

Bài tập 5:

(a) Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  chính là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_5 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_1 + x_5 = 1 \\ x_2 + x_5 = 1 \\ x_3 + x_6 = 1 \\ x_3 - x_4 - x_5 + x_7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_5 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_2 = x_3 = x_4 = 1 \\ x_5 = \cancel{x_4} = 1 \\ x_6 = \cancel{x_4} = 1 \end{cases}$$

Vậy: Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  là:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (0, 1, 1, 1, 0, 0, 0).$$

b) Từ câu (a), ta có thể chọn ngay  ~~$x_1$~~  cơ sở  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ .

(c) Xét cơ sở  $(x_1, x_2, x_3, x_7)$ . Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở này là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_4 = x_5 = x_6 = 0 \\ x_1 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_5 = 1 \\ x_3 + x_6 = 1 \\ x_3 - x_4 - x_5 + x_7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = x_3 = 1 \\ x_4 = x_5 = x_6 = 0 \\ x_7 = 1 \end{cases}$$

Như vậy nghiệm cơ sở tương ứng với cơ sở  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  vi phạm điều kiện  $x \geq 0$ . Câu trả lời là không định.

(d) Xét hệ cơ sở  $(x_2, x_3, x_4, x_5)$ . Nghiệm cơ sở ứng với cơ sở này là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_1 + x_4 = x_2 + x_5 = x_3 + x_6 = 1 \\ x_3 - x_4 - x_5 + x_7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_3 = x_4 = 1 \\ x_2 + x_5 = 1 \\ 1 - 1 - x_5 + 0 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_5 = x_6 = x_7 = 0 \\ x_2 = x_3 = x_4 = 1. \end{cases}$$

Như vậy, hai cơ sở  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  và  $(x_2, x_3, x_4, x_5)$  có cùng nghiệm cơ sở là  $x(0, 1, 1, 1, 0, 0, 0)$ .