

Bài tập 5:

(a) Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở (x_1, x_2, x_3, x_4) chính là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_5 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_1 + x_5 = 1 \\ x_2 + x_5 = 1 \\ x_3 + x_6 = 1 \\ x_3 - x_4 - x_5 + x_7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_5 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_2 = x_3 = x_4 = 1 \\ x_5 = x_6 = x_7 = 0 \end{cases}$$

Vậy: Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở (x_1, x_2, x_3, x_4) là:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (0, 1, 1, 1, 0, 0, 0).$$

b) Từ câu (a), ta có thể chọn ngay ~~x_1~~ cơ sở (x_1, x_2, x_3, x_4) .

(c) Xét cơ sở (x_1, x_2, x_3, x_7) . Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở này là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_4 = x_5 = x_6 = 0 \\ x_1 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_5 = 1 \\ x_3 + x_6 = 1 \\ x_3 - x_4 - x_5 + x_7 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = x_3 = 1 \\ x_4 = x_5 = x_6 = 0 \\ x_7 = -1 \end{cases}$$

Như vậy nghiệm cơ sở tương ứng với cơ sở (x_1, x_2, x_3, x_4) vi phạm điều kiện $x \geq 0$. Câu trả lời là không định.

(d) Xét bộ cơ sở (x_2, x_3, x_4, x_5) . Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở này là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_1 + x_4 = x_2 + x_5 = x_3 + x_6 = 1 \\ x_3 - x_4 - x_5 + x_7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_3 = x_4 = 1 \\ x_2 + x_5 = 1 \\ 1 - 1 - x_5 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_5 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_2 = x_3 = x_4 = 1. \end{cases}$$

Như vậy, hai cơ sở (x_1, x_2, x_3, x_4) và (x_2, x_3, x_4, x_5) có cùng nghiệm cơ sở là $x(0, 1, 1, 1, 0, 0, 0)$.