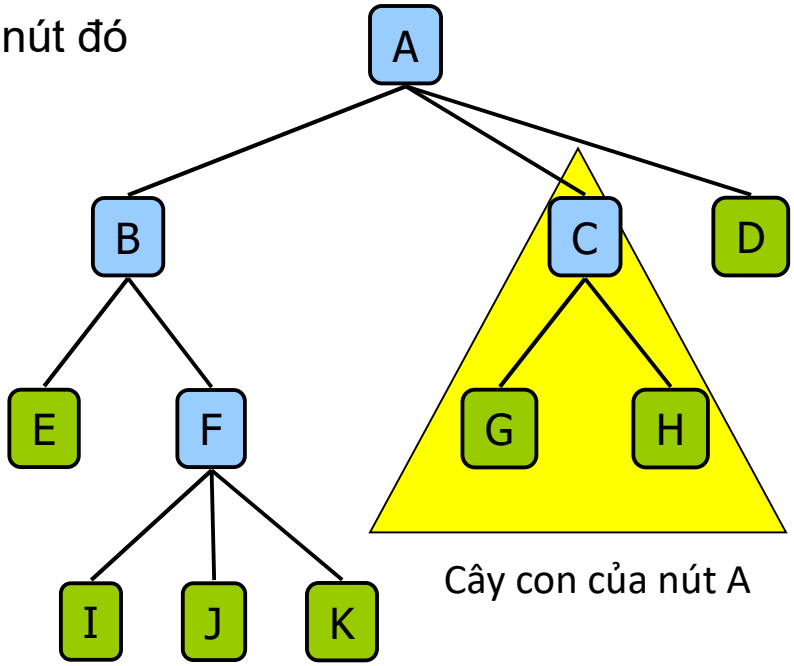
- B

Tổ tiên của F:

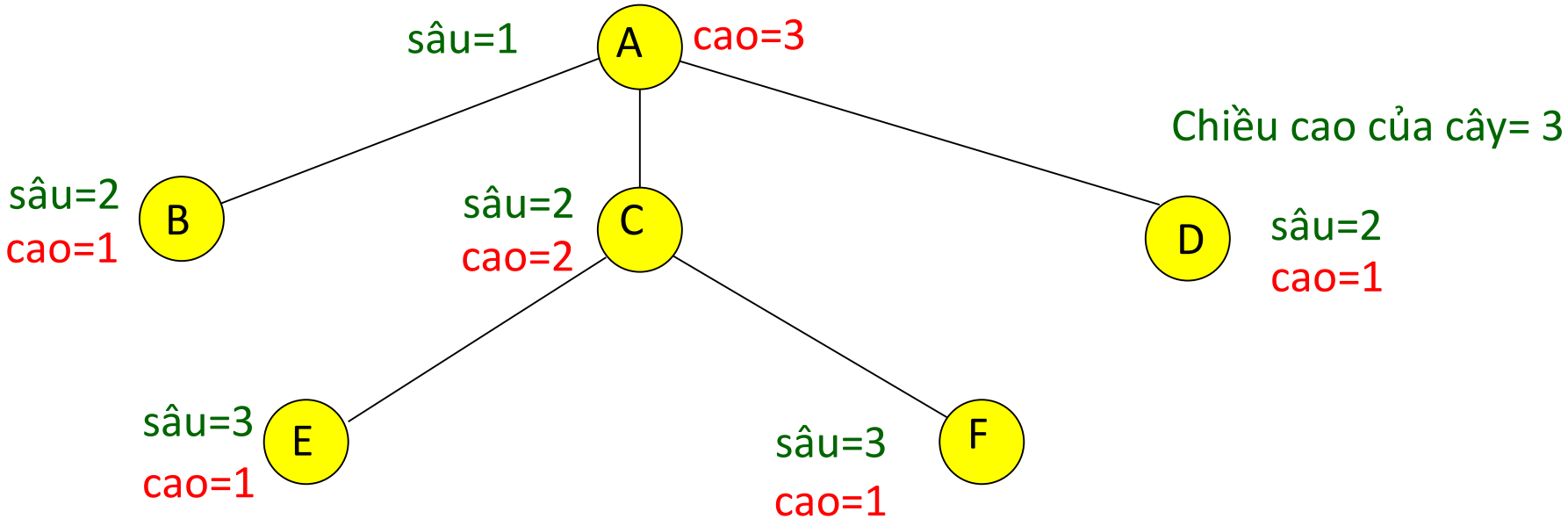
- B, A

Hậu duệ của B:

- E, F, I, J, K



Các khái niệm trên cây



Phép duyệt cây

- Thăm các nút của 1 cây theo 1 thứ tự nào đó
- 3 phép duyệt cây cơ bản
  - Duyệt theo thứ tự trước
  - Duyệt theo thứ tự giữa
  - Duyệt theo thứ tự sau
- Xét cây T có cấu trúc
  - Nút gốc r
  - Cây con T_1 (gốc r_1), T_2 (gốc r_2), …, T_k (gốc r_k) theo thứ tự từ trái qua phải

Phép duyệt cây

- Duyệt theo thứ tự trước
  - Thăm nút gốc
  - Duyệt cây T_1 theo thứ tự trước
  - Duyệt cây T_2 theo thứ tự trước
  - …
  - Duyệt cây T_k theo thứ tự trước

```
preOrder(r){
    if(r = NULL) return;
    visit(r);
    for each p = r1, r2, .., rk {
        preOrder(p);
    }
}
```

Phép duyệt cây

- Duyệt theo thứ tự giữa
  - Duyệt cây T_1 theo thứ tự giữa
  - Thăm nút gốc r
  - Duyệt cây T_2 theo thứ tự giữa
  - …
  - Duyệt cây T_k theo thứ tự giữa

```
inOrder(r){
    if(r = NULL) return;
    inOrder(r1);
    visit(r);
    for each p = r2, .., rk {
        inOrder(p);
    }
}
```

Phép duyệt cây

- Duyệt theo thứ tự sau
  - Duyệt cây T_1 theo thứ tự sau
  - Duyệt cây T_2 theo thứ tự sau
  - …
  - Duyệt cây T_k theo thứ tự sau
  - Thăm nút gốc

```
postOrder(r){
   if(r = NULL) return;
   for each p = r1, r2, .., rk {
      postOrder(p);
   }
   visit(r);
}
```

Cấu trúc dữ liệu biểu diễn cây

- Mảng:
  - Giả sử các nút trên cây được định danh 1, 2, …, *n*
  - *a*[1..*n*] trong đó *a*[*i*] là nút cha của nút *i*
  - Cấu trúc lưu trữ đơn giản, tuy nhiên khó cài đặt rất nhiều thao tác trên cây
- Con trỏ liên kết: với mỗi nút, lưu 2 con trỏ
  - Con trỏ trỏ đến nút con trái nhất
  - Con trỏ trỏ đến nút anh em bên phải

Cấu trúc dữ liệu biểu diễn cây

```
struct Node{
    int id;
    Node* leftMostChild;// con tro tro den nut con trai nhat
    Node* rightSibling;// con tro tro den nut anh em ben phai
};
Node* root;// con tro tro den nut goc
```

Thao tác trên cây

- find(r, id): tìm nút có định danh là id trên cây có gốc là r
- insert(r, p, id): tạo một nút có định danh là id, chèn vào cuối danh sách nút con của nút p trên cây có gốc là r
- height(r, p): trả về độ cao của nút p trên cây có gốc là r
- depth(r, p): trả về độ sâu của nút p trên cây có gốc là r
- parent(r, p): trả về nút cha của nút p trên cây có gốc r
- count(r): trả về số nút trên cây có gốc là r
- countLeaves(r): trả về số nút lá trên cây có gốc là r

Thao tác trên cây

- Tìm một nút có nhãn cho trước trên cây

```
Node* find(Node* r, int v){
    if(r == NULL) return NULL;
    if(r->id == v) return r;
    Node* p = r->leftMostChild;
    while(p != NULL){
        Node* h = find(p,v);
        if(h != NULL) return h;
        p = p->rightSibling;
    }
    return NULL;
}
```

Thao tác trên cây

- Duyệt theo thứ tự trước

```
void preOrder(Node* r){
    if(r == NULL) return;
    printf("%d ",r->id);
    Node* p = r->leftMostChild;
    while(p != NULL){
        preOrder(p);
        p = p->rightSibling;
    }
}
```

Thao tác trên cây

- Duyệt theo thứ tự giữa

```
void inOrder(Node* r){
   if(r == NULL) return;
   Node* p = r->leftMostChild;
   inOrder(p);
   printf("%d ",r->id);
   if(p != NULL)
      p = p->rightSibling;
   while(p != NULL){
        inOrder(p);
        p = p->rightSibling;
   }
}
```

Thao tác trên cây

- Duyệt theo thứ tự sau

```
void postOrder(Node* r){
    if(r == NULL) return;
    Node* p = r->leftMostChild;
    while(p != NULL){
        postOrder(p);
        p = p->rightSibling;
    }
    printf("%d ",r->id);
}
```

Thao tác trên cây

- Đếm số nút trên cây

```
int count(Node* r){
    if(r == NULL) return 0;
    int s = 1;
    Node* p = r->leftMostChild;
    while(p != NULL){
        s += count(p);
        p = p->rightSibling;
    }
    return s;
}
```

Thao tác trên cây

- Đếm số nút lá trên cây

```
int countLeaves(Node* r){
    if(r == NULL) return 0;
    int s = 0;
    Node* p = r->leftMostChild;
    if(p == NULL) s = 1;
    while(p != NULL){
        s += countLeaves(p);
        p = p->rightSibling;
    }
    return s;
}
```

Thao tác trên cây

- Độ cao của một nút

```
int height(Node* p){
    if(p == NULL) return 0;
    int maxh = 0;
    Node* q = p->leftMostChild;
    while(q != NULL){
        int h = height(q);
        if(h > maxh) maxh = h;
        q = q->rightSibling;
    }
    return maxh + 1;
}
```

Thao tác trên cây

- Độ sâu của một nút

```
int depth(Node* r, int v, int d){
    // d la do sau cua nut r
    if(r == NULL) return -1;
    if(r->id == v) return d;
    Node* p = r->leftMostChild;
    while(p != NULL){
        if(p->id == v) return d+1;
        int dv = depth(p,v,d+1);
        if(dv > 0) return dv;
        p = p->rightSibling;
    }
    return -1;
}
int depth(Node* r, int v){
    return depth(r,v,1);
}
```

Thao tác trên cây

- Tìm nút cha của một nút

```
Node* parent(Node* p, Node* r){
    if(r == NULL) return NULL;
    Node* q = r->leftMostChild;
    while(q != NULL){
        if(p == q) return r;
        Node* pp = parent(p, q);
        if(pp != NULL) return pp;
        q = q->rightSibling;
    }
    return NULL;
}
```

Cây nhị phân

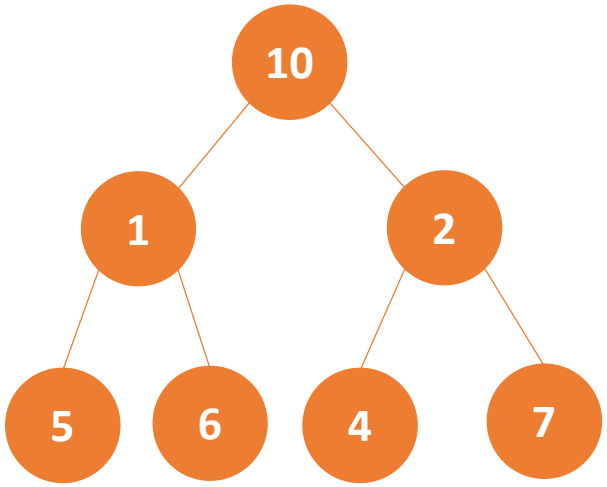
- Mỗi nút có nhiều nhất 2 nút con
- Hai con trỏ xác định nút con trái và nút con bên phải

```
struct BNode{
        int id;
        BNode* leftChild; // con trỏ đến nút con trái
        BNode* rightChild;// con trỏ đến nút con phải
};
```

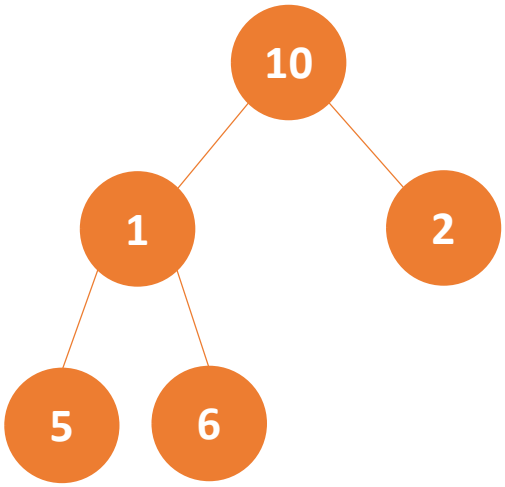
- **leftChild = NULL**: có nghĩa nút hiện tại không có con trái
- **rightChild = NULL**: có nghĩa nút hiện tại không có con phải
- Có thể áp dụng sơ đồ thuật toán trên cây tổng quát cho trường hợp cây nhị phân

Cây nhị phân

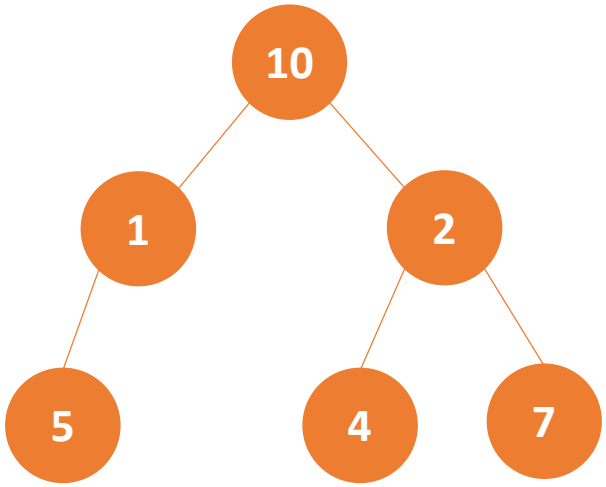
- Phân loại



Cây nhị phân hoàn chỉnh



Cây nhị phân đầy đủ



Cây nhị phân cân bằng

Thao tác trên cây nhị phân

- Duyệt theo thứ tự giữa
  - Duyệt theo thứ tự giữa cây con bên trái
  - Thăm nút gốc
  - Duyệt theo thứ tự giữa cây con bên phải

```
void inOrder(BNode* r) {
  if(r == NULL) return;
  inOrder(r->leftChild);
  printf("%d ",r->id);
  inOrder(r->rightChild);
}
```

Thao tác trên cây nhị phân

- Duyệt theo thứ tự trước
  - Thăm nút gốc
  - Duyệt theo thứ tự giữa cây con bên trái
  - Duyệt theo thứ tự giữa cây con bên phải

```
void preOrder(BNode* r) {
  if(r == NULL) return;
  printf("%d ",r->id);
  preOrder(r->leftChild);
  preOrder(r->rightChild);
}
```

Thao tác trên cây nhị phân

- Duyệt theo thứ tự sau
  - Duyệt theo thứ tự giữa cây con bên trái
  - Duyệt theo thứ tự giữa cây con bên phải
  - Thăm nút gốc

```
void postOrder(BNode* r) {
  if(r == NULL) return;
  postOrder(r->leftChild);
  postOrder(r->rightChild);
  printf("%d ",r->id);

}
```

Thao tác trên cây nhị phân

- Đếm số nút trên cây nhị phân

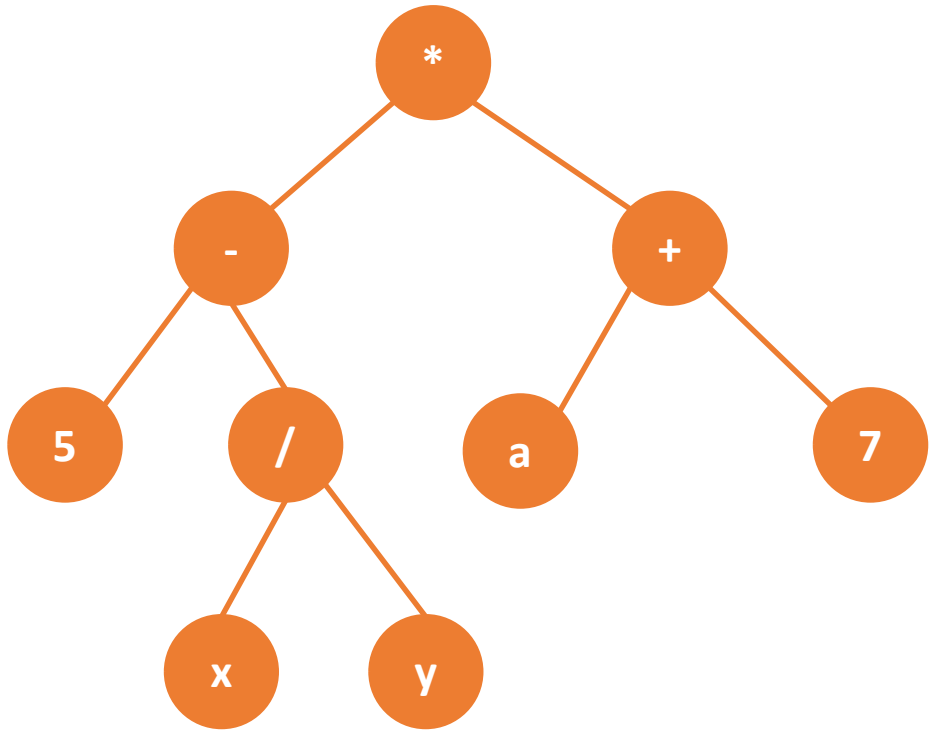
```
int count(BNode* r) {
  if(r == NULL) return 0;
  return 1 + count(r->leftChild) +
             count(r->rightChild);
}
```

Cây biểu thức

- Là cây nhị phân
  - Nút giữa biểu diễn toán tử
  - Nút lá biểu diện các toán hạng (biến, hằng)
- Biểu thức trung tố: dãy các nút được thăm trong phép duyệt cây theo thứ tự giữa:

  (5 - x/y) * (a + 7)
- Biểu thức hậu tố: dãy các nút được thăm trong phép duyệt cây theo thứ tự sau:

  5 x y / - a 7 + *



Tính giá trị của biểu thức hậu tố

- Khởi tạo stack S ban đầu rỗng

Tính giá trị của biểu thức hậu tố

- Khởi tạo stack S ban đầu rỗng
- Duyệt các phần tử của biểu thức hậu tố từ trái qua phải

Tính giá trị của biểu thức hậu tố

- Khởi tạo stack S ban đầu rỗng
- Duyệt các phần tử của biểu thức hậu tố từ trái qua phải
- Nếu gặp toán hạng thì đẩy toán hạng đó vào S

Tính giá trị của biểu thức hậu tố

- Khởi tạo stack S ban đầu rỗng
- Duyệt các phần tử của biểu thức hậu tố từ trái qua phải
- Nếu gặp toán hạng thì đẩy toán hạng đó vào S
- Nếu gặp toán tử ***op*** thì lần lượt lấy 2 toán hạng A và B ra khỏi S, thực hiện C = B ***op*** A, và đẩy C vào S

Tính giá trị của biểu thức hậu tố

- Khởi tạo stack S ban đầu rỗng
- Duyệt các phần tử của biểu thức hậu tố từ trái qua phải
- Nếu gặp toán hạng thì đẩy toán hạng đó vào S
- Nếu gặp toán tử ***op*** thì lần lượt lấy 2 toán hạng A và B ra khỏi S, thực hiện C = B ***op*** A, và đẩy C vào S
- Khi biểu thức hậu tố được duyệt xong thì giá trị còn lại trong S chính là giá trị của biểu thức đã cho