Nhóm 05:

Họ tên các thành viên trong nhóm

1. Lê Thị Thu An, MSV: 18001975, K63 TN Toán học
2. Thiều Đình Minh Hưng, MSV: 21000006, K66 TN Toán học

* * * * * * * * *

Bài tập 1:

- Bổ sung thêm biến bù ta có bài toán tương đương:

$$\max\ 10x_1 - 57x_2 - 9x_3 - 24x_4$$

$$\text{s.t}\ \ \frac{1}{2}x_1 - \frac{11}{2}x_2 - \frac{5}{2}x_3 + 9x_4 + x_5 = 0$$

$$\frac{1}{2}x_1 - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 + x_6 = 0$$

$$x_1 + x_7 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0.$$

Bảng đơn hình:

$\frac{1}{2}$	$-\frac{11}{2}$	$-\frac{5}{2}$	9	1	0	0	0
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
10	-57	-9	-24	0	0	0	0

- Áp dụng quy tắc Bland ~~tacoi~~ và thực hiện dưới các phép xoay tương ứng:

								Tỉ lệ
Hưng xoay ←	$\frac{1}{2}$	$-\frac{11}{2}$	$-\frac{5}{2}$	9	1	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	1	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	1	1	
	10	-57	-9	-24	0	0	0	0	
	↓ cột xoay								

$$\begin{array}{cccccccc|c}
\frac{1}{2} & -\frac{11}{2} & -\frac{5}{2} & 9 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 4 & 2 & -8 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 11 & 5 & -18 & -2 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
0 & 53 & 41 & -204 & -20 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{array}{ccccccc}
1 & -11 & -5 & 18 & 2 & & \\
0 & 11 & 5 & 18 & & &
\end{array}$$

$H_1 \times 2$; Hàng xoay

Tỷ lệ

$$\begin{array}{cccccccc|cc}
1 & -11 & -5 & 18 & 2 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 4 & 2 & -8 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 11 & 5 & -18 & -2 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{11} \\
\hline
0 & 53 & 41 & -204 & -20 & 0 & 0 & 0 &
\end{array}$$

$H_1 \times 2 \Rightarrow$; Hàng xoay ; Cột xoay

$$\begin{array}{cccccccc|c}
1 & 0 & \frac{1}{2} & -4 & -\frac{3}{4} & \frac{11}{4} & 0 & 0 \\
0 & 4 & 2 & -8 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{2} & 4 & \frac{3}{4} & -\frac{11}{4} & 1 & 1 \\
\hline
0 & 0 & \frac{29}{2} & -98 & -\frac{27}{4} & -\frac{53}{4} & 0 & 0
\end{array}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{array}{cccccccc|c}
1 & 0 & \frac{1}{2} & -4 & -\frac{3}{4} & \frac{11}{4} & 0 & 0 \\
0 & 1 & \frac{1}{4} & -2 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{2} & 4 & \frac{3}{4} & -\frac{11}{4} & 1 & 1 \\
\hline
0 & 0 & \frac{29}{2} & -98 & -\frac{27}{4} & -\frac{53}{4} & 0 & 0
\end{array}$$

$H_2/4 \Rightarrow$; Hàng xoay ; Cột xoay

$\Rightarrow$

1	0	$\frac{1}{2}$	-4	$-\frac{3}{4}$	$\frac{11}{4}$	0	0
~~1~~	1	0	2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
-2y	0	0	18	15	-93	0	0

$H_1 \times 2$

$\Rightarrow$ Hàng xoay $\longleftrightarrow$

							Tỷ lệ
2	0	1	-8	$-\frac{3}{2}$	$\frac{11}{2}$	0	0
-1	1	0	2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	0	0 0
1	0	0	0	0	0	1	1
-2y	0	0	18	15	-93	0	0

↓ Cột xoay

$\Rightarrow$

-2	4	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{2}$	0	0
-1	1	0	2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
-20	-9	0	0	$\frac{22}{2}$	$-\frac{141}{2}$	0	0

$H_2/2$ Hàng xoay $\longleftarrow$

$\Rightarrow$

							Tỷ lệ
-2	4	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{2}$	0	0
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
-20	-9	0	0	$\frac{22}{2}$	$-\frac{141}{2}$	0	0

↓ Cột xoay

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{|ccccccc|c} -2 & 4 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{9}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 22 & -93 & -22 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 \end{array}$$

$H_1 \times 2 \Rightarrow$ Hàng xoay $\leftarrow$ — Tỷ lệ

$$\begin{array}{|ccccccc|c|c} -4 & 8 & 2 & 0 & 1 & -9 & 0 & 0 & \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 22 & -93 & -22 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{|ccccccc|c} 0 & -4 & -2 & 8 & 1 & -9 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -2 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & -27 & 1 & -22 & 0 & -20 & 0 & 0 \end{array}$$

$H_2 \times 2 \Rightarrow$ — Tỷ lệ

Hàng xoay $\leftarrow$

$$\begin{array}{|ccccccc|c|c} 0 & -4 & -2 & 8 & 1 & -9 & 0 & 0 & \\ 1 & -3 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 3 & 1 & -2 & 0 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & -27 & 1 & -22 & 0 & -20 & 0 & 0 & \end{array}$$

$\downarrow$

Cột xoay

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{cccccccc|c} 0 & 2 & 0 & 4 & 1 & -13 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -2 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & -30 & 0 & -20 & 0 & -18 & -1 & -1 \end{array}$$

Như vậy, ~~giá trị nghiệm~~ hộ biến cơ sở tối ưu là (x_1, x_3, x_5) và ta có nghiệm tối ưu:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (1, 0, 1, 0, 2, 0, 0).$$

Giá trị tối ưu là 1.

BT2. $\max c^T x$ s.t. $Ax \le b$, $x \ge 0$

thay $c = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$A = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline 3 & -4 \\ \hline -4 & 3 \\ \hline \end{array}$

$b = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Đưa bt: (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \le 9 \\ & 3x_1 - 4x_2 \le -1 \\ & -4x_1 + 3x_2 \le -1 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Ta thấy b và c đều có cả phần tử > 0 và < 0

Nên ta sử dụng thuật toán đơn hình 2 pha.

Pha 1: Giải bt phụ:

(Q)

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_0 \\ \text{s.t.} \quad & -x_0 + x_1 + x_2 \le 9 \\ & -x_0 + 3x_1 - 4x_2 \le -1 \\ & -x_0 - 4x_1 + 3x_2 \le -1 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Bảng đơn hình (có thêm biến bù x_3, x_4, x_5).

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_3	-1	1	1	1	0	0	9
x_4	(-1)	3	-4	0	1	0	-1
x_5	-1	-4	3	0	0	1	-1
Z	0	2	-1	0	0	0	0
W	-1	0	0	0	0	0	0

$\frac{-1}{-1} = 1$
$\frac{-1}{-1} = 1$
$\max = 1$.

Cột xoay: x_0

Hàng xoay: x_4

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	-2	5	1	-1	0	10
x_0	1	-3	4	0	-1	0	1
x_5	0	-7	(7)	0	-1	1	0
Z	0	2	-1	0	0	0	0
W	0	-3	(4)	0	-1	0	1

Cột xoay: x_2

$\frac{10}{5} : 2$
$\frac{1}{4}$
$\frac{0}{7} : 0$
$\min = \frac{1}{4}$

Hàng xoay: x_5

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	3	0	1	$\frac{-2}{7}$	$\frac{-5}{7}$	10
x_0	1	(1)	0	0	$\frac{-3}{7}$	$\frac{-4}{7}$	1
x_2	0	-1	1	0	$\frac{-1}{7}$	$\frac{1}{7}$	0
Z	0	1	0	0	$\frac{-1}{7}$	$\frac{1}{7}$	0
W	0	1	0	0	$\frac{-3}{7}$	$\frac{-4}{7}$	1

Cột xoay: x_1

$\frac{10}{3}$
1
$\min = 1$

Hàng xoay: x_0

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	-3	0	0	1	1	1	7
x_1	1	1	0	0	$\frac{-3}{7}$	$\frac{-4}{7}$	1
x_2	②1	0	1	0	$\frac{-4}{7}$	$\frac{-3}{7}$	1
z	-1	0	0	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$	-1
w	-1	0	0	0	0	0	0

Vậy bt (P) có nghiệm tối ưu CNĐ là: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Pha 2

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	~~0~~	0	1	①	1	7
x_1	1	0	0	$\frac{-3}{7}$	$\frac{-4}{7}$	1
x_2	1 0	1	0	$\frac{-4}{7}$	$\frac{-3}{7}$	1
z	0	0	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$	-1

Cột xoay: x_4

$\frac{7}{1}$

Hàng xoay: x_3

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_7	
x_4	0	0	②1	1	①	7
x_1	1	0	$\frac{3}{7}$	0	$\frac{-1}{7}$	4
x_2	0	1	$\frac{4}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	5
z	0	0	$\frac{-2}{7}$	0	$\frac{3}{7}$	-3

Cột xoay x_5

$\frac{7}{1}$ } min = 7

$\frac{5}{\frac{1}{7}} = 35$

Hàng xoay x_4

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_5	0	0	1	1	1	7
x_1	1	0	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	5
x_2	0	1	$\frac{3}{7}$	$\frac{-1}{7}$	0	4
z	0	0	$\frac{-5}{7}$	$\frac{-3}{7}$	0	-6

Vậy nghiệm tối ưu của btoán (P) là

$$\begin{pmatrix} x_1 = 5 \\ x_2 = 4 \end{pmatrix}$$

Khi đó $z = 6$

Bài tập 3

1. Một cách tô màu thỏa mãn cho bài toán Color(5,2) là:
    1. xanh
    2. xanh
    3. đỏ
    4. đỏ
    5. đỏ