

Bài tập 1: Hãy tìm kiếm và nêu ra 2 ví dụ ứng dụng của tối ưu hóa. Chú ý: Cần nêu cụ thể chi tiết, không chỉ nêu tên.

VD1:

Tối ưu hóa quy trình sản xuất:

Trong quản lý sản xuất, tối ưu hóa được sử dụng để cải thiện quy trình sản xuất và giảm thiểu chi phí sản xuất. Một ví dụ cụ thể là tối ưu hóa tỷ lệ pha trộn cho một sản phẩm hóa học, trong đó hỗn hợp pha trộn bao gồm các thành phần khác nhau với chi phí khác nhau. Mục tiêu của tối ưu hóa tỷ lệ pha trộn là tối thiểu hóa chi phí sản xuất và đảm bảo chất lượng sản phẩm đạt tiêu chuẩn.

Giả sử, ta có một hỗn hợp gồm các thành phần A, B và C với giá cả lần lượt là 10, 20, 30. Một lô sản phẩm phải có độ tinh khiết tối thiểu của thành phần A là 50% và độ tinh khiết tối thiểu của thành phần B là 30%. Ngoài ra, tổng số lượng hỗn hợp pha trộn phải đạt mức tối đa là 100 đơn vị.

Phương trình tối ưu hóa tỷ lệ pha trộn có thể được viết như sau: Gọi x , y và z lần lượt là tỷ lệ pha trộn của các thành phần A, B và C. Giải phương trình tối ưu hóa này, ta có thể tìm được tỷ lệ pha trộn tối ưu cho mỗi thành phần, giúp cải thiện quy trình sản xuất và giảm thiểu chi phí sản xuất.

minimize: $10x + 20y + 30z$ (chi phí sản xuất)

sao cho:

$x + y + z \leq 100$ (giới hạn số lượng sản phẩm)

$x \geq 0.5(x + y + z)$ (độ tinh khiết thành phần A)

$y \geq 0.3(x + y + z)$ (độ tinh khiết thành phần B)

$x, y, z \geq 0$

$x, y, z \in \mathbb{Z}$

(Trong thực tế, độ tinh khiết của các chất thường ở mức 99%.)

VD2:

Tối ưu hóa trong đua xe (Nguồn ChatGPT. Câu hỏi: 'tối ưu hóa trong đua xe. Mỗi xe có thông số về gia tốc tối đa.'))

Trong đua xe, tối ưu hóa được sử dụng để tìm ra cách tối ưu hóa hiệu suất và tốc độ của xe trên đường đua. Mỗi loại xe có các thông số về động cơ, trọng lượng, lực nâng và gia tốc tối đa khác nhau. Tối ưu hóa được sử dụng để tìm ra các thông số tối ưu cho xe để đạt được tốc độ cao nhất trên đường đua.

Ví dụ, trong một bài đua xe địa hình, xe phải vượt qua nhiều chướng ngại vật như đồi, hố sâu, đá và những đoạn đường khó khăn. Để tối ưu hóa hiệu suất và tốc độ của xe, tối ưu hóa được sử dụng để tìm ra các thông số tối ưu cho xe, bao gồm lực nâng, tốc độ, tăng tốc và hệ số ma sát của bánh xe.

Phương trình toán học được sử dụng trong tối ưu hóa đua xe bao gồm phương trình vật lý như phương trình chuyển động của Newton và phương trình vật lý địa hình như phương trình địa hình của Baldwin và Lomax. Ngoài ra, các thuật toán tối ưu hóa như gradient descent, stochastic gradient descent và thuật toán tối ưu hóa di truyền có thể được sử dụng để tìm ra các thông số tối ưu cho xe.

Bài tập 2: Hãy xây dựng mô hình quy hoạch tuyến tính của câu a bài X trang 169-170 trong tài liệu sau

Lưu ý, chỉ cần xây dựng mô hình, chưa cần giải đưa ra kết quả.

Phân tích bài toán:

Bước 1: Xác định các biến.

x_1 - khoản đầu tư vào cổ phiếu EAL;

x_2 - khoản đầu tư vào cổ phiếu BRU;
 x_3 - khoản đầu tư vào cổ phiếu TAT;
 x_4 - khoản đầu tư vào trái phiếu ngắn hạn;
 x_5 - khoản đầu tư vào trái phiếu dài hạn;
 x_6 - khoản đầu tư vào niên kim hoãn thuế.

(đơn vị là dollar)

Bước 2: Xác định hàm mục tiêu

Hàm mục tiêu ở đây chính là lợi nhuận hàng năm thu về, hàm này cần đạt giá trị lớn nhất:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 0.15x_1 + 0.12x_2 + 0.09x_3 + 0.11x_4 + 0.08x_5 + 0.06x_6$$

Bước 3: Xác định các điều kiện hiện và điều kiện ẩn.

- Vì toàn bộ \$50000 được đầu tư nên:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50000$$

- Vì ít nhất \$10000 được đầu tư vào niên kim hoãn thuế nên:

$$x_6 \geq 10000$$

- Vì ít nhất 25% vốn đầu tư vào cổ phiếu tập trung vào cổ phiếu TAT nên:

$$x_3 \geq \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3),$$

tức là:

$$x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 0$$

- Vì số vốn đầu tư vào trái phiếu ít nhất phải bằng số vốn đầu tư vào cổ phiếu nên:

$$x_4 + x_5 - x_1 - x_2 - x_3 \geq 0$$

- Vì số vốn đầu tư vào các nguồn đầu tư sinh lời dưới 10% không quá \$12500 nên:

$$x_3 + x_5 + x_6 \leq 12500$$

- Ràng buộc ẩn: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$.

Kết quả mô hình thu được:

MAX	$0.15x_1$	$+0.12x_2$	$+0.09x_3$	$+0.11x_4$	$+0.08x_5$	$+0.06x_6$	
s.t.							
	x_1	$+x_2$	$+x_3$	$+x_4$	$+x_5$	$+x_6$	$= 50000$
						x_6	≥ 10000
	x_1	$+x_2$	$-3x_3$				≥ 0
	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$+x_4$	$+x_5$		≥ 0
			x_3		$+x_5$	$+x_6$	≤ 12500
						x_i	≥ 0 với $i = 1, \dots, 6$

Bài tập 3:

GroupId	X	A	B	C	D	E
05	4	-1	1	1	2	-1

Phát biểu bài toán:

$$\begin{array}{llll}
\text{MIN} & -x_1 & -x_2 & \\
\text{s.t.} & & & \\
& 2x_1 & -x_2 & \leq 2 \\
& -x_1 & +2x_2 & -3x_3 = 1 \\
& 2x_1 & -x_2 & +x_3 \geq 2 \\
& x_1 & & \leq -1 \\
& -2 \leq & x_2 & \leq 1
\end{array}$$

* Trước hết, ta chuyển hàm mục tiêu thành:

$$\text{MAX } x_1 + x_2$$

* Tiếp theo, ta sẽ chuyển các điều kiện bất đẳng thức thành đẳng thức.

- Điều kiện $2x_1 - x_2 \leq 2$ chuyển thành:

$$2x_1 - x_2 + x_4 = 2 \quad (1)$$

và điều kiện $2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2$ chuyển thành:

$$2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 2 \quad (2)$$

với các biến bù $x_4, x_5 \geq 0$.

- Ta đổi biến $s_1 = -1 - x_1$, trong đó $s_1 \geq 0$.

Điều kiện $-2 \leq x_2 \leq 1$ được tách thành các điều kiện $x_2 \geq -2$ và $x_2 \leq 1$. Đổi biến $s_2 = x_2 + 2$ và đặt biến bù $s_3 = 3 - s_2$, trong đó $s_2, s_3 \geq 0$.

Khi đó

+ Hàm mục tiêu trở thành:

$$\text{MAX } -s_1 + s_2 - 3$$

+ Các điều kiện (1), (2) và điều kiện $-x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1$ lần lượt trở thành:

$$\begin{aligned}
-2s_1 - s_2 + x_4 &= 2 \\
s_1 + 2s_2 - 3x_3 &= 4 \\
-2s_1 - s_2 + x_3 - x_5 &= 2
\end{aligned}$$

+ Ta bổ sung thêm điều kiện $s_2 + s_3 = 3$.

* Biến tự do x_3 được thay thế bằng:

$$x_3 = x_3^+ - x_3^-,$$

với $x_3^+, x_3^- \geq 0$

*Như vậy, dạng chính tắc của mô hình là:

$$\begin{aligned}
& \text{MAX } -s_1 + s_2 - 3 \\
& \text{s.t.} \\
& 1) -2s_1 - s_2 + x_4 = 2 \\
& 2) s_1 + 2s_2 - 3x_3^+ + 3x_3^- = 4 \\
& 3) -2s_1 - s_2 + x_3^+ - x_3^- - x_5 = 2 \\
& 4) s_2 + s_3 = 3 \\
& 5) s_1, s_2, s_3, x_3^+, x_3^-, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}$$