312-3302 Artificial Intelligence

Lecture 1

Introduction to Artificial Intelligence

Course Outline

Class Time and Location:
Mon 09:00 – 12:00 **Room** 15309

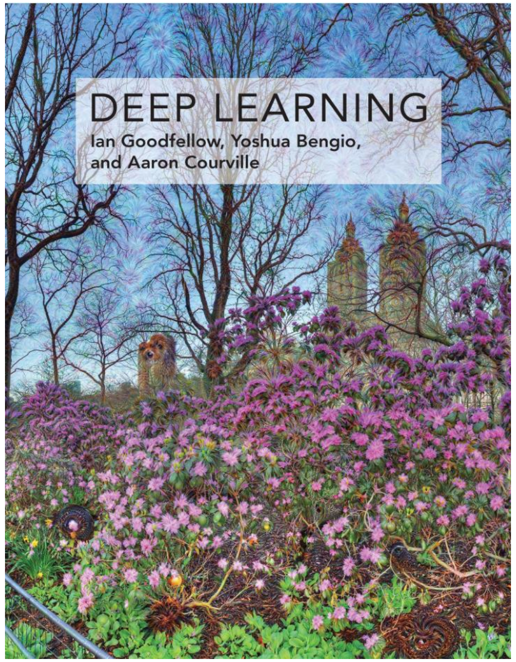
Grading:

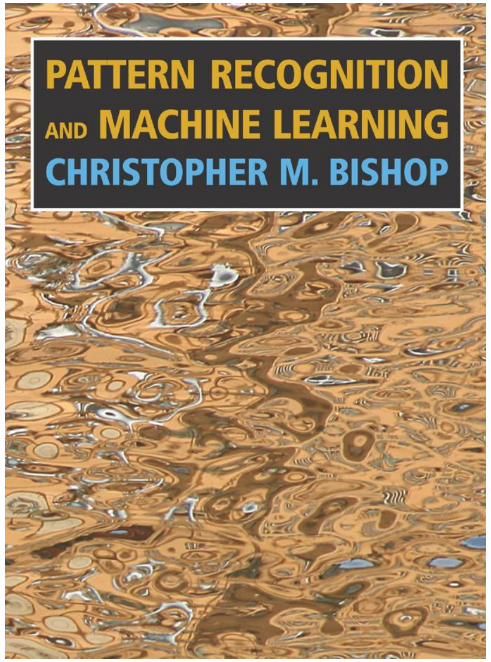
Classwork	20 %
Midterm	30 %
Final	30 %
Project	20 %

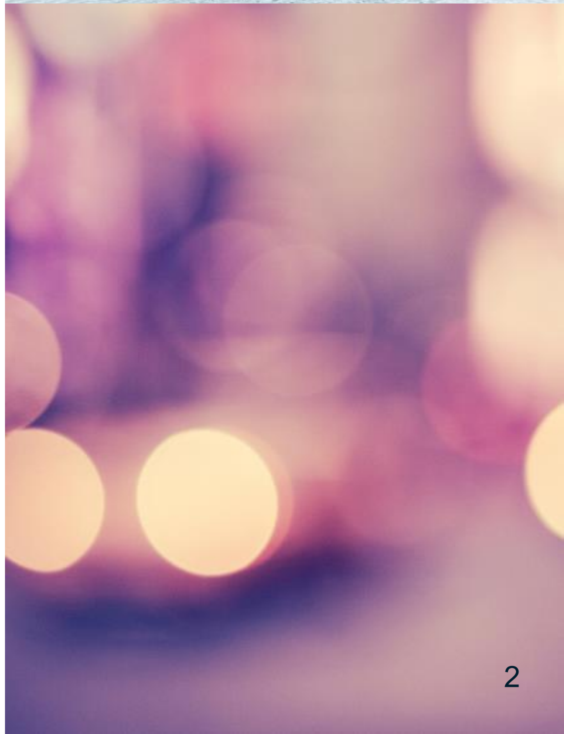
FDT Classroom:

https://persevere.cdti.ac.th

Textbook:





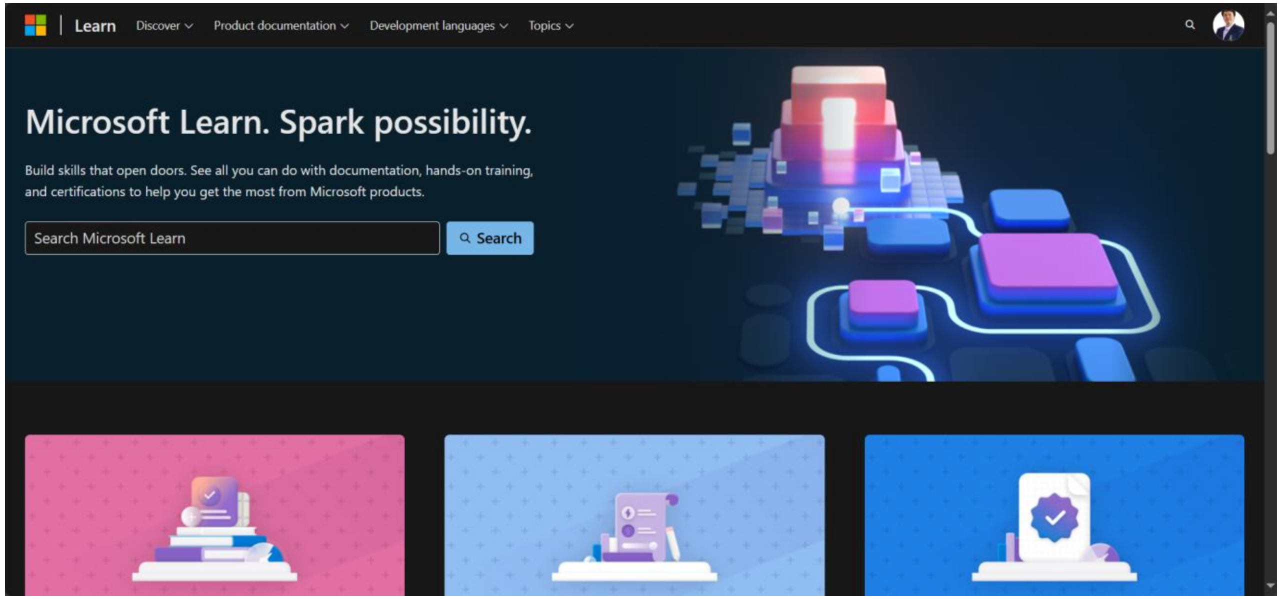


How we learn in this course

1.) การเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านระบบ Microsoft Learn

https://learn.microsoft.com

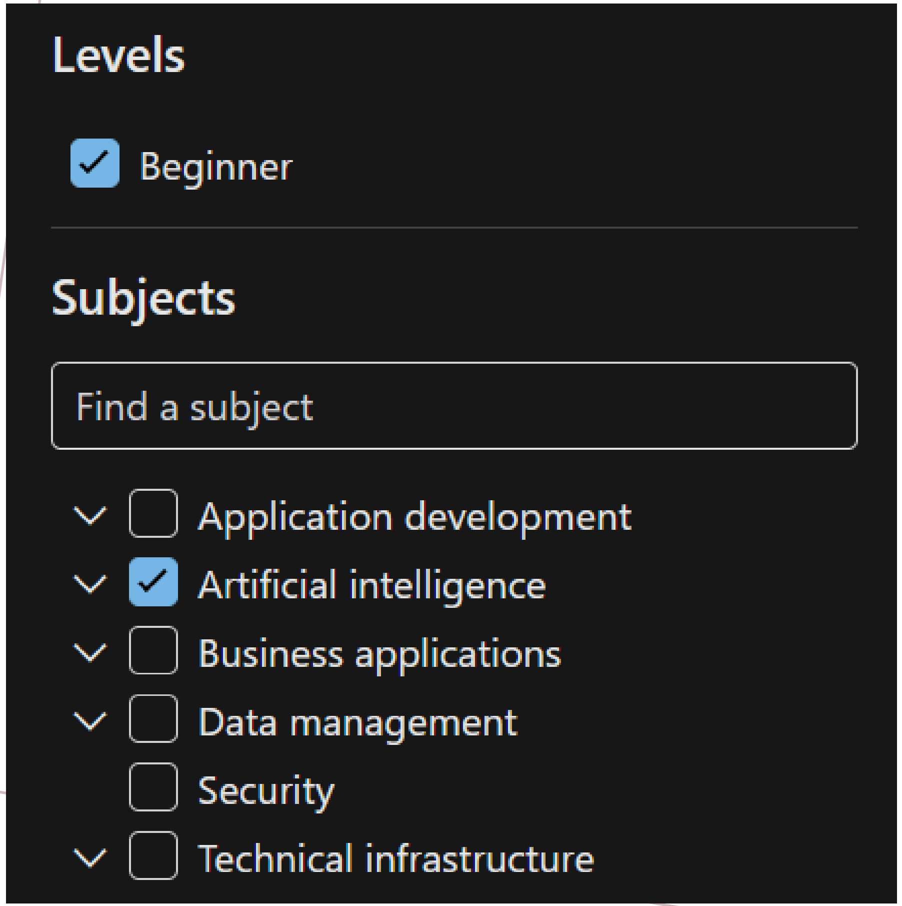
เข้าใช้งานด้วย Microsoft account

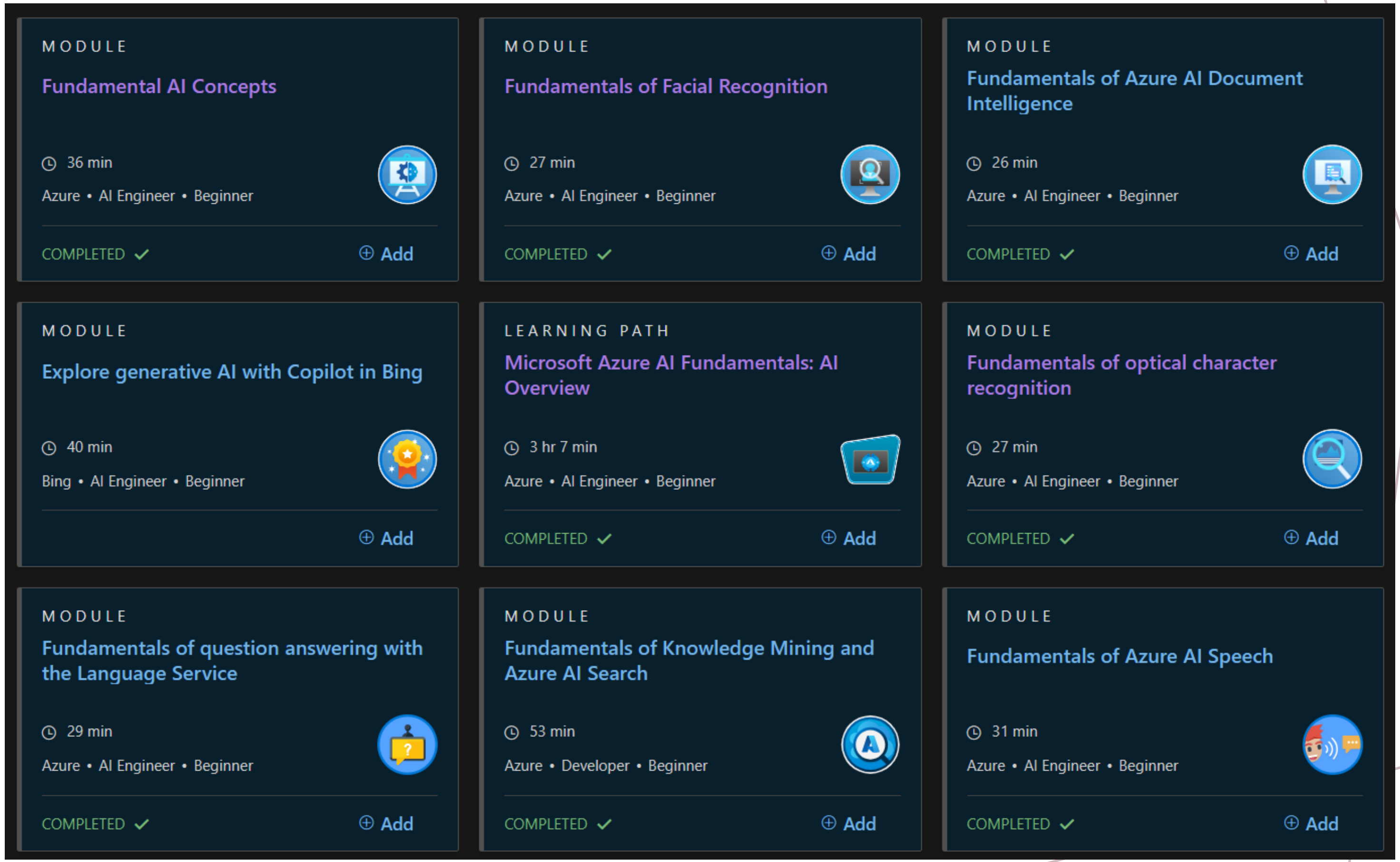


เข้าไปดูหัวข้อการเรียนรู้ที่ training หรือเข้า URL ต่อไปนี้

https://learn.microsoft.com/en-us/training/browse

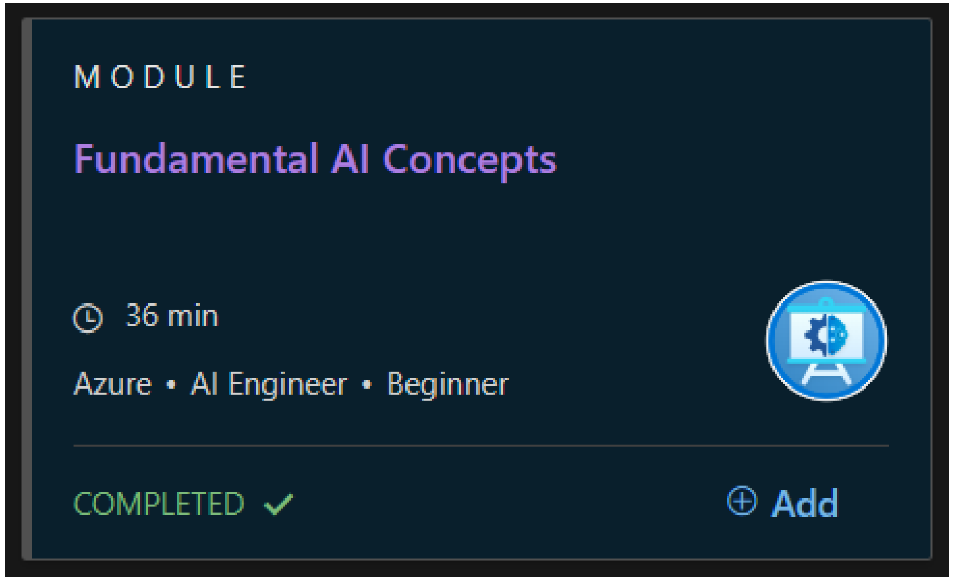
เลือก Subject เป็น Artificial intelligence และเลือก Levels เป็น Beginner





แนะนำให้นักศึกษาเรียนตาม Module ที่ครูแนะนำก่อน

(แต่ถ้ามีความสนใจในเรื่องใดเป็นพิเศษจะเรียนเพิ่มก็ได้)



นี่คือ Module แรกที่พวกเราจะเรียนกัน

เรียนสำเร็จ 1 Module จะได้รับ Certificate

1100 XP

Fundamental AI Concepts

36 min • Module • 10 Units

ใน 1 Module อาจจะมีหลาย Units

Feedback

Beginner | AI Engineer | Data Scientist | Student | Azure AI Bot Service | Azure Machine Learning

With AI, we can build solutions that seemed like science fiction a short time ago; enabling incredible advances in health care, financial management, environmental protection, and other areas to make a better world for everyone.

Learning objectives

In this module, you'll learn about the kinds of solutions AI can make possible and considerations for responsible AI practices.

Add

Prerequisites

None

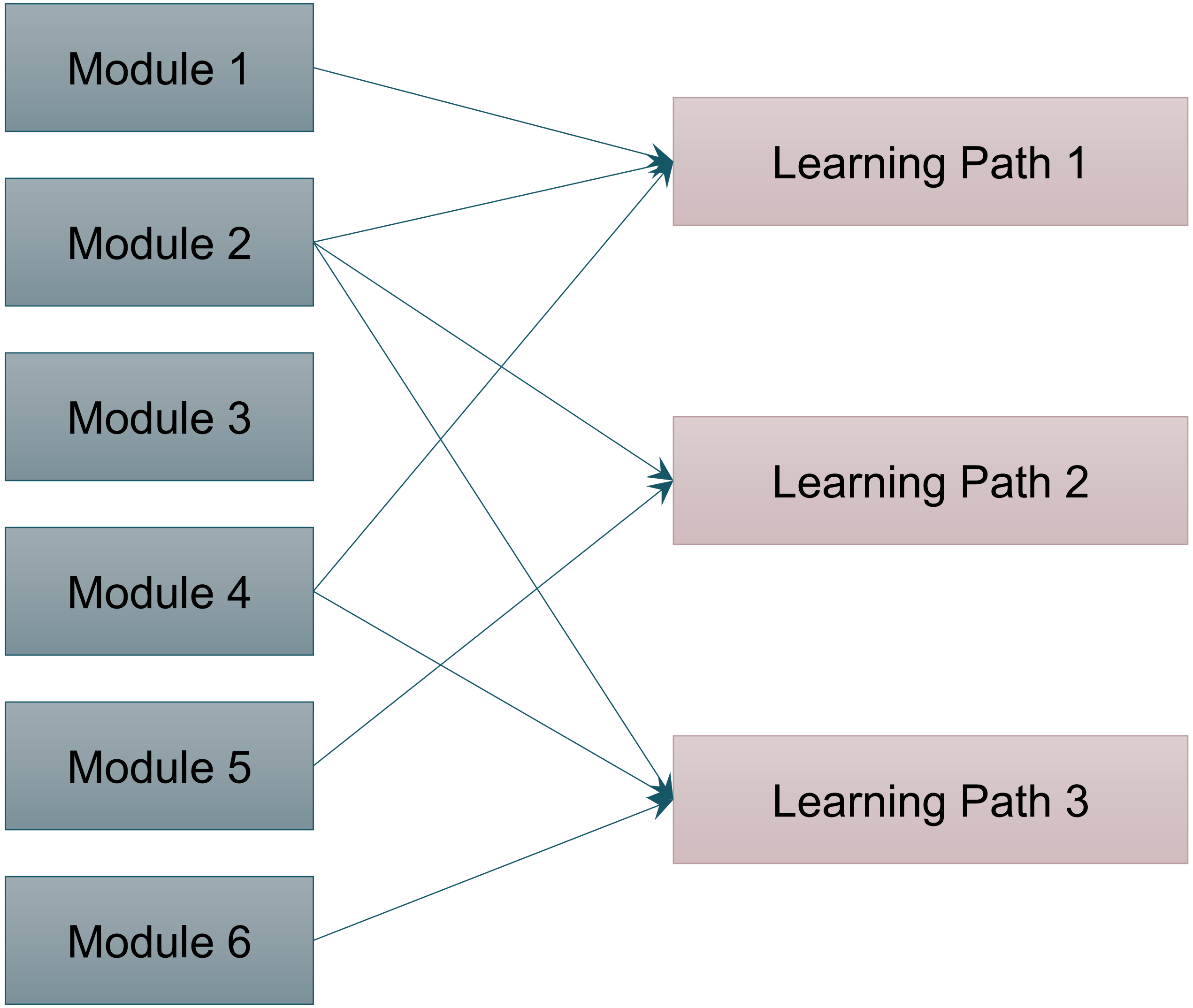
This module is part of these learning paths

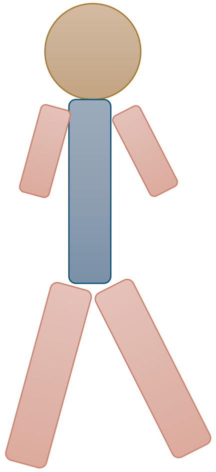
Accessibility fundamentals

Ethical AI

Microsoft Azure AI Fundamentals: AI Overview

หลาย Module รวมกันจะเรียกว่า Learning paths





Personal
Credentials & Skills

สรุปแล้ว

มันดียังไง

???

Microsoft | Transcript

Krisada Phromsuthirak

Username: krisada

Contact email: Krisada.Phr@ms.cdti.ac.th

Modules completed
26

Training hours completed
20 hr 34 min

Modules completed

Module title	Description	Completed on	Duration
Build classical machine learning models with supervised learning	Supervised learning is a form of machine learning where an algorithm learns from examples of data. We progressively paint a picture of how supervised learning automatically generates a model that can make predictions about the real world. We also touch on how these models are tested, and difficulties that can arise in training them.	Nov 8, 2024	52 min
Introduction to GitHub	Learn to use key GitHub features, including issues, notifications, branches, commits, and pull requests.	Nov 8, 2024	1 hr 32 min
Introduction to Git	Use Git to track changes and collaborate with other developers.	Nov 8, 2024	31 min
Contribute to an open-source project on GitHub	Learn how to contribute to an open-source project on GitHub.	Nov 8, 2024	27 min

มี Transcript ที่ระบุ Module ที่เราเรียนสำเร็จ
พร้อมบอก Learning Outcome ที่เราทำได้

มีระบบ Simulation ให้เราเขียนโปรแกรมในระหว่างการเรียน
(ต้องเป็น Module ที่มีการปฏิบัติ)

ถ้ามีความพร้อมในความสามารถแล้วสามารถ
สมัครสอบ (Exam) เพื่อขอรับ credential
สำหรับยืนยันความสามารถว่าเรามีทักษะพร้อมทำงาน
โดยสามารถใช้เครื่องมือ AI ของทาง Microsoft ได้

How we learn in this course

2.) การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาจากการทำโครงงาน

- เป็นงานกลุ่ม 2 คน ช่วยกันคิด ช่วยกันทำ
- เน้นการสร้างและฝึกสอน Model โดยไม่ให้ใช้ Pre-train model
- จะเริ่มกำหนดรายละเอียดหลังจากที่มีพื้นฐานเรื่อง Model และการ Train แล้ว
- ต้องมีกระบวนการวัดประสิทธิภาพที่ถูกต้อง (ไม่เกี่ยวกับว่าผลการทดลองแม่นยำหรือไม่)

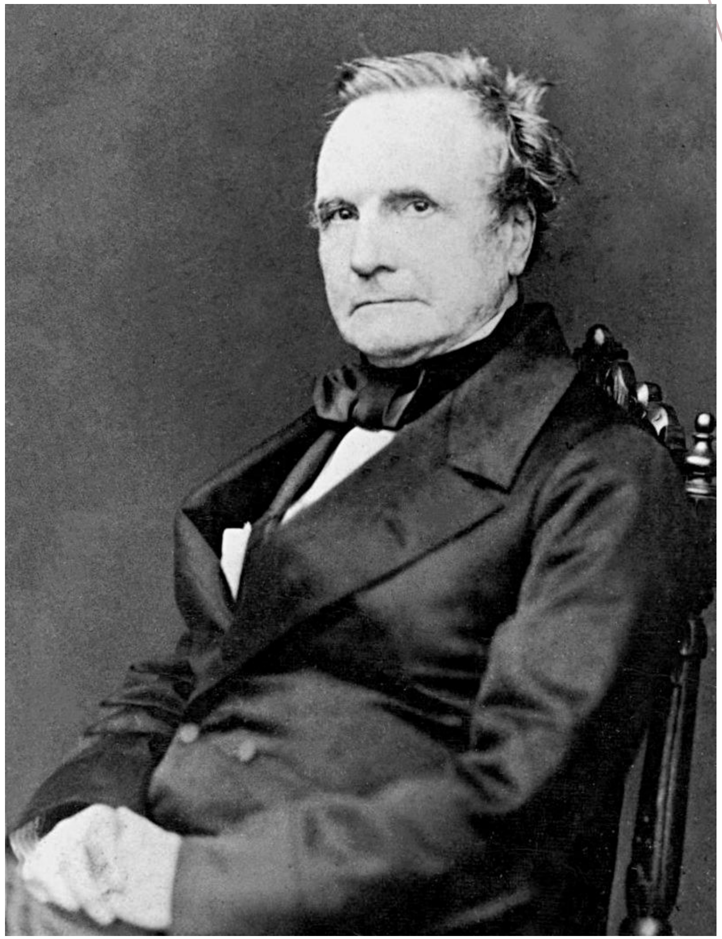
How we learn in this course

3.) การเรียนจากวิธีการ Lecture

- ❑ เนื้อหาโดยส่วนใหญ่มาจาก Textbook โดยผมจะปรับวิธีการอธิบายกับเลือกเนื้อหาโดยมีเนื้อหาอยู่ 2 ลักษณะ
  - ❑ หัวข้อที่เน้นทฤษฎี การคำนวณ พิสูจน์
  - ❑ หัวข้อที่เกี่ยวข้องกับเครื่องมือที่นิยมในปัจจุบัน

Before we go to AI era

let look back to the past…



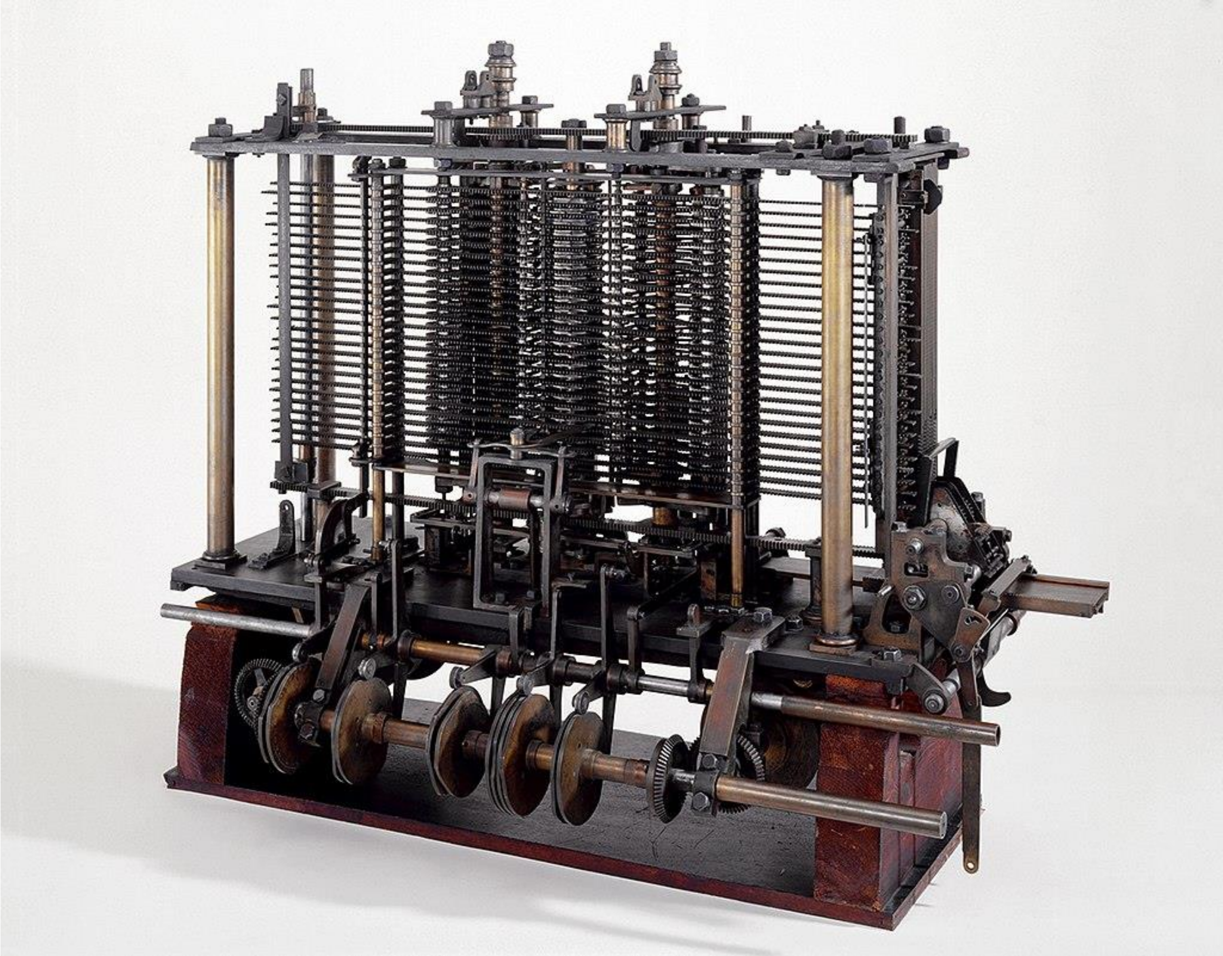
Charles Babbage

Charles Babbage was a British **mathematician** and **inventor**.

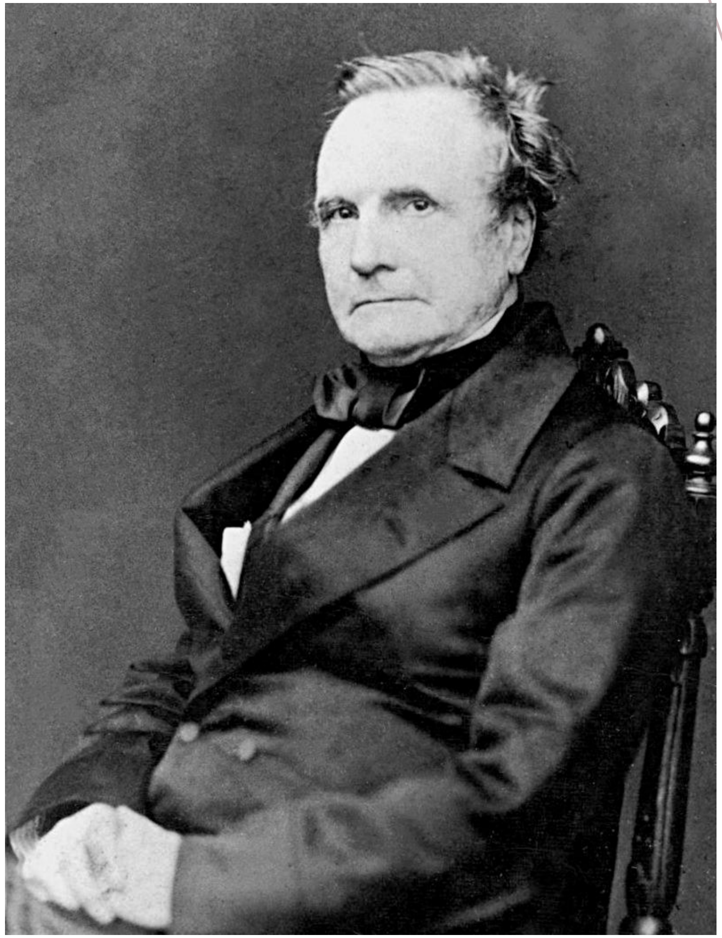
In **1833**, he designed the **Analytical Engine**. If it had been built, it would have been the very first **computer**!

Fascinating Fact: The Analytical Engine was designed to do calculations with different sets of numbers and was **powered by steam**!

เครื่องจักรพลังงานไอน้ำ ➔ คำนวณตัวเลขได้



Design Hardware <Not Built>



Ada Lovelace

Ada Lovelace was another British **mathematician**, who loved solving puzzles.

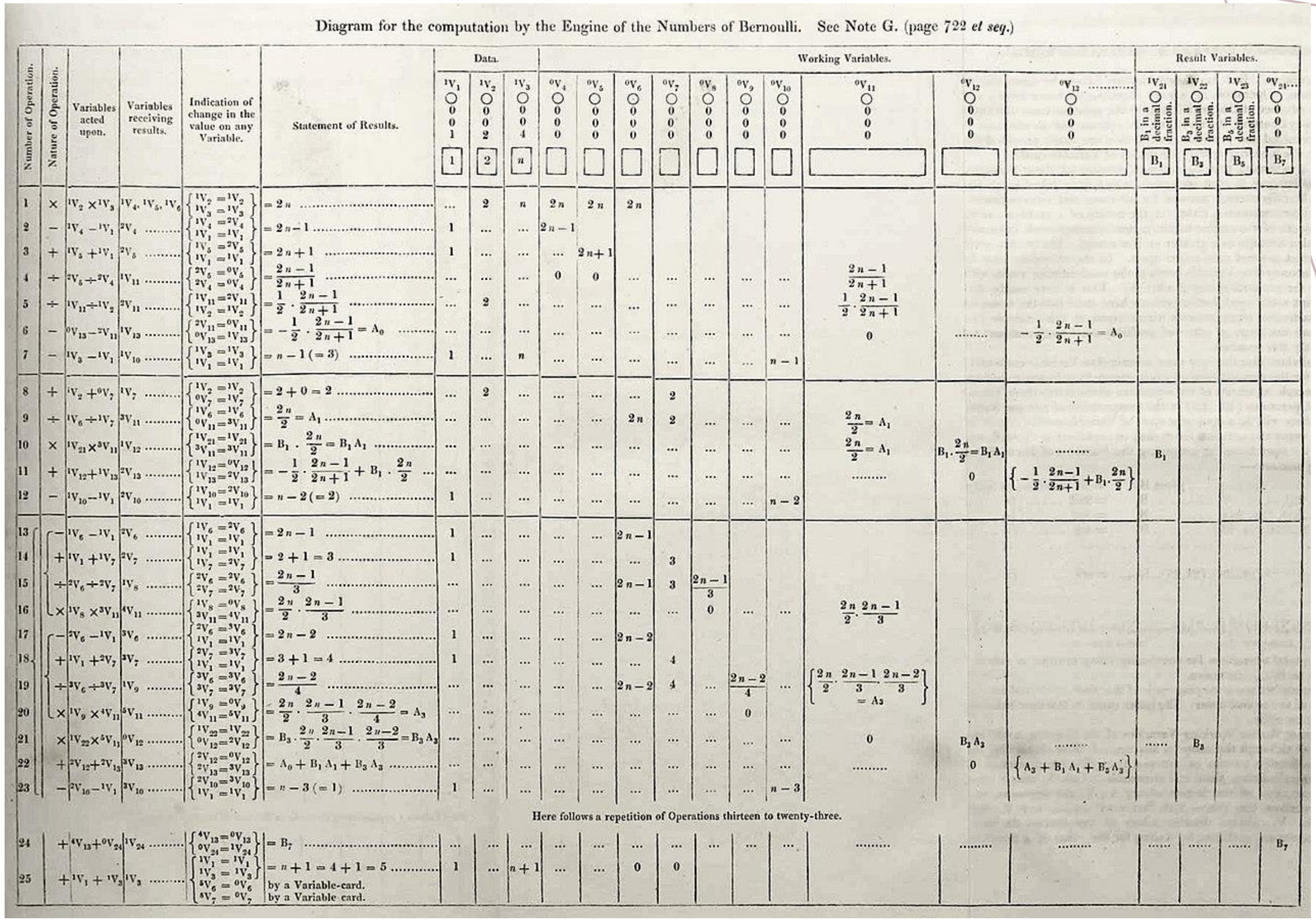
She studied the plans **Charles Babbage** had made for the Analytical Engine and made notes on how it could be used.

These notes were the **first computer program**.

Fascinating Fact: A programming language was invented in the **1990s** called **Ada**, after Ada Lovelace.

Design Algorithm

- First published algorithm
- First computer programmer
- Compute Bernoulli sequence



ส่วนหนึ่งของ “งานเขียน” เป็นแรงผลักดัน

“Computer สามารถทำงานอื่นๆ ได้มากกว่าการคำนวณทั่วไป”

การ “สั่งงาน” (ลองคิดดูว่าถ้าเป็น “ปัญญาประดิษฐ์” ส่วนนี้จะเป็นอย่างไร)

History of Computer

Name	First operational	Numeral system	Computing mechanism	Programming	Turing complete	Memory
Difference engine	Not built until the 1990s (design 1820s)	Decimal	Mechanical	Not programmable; initial numerical constants of polynomial differences set physically	No	Physical state of wheels in axes
Analytical Engine	Not built (design 1830s)	Decimal	Mechanical	Program-controlled by punched cards	Yes	Physical state of wheels in axes
Ludgate's Analytical Engine	Not built (design 1909)	Decimal	Mechanical	Program-controlled by punched cards	Yes	Physical state of rods
Torres' Analytical Machine	1920	Decimal	Electro-mechanical	Not programmable; input and output settings specified by patch cables	No	Mechanical relays

สังเกตุดูตรง “Turing Complete” ส่วนใหญ่มีแต่ “No” (สีแดง)

Zuse Z1 (Germany)	1939	Binary floating point	Mechanical	Not programmable; cipher input settings specified by patch cables	No	Physical state of rods
Bombe (Poland, UK, US)	1939 (Polish), March 1940 (British), May 1943 (US)	Character computations	Electro-mechanical	Not programmable; cipher input settings specified by patch cables	No	Physical state of rotors
Zuse Z2 (Germany)	1940	Binary floating point	Electro-mechanical (Mechanical memory)	Program-controlled by punched 35 mm film stock	No	Physical state of rods
Zuse Z3 (Germany)	May 1941	Binary floating point	Electro-mechanical	Program-controlled by punched 35 mm film stock	In principle	Mechanical relays
Atanasoff–Berry Computer (US)	1942	Binary	Electronic	Not programmable; linear system coefficients input using punched cards	No	Regenerative capacitor memory
Colossus Mark 1 (UK)	December 1943	Binary	Electronic	Program-controlled by patch cables and switches	No	Thermionic valves (vacuum tubes) and thyratrons
Harvard Mark I – IBM ASCC (US)	May 1944	Decimal	Electro-mechanical	Program-controlled by 24-channel punched paper tape (but no conditional branch)	No	Mechanical relays[54]
Zuse Z4 (Germany)	March 1945 (or 1948)[55]	Binary floating point	Electro-mechanical	Program-controlled by punched 35 mm film stock	In 1950	Mechanical relays

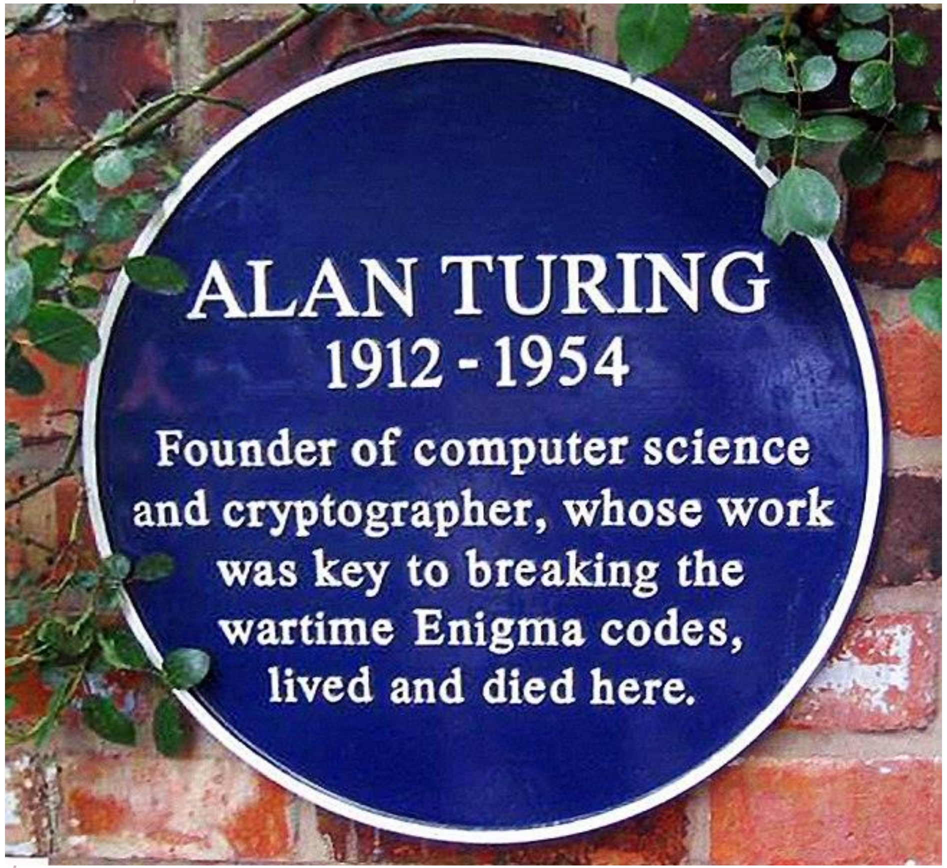
History of Computer

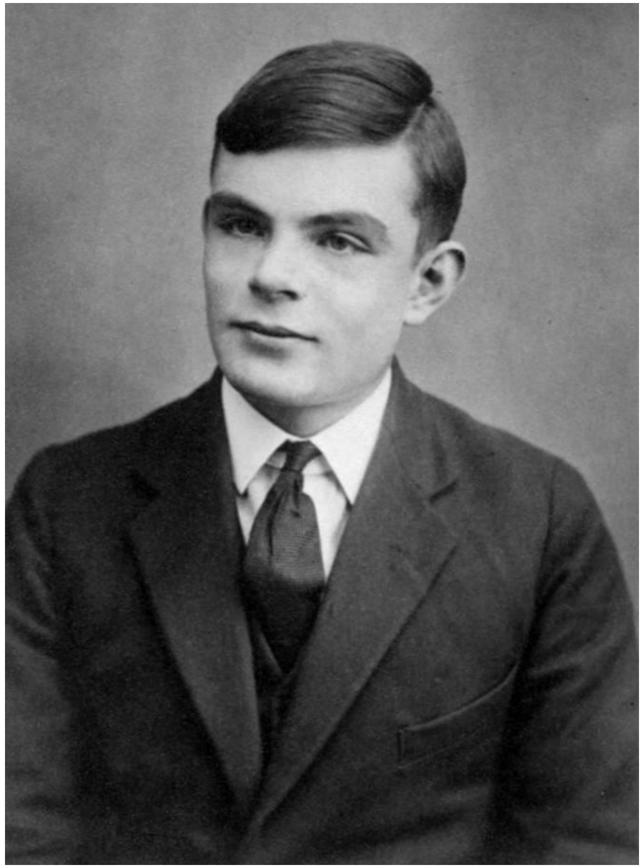
ENIAC (US)	July 1946	Decimal	Electronic	Program-controlled by patch cables and switches	Yes	Vacuum tube triode flip-flops

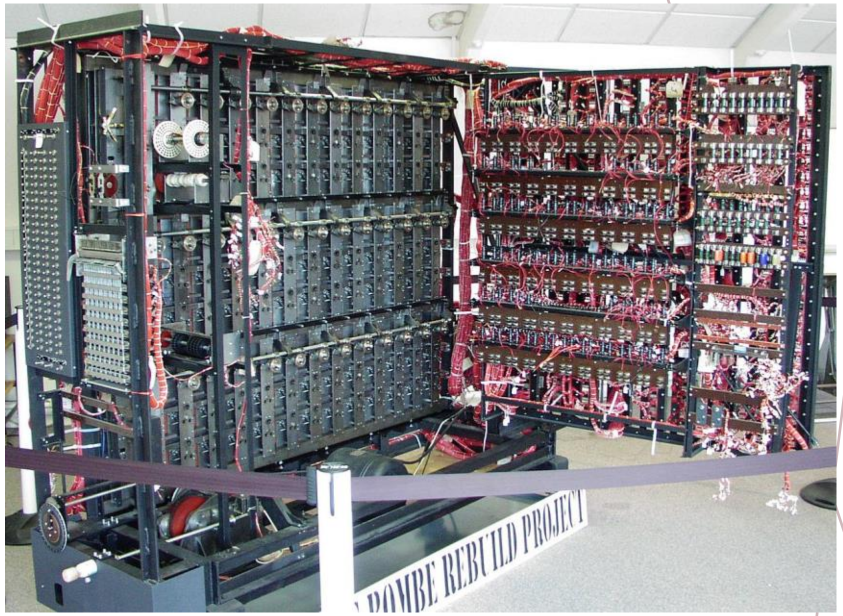
ในช่วงหลังสงครามโลกครั้งที่ 2 (1945) จบลง มีการถือกำเนิดของเครื่องจักรชนิดหนึ่งที่ทำงานด้วยไฟฟ้า และเปลี่ยนการทำงานจากบัตรเจารู (punch card) เป็น cables และ switches รวมทั้งผ่านเงื่อนไข “Turing Complete” เป็นครั้งแรก

ENIAC

https://youtu.be/9PYWXBkgIkI



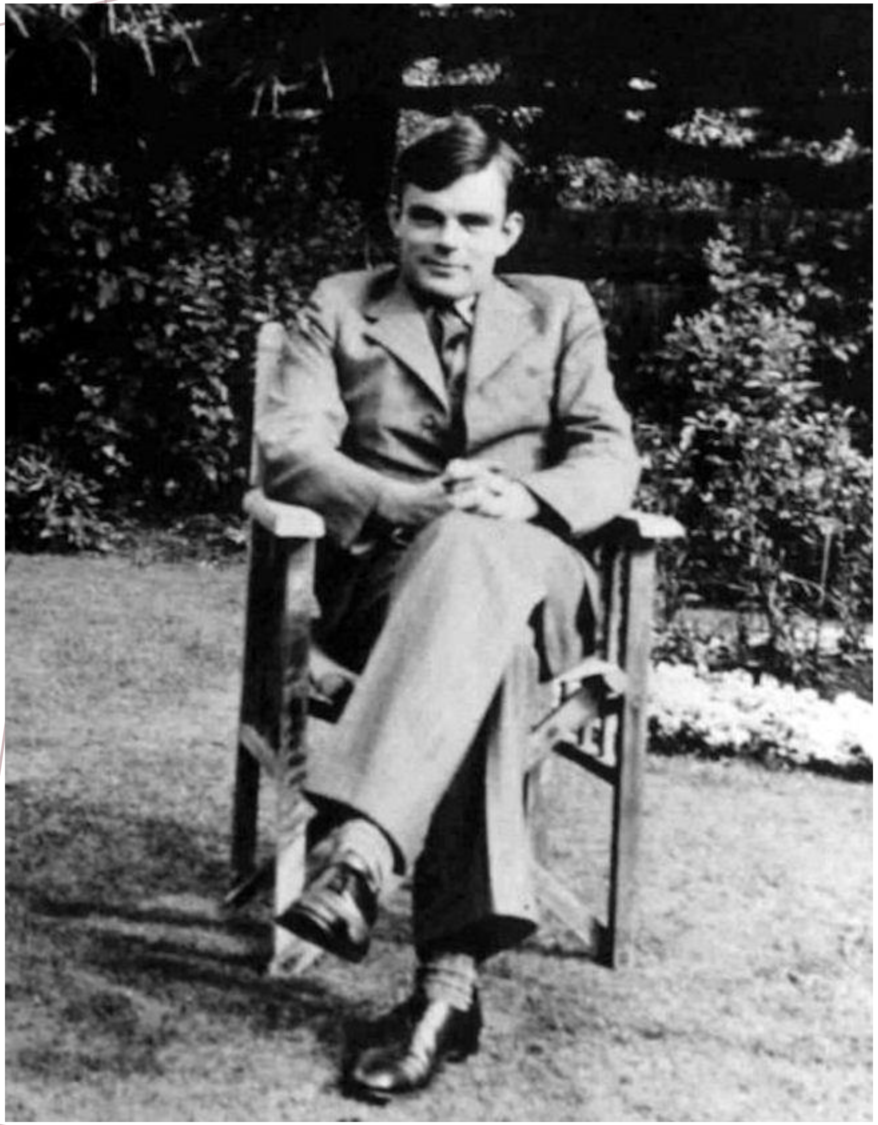




ALAN TURING

ประวัติศาสตร์
คอมพิวเตอร์

https://youtu.be/7thziYzrPs4



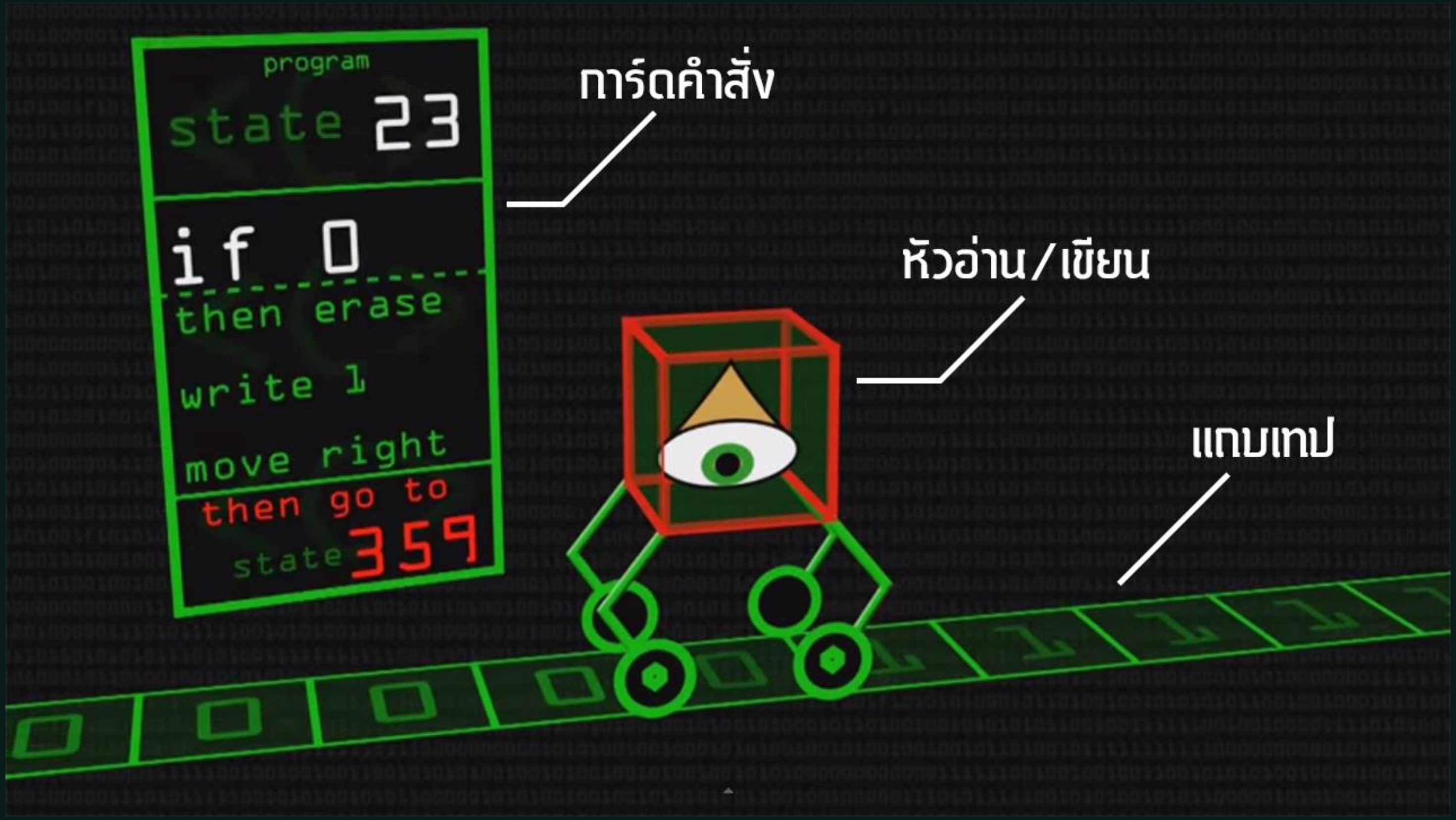
Alan Turing

Alan Turing was a British **mathematician** who worked with a team of people during **World War Two**.

He created a machine that could **read secret coded messages** and helped save many lives!

Fascinating fact: Alan Turing's face is on the English £50 note.

Turing Machine

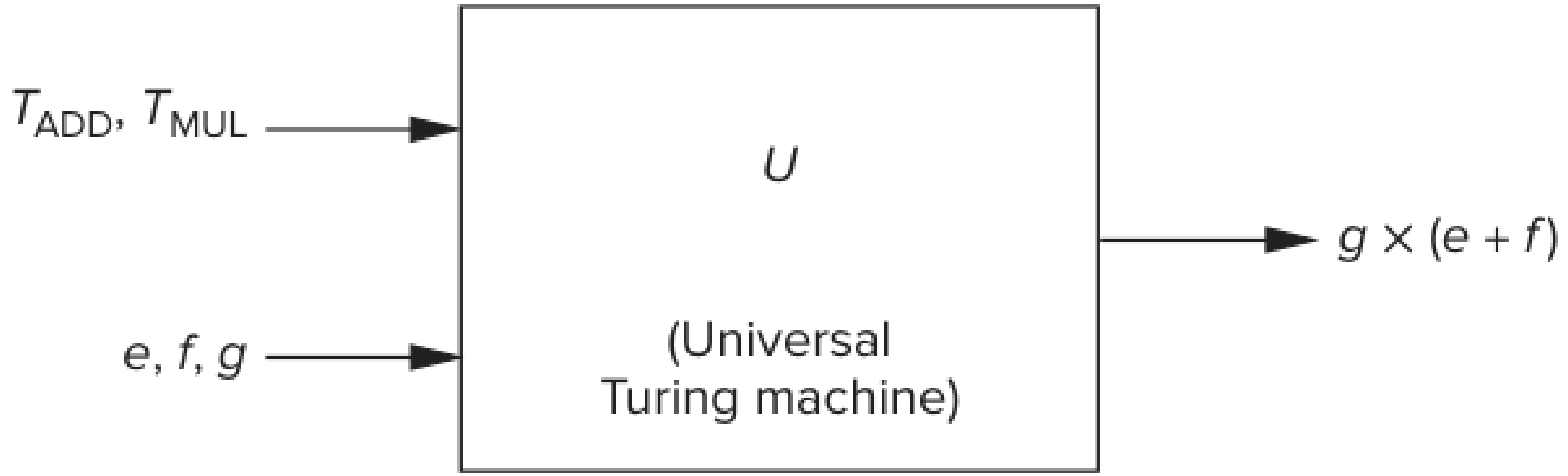


- ระบบในจินตนาการ
- เครื่องอ่านคำสั่งได้
- เครื่องแก้ไขข้อมูลบนเทปได้
- เลื่อนตำแหน่งไปที่เทปช่องไหนก็ได้
- ข้อมูลที่เขียนมีแค่ 0 หรือ 1 เท่านั้น
- เมื่อเครื่องเริ่มต้นแล้วจะทำงานไปเรื่อยๆ จนกว่าจะเจอการ์ด “หยุด (Halt)”

ถ้าทำได้ครบ Turing Complete

➔ Core ของ Computer Theory

Turing Machine



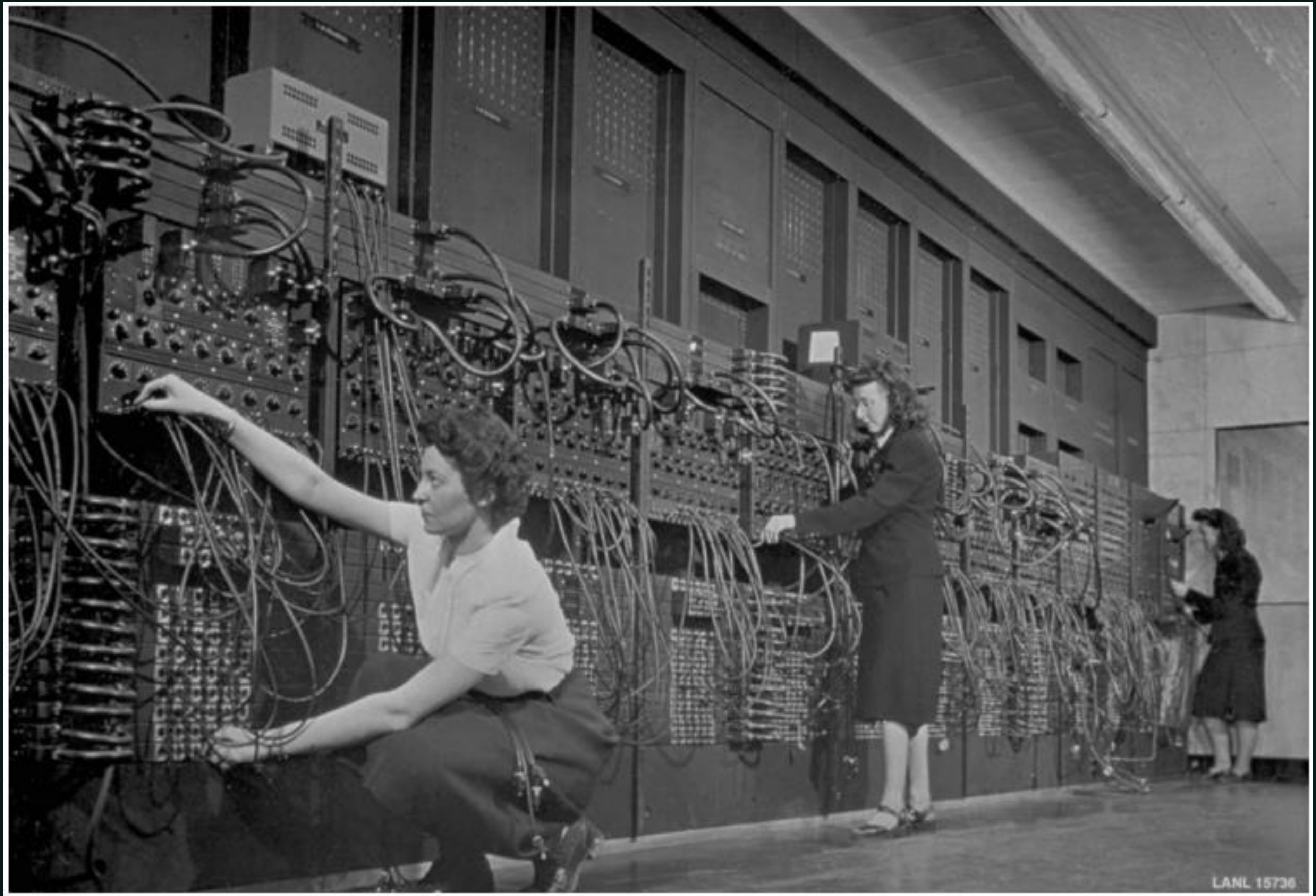
Black box model of a universal Turing machine.

Computer Creator

เครื่องคอมพิวเตอร์<u>แบบอิเล็กทรอนิกส์</u>เครื่องแรกของโลกคือ ENIAC

(the Electronic Numerical Integrator and Calculator)

- เป็น General purpose electronic device ที่สามารถ Reprogrammed ได้
- สร้างขึ้นในช่วงปี ค.ศ. 1943 – 1945
- ขนาดเครื่องกินพื้นที่ประมาณ 300 ตารางฟุต (ห้องใหญ่ๆ 1 ห้อง)
- เขียนโปรแกรมด้วยการเปลี่ยนตำแหน่ง สายไฟ / หลอดสุญญากาศ (Vacuum Tube)
- Turing Complete


LANL 15736

Two Very Important Ideas

- Idea 1: All computers are capable of computing exactly the same things if they are given enough time and enough memory.

- Idea 2: We describe our problems in some language spoken by people.

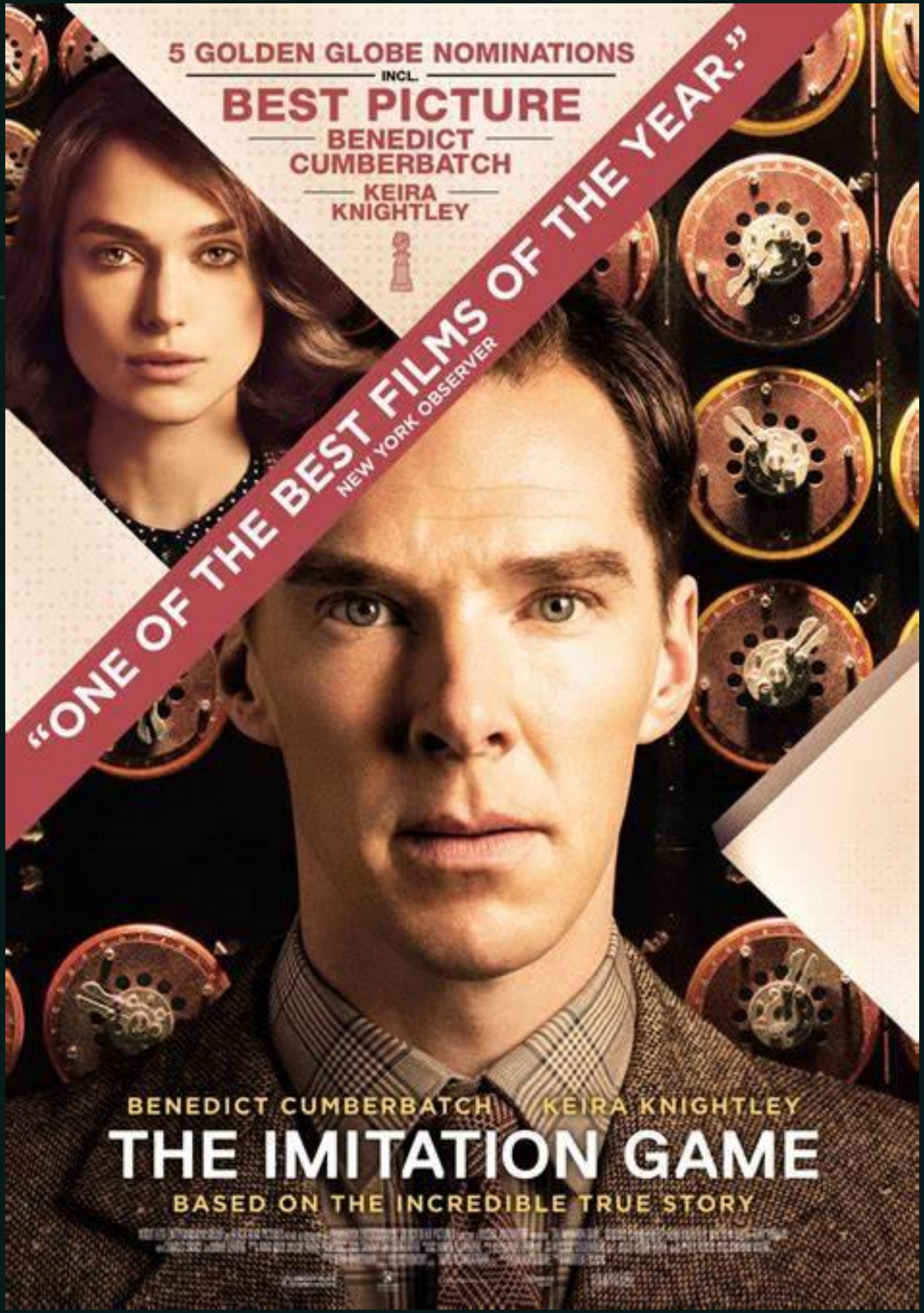
  Yet the problems are solved by electrons running around inside the computer.

  It is necessary to transform our problem from the language of humans to the voltages that influence the flow of electrons.

Turing Test

AI หรือ Artificial Intelligence (ปัญญาประดิษฐ์) สาขานี้

อยากจะทำให้เครื่องจักรสามารถ “คิด” ได้เหมือนมนุษย์

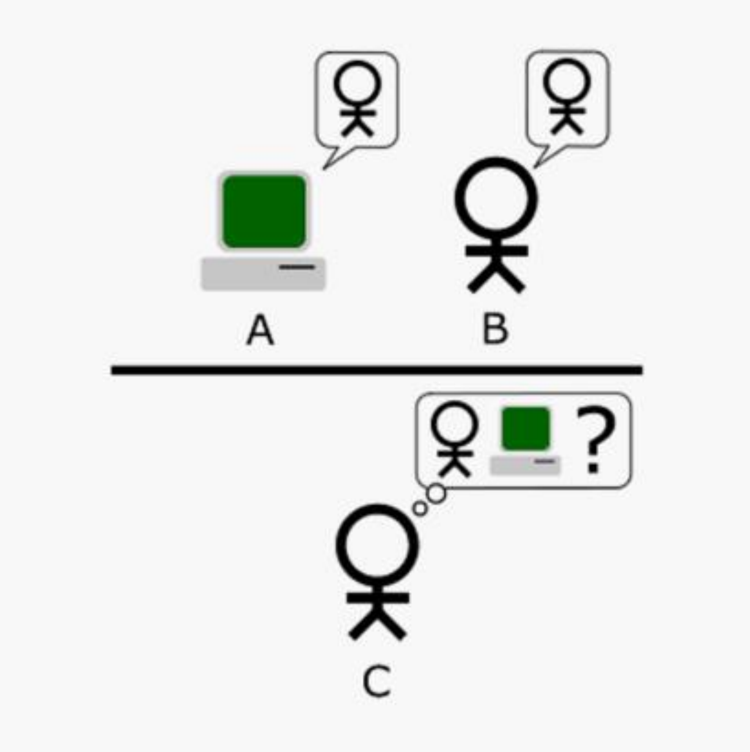


อะไรคือการ “คิด”?

จะวัดผลยังไงว่าเครื่องจักรคิดได้เหมือนมนุษย์?

เดิมที Imitation Game เป็นเกมง่ายๆ ก็คือให้เราเขียนโน้ตคุยกับคนปริศนา 2 คน ชาย 1 หญิง 1 ชายคนนั้นจะพยายามตีเนียนเป็นผู้หญิง (หรือกลับกัน) แล้วเราก็จะทายว่าคนไหนเป็นผู้หญิง? (หรือผู้ชาย)

เมื่อไอเดียนี้เปลี่ยนมาใช้กับ AI ก็จะแทนที่สองคนนั้นด้วย คอมพิวเตอร์ กับ คน ถ้าคุยกัน 5 นาทีแล้วเครื่องหลอกคนทายว่าเป็นคนได้สำเร็จ ก็ถือว่าผ่าน ซึ่ง Imitation Game เวอร์ชั่น “คนหรือเครื่อง?” นี่แหละครับที่เรียกว่า Turing Test



Activity

1. Turing Test มีจุดอ่อนหรือไม่ ในปัจจุบัน AI อย่างเช่น ChatGPT, CoPilot มีความสามารถในการผ่าน Turing Test หรือไม่ (เตรียมพูดคุยกันสัปดาห์หน้า)
2. ให้เลือกทำ 1 อย่าง
   - ❖ Assignment “เจาะ Use Case AI ที่เด็ก MIT เค้าคุยกัน”
   - ❖ รวมกลุ่มหัดใช้เครื่อง Enigma แล้วนำมาสอนการใช้งานให้เพื่อนที่ไปแข่ง TESA ฟังให้เข้าใจ https://enigma.virtualcolossus.co.uk

MATHEMATICS REVIEW

- **Function**
- **Linear Equation**
- **Matrix**
- **Probability**

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

คู่ลำดับ **(Ordered Pairs)**

ในทางคณิตศาสตร์เมื่อเราพิจารณาถึงคู่ของสิ่งที่สัมพันธ์กัน เรามักจะเขียนเป็นคู่ลำดับ

เมื่อจะเขียนถึงคู่ลำดับ a,b ก็จะใช้สัญลักษณ์ (a,b)

คู่ลำดับ สลับตำแหน่งหน้า-หลังไม่ได้ ยกเว้นกรณี a = b

ตัวหน้า	ตัวหลัง
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

$\neq$

ตัวหน้า	ตัวหลัง
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ความสัมพันธ์ (Relating)

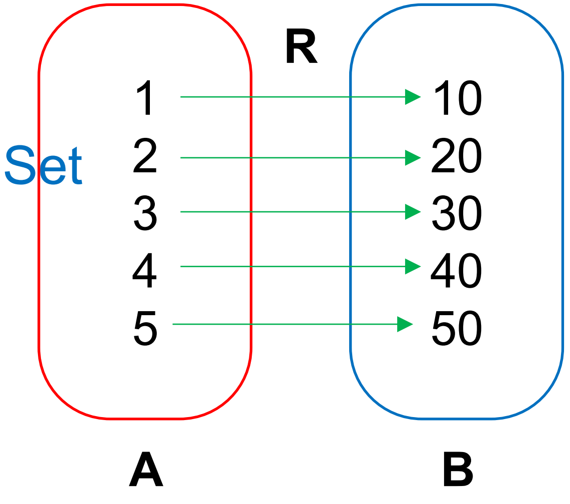
ความสัมพันธ์ คือ Set ที่สมาชิกทุกตัวเป็น คู่ลำดับ (แสดงว่าทุกตัวต้องมีคู่เสมอ)

กำหนดให้เซต $A = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$

$B = \{ 10 , 20 , 30 , 40 , 50 \}$

ความสัมพันธ์ **R** คือ ความสัมพันธ์จาก A ➔ B โดยเราจะเขียนในรูปของ Set

$R = \{ (1,10) , (2,20) , (3,30) , (4,40) , (5,50) \}$



ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ความสัมพันธ์ (Relating)

ความสัมพันธ์ R

โดเมน A	เรนจ์ B
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

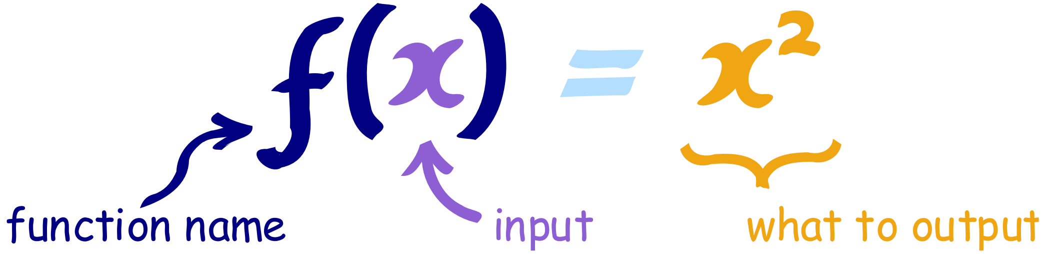
Domain　　Range

ฟังก์ชัน (Function)

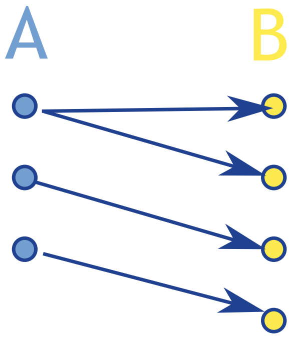
คืออะไร?

คือ ความสัมพันธ์ (Relationship)

ระหว่าง Input กับ Output + (เงื่อนไข...)

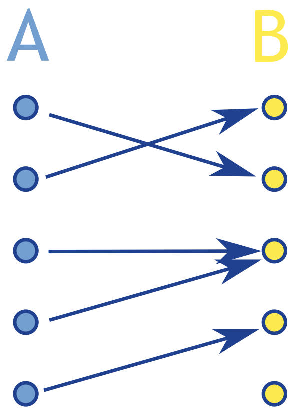


ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน



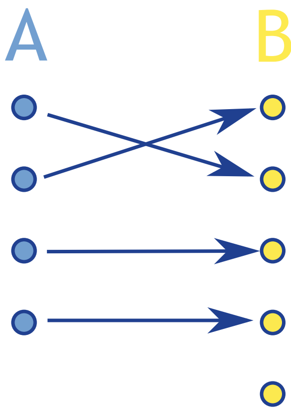
NOT a Function

A has many B



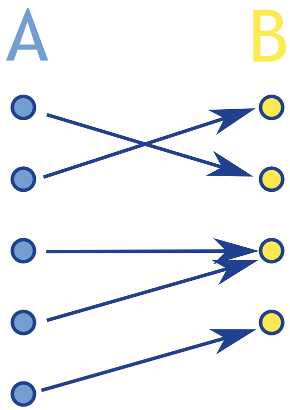
General Function

B can have many A



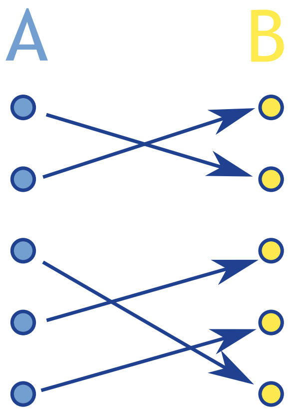
Injective
(not surjective)

B can't have many A



Surjective
(not injective)

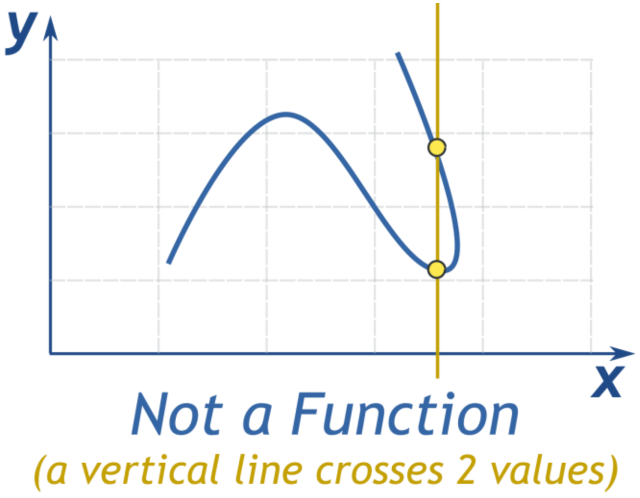
Every B has some A

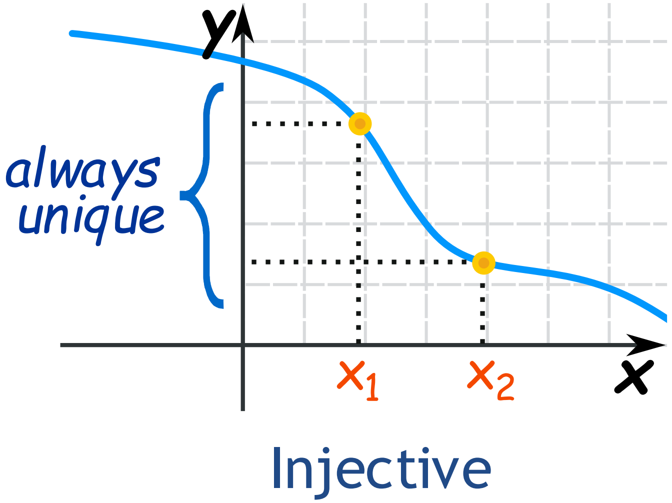


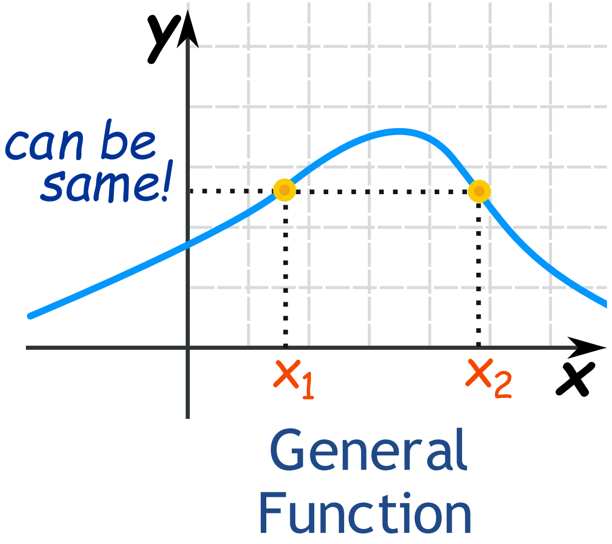
Bijective
(injective, surjective)

A to B, perfectly

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน







B มีคู่ทุกตัว

Surjective

Example

This tree grows 20 cm every year, so the height of the tree is ***related*** to its age using the function ***h***:

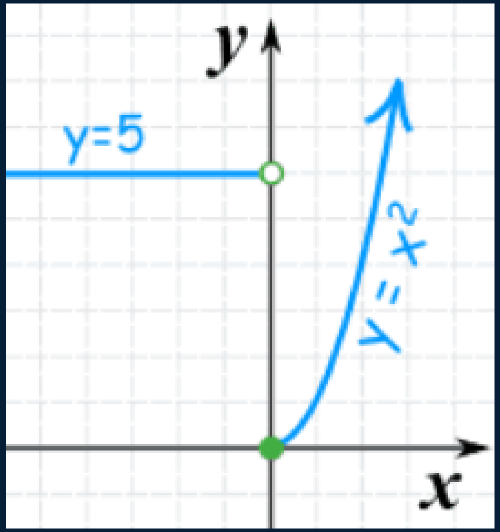
$$\boldsymbol{h(\mathrm{age}) = \mathrm{age} \times 20}$$

age	h(age)
0	0
1	20
3.2	64
15	300
…	…

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

Example: A function with two pieces:

- when x is less than 0, it gives 5,
- when x is 0 or more it gives x^2



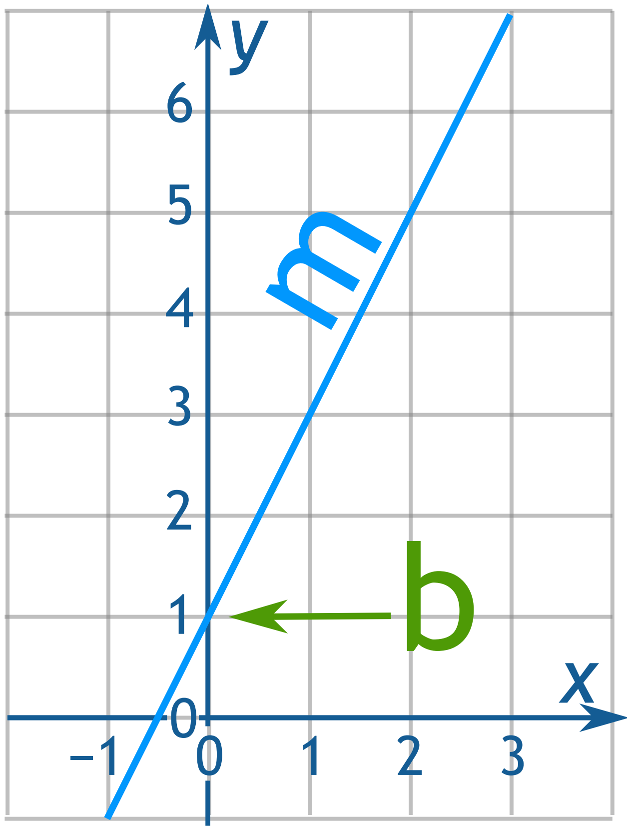
Here are some example values:

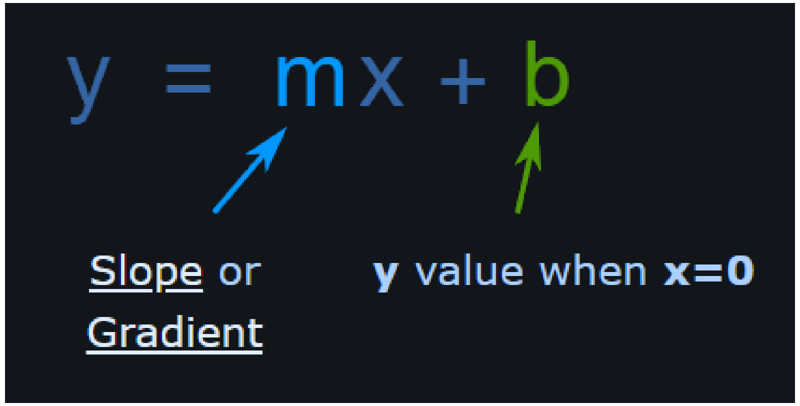
x	y
-3	5
-1	5
0	0
2	4
4	16
...	...

ในทางคณิตศาสตร์เรียก Input ที่เข้าไปใน Function ว่า **Argument** และเรียก Output ที่ออกจาก Function ว่า **Value**

สมการเชิงเส้น (Linear Equation)

ส่วนประกอบ

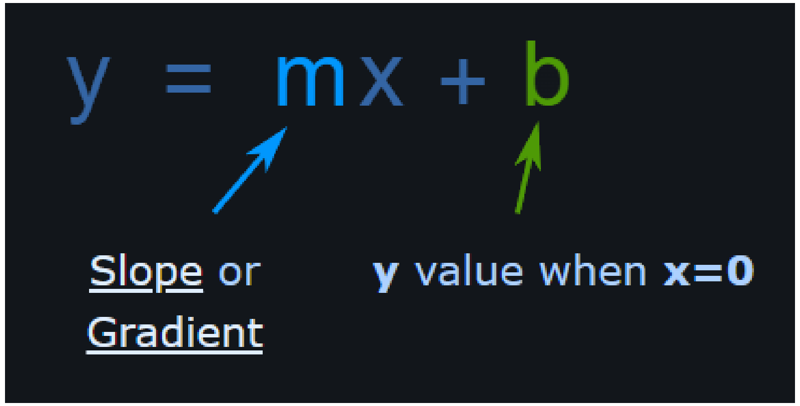




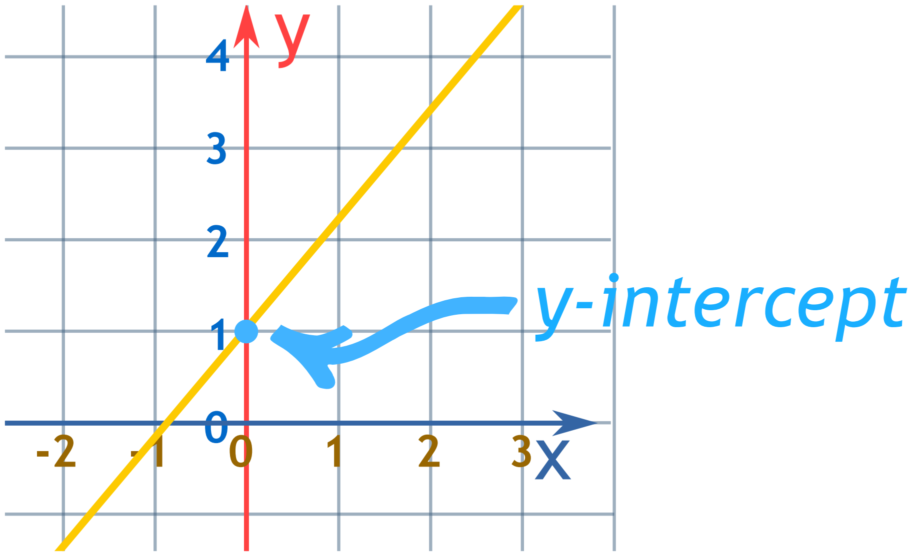
How do you find "m" and "b"?

สมการเชิงเส้น (Linear Equation)

ส่วนประกอบ



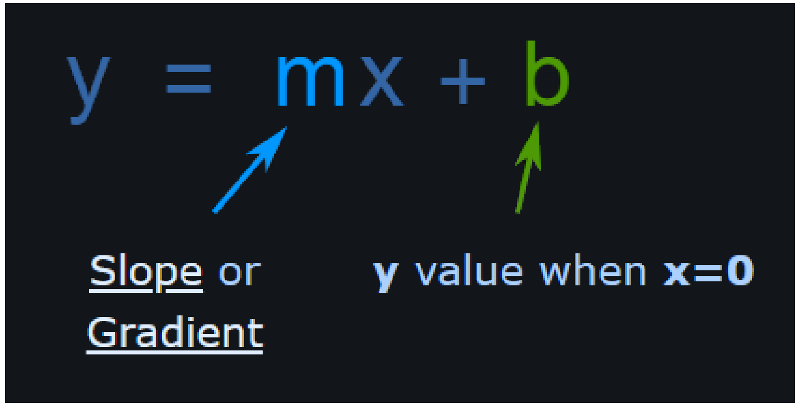
find “b“

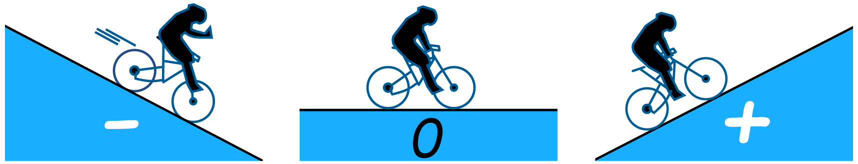


Just find the value of **y** when x equals 0

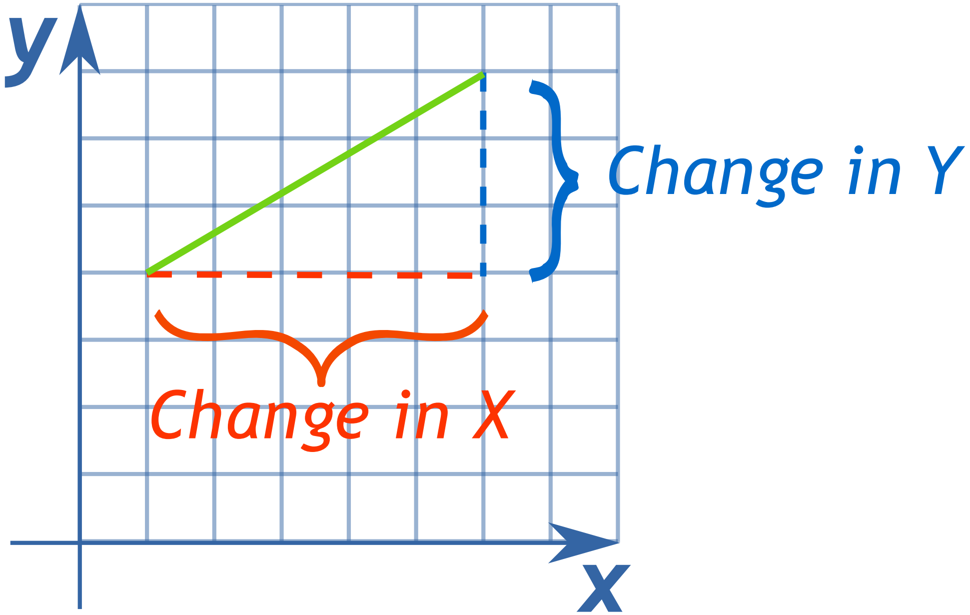
สมการเชิงเส้น (Linear Equation)

ส่วนประกอบ





find “m“



$$m = \frac{\text{Change in Y}}{\text{Change in X}}$$

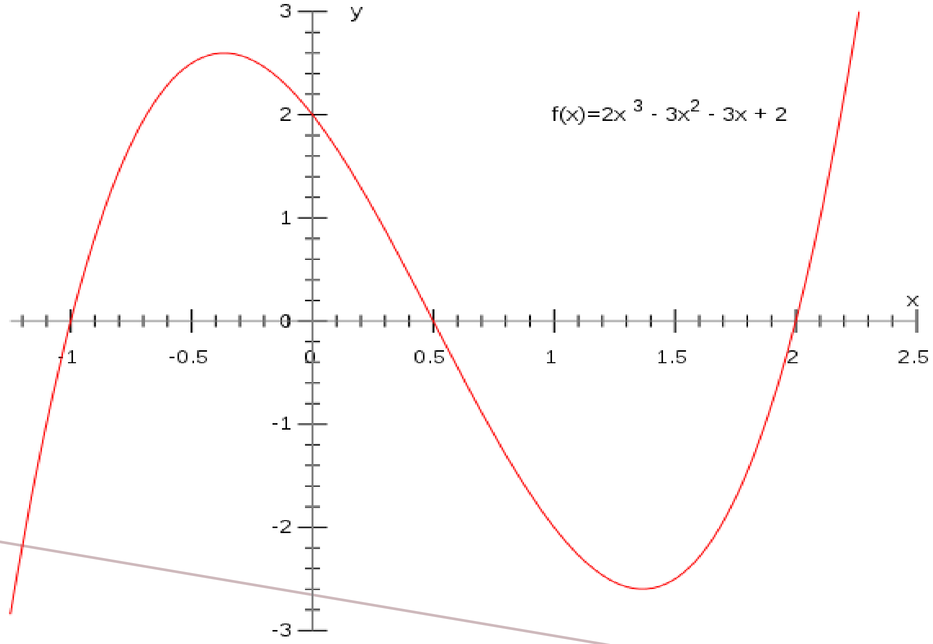
Polynomials

ส่วนประกอบ

Constant: ตัวเลขที่เป็นค่าคงที่

Variable: ตัวแปร เช่น x, y, a, b,...

Exponent: เลขชี้กำลัง (0, 1, 2, 3,...)



$$\underbrace{4xy^2}_{\text{terms}} + \underbrace{3x}_{\text{terms}} - \underbrace{5}_{\text{terms}}$$

terms

exponents: 0, 1, 2, ...

$$5xy^2 - 3x + 5y^3 - 3$$

terms

A Polynomial

$\cancel{3xy^{-2}}$

$\cancel{\dfrac{2}{x+2}}$

Not Polynomials

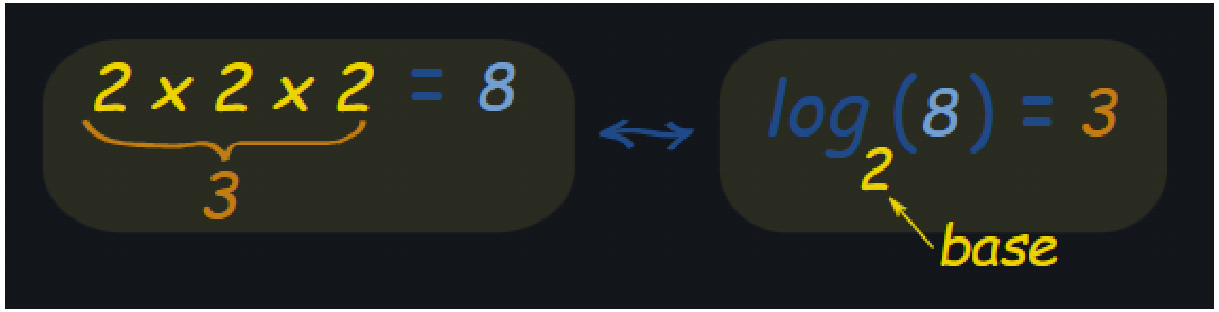
Logarithms

How many of one number multiply together to make another number?

Example: How many 2s multiply together to make 8?

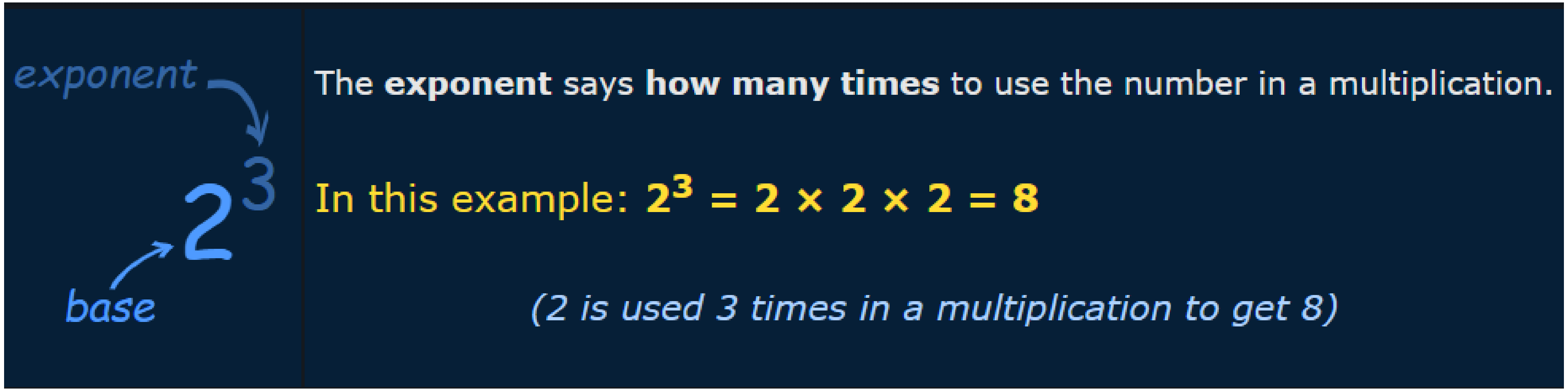
Answer: $2 \times 2 \times 2 = 8$, so we had to multiply 3 of the 2s to get 8

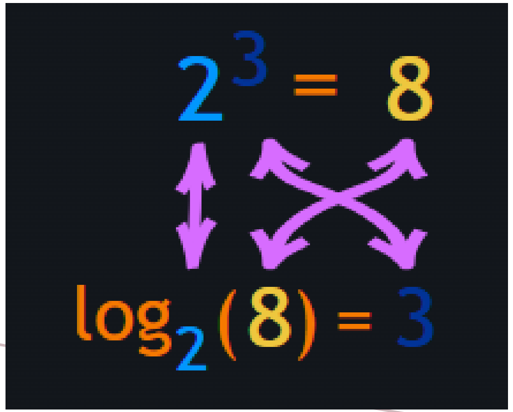
So, the logarithm is 3

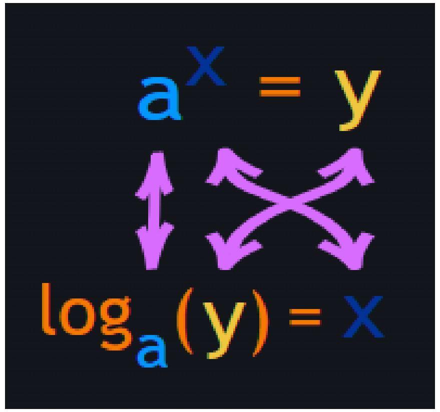


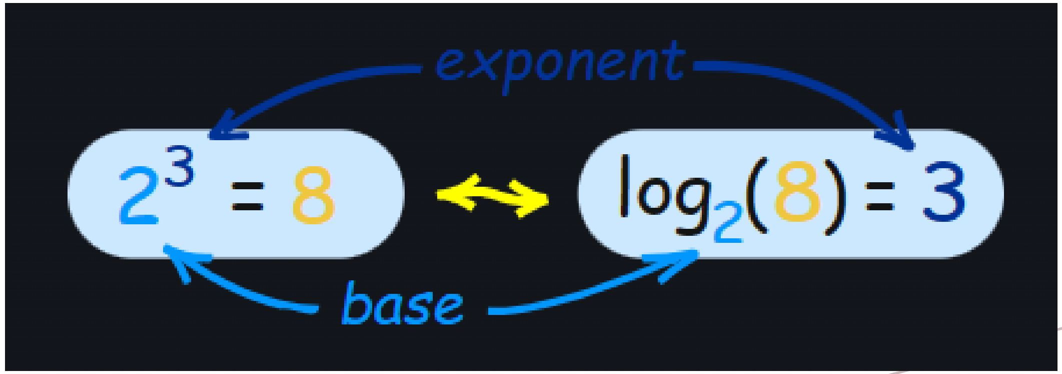
Exponent

Exponents and Logarithms are related…









Logarithms & Exponent

10x Larger

10x Smaller

Number	How Many 10s	Base-10 Logarithm	
.. etc..			
1000	$1 \times 10 \times 10 \times 10$	$\log_{10}(1000)$	$= 3$
100	$1 \times 10 \times 10$	$\log_{10}(100)$	$= 2$
10	1×10	$\log_{10}(10)$	$= 1$
1	1	$\log_{10}(1)$	$= 0$
0.1	$1 \div 10$	$\log_{10}(0.1)$	$= -1$
0.01	$1 \div 10 \div 10$	$\log_{10}(0.01)$	$= -2$
0.001	$1 \div 10 \div 10 \div 10$	$\log_{10}(0.001)$	$= -3$
.. etc..			

Example: Powers of 5		
	.. etc..	
5^2	5×5	25
5^1	5	5
5^0	1	1
5^{-1}	$\frac{1}{5}$	0.2
5^{-2}	$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$	0.04
	.. etc..	

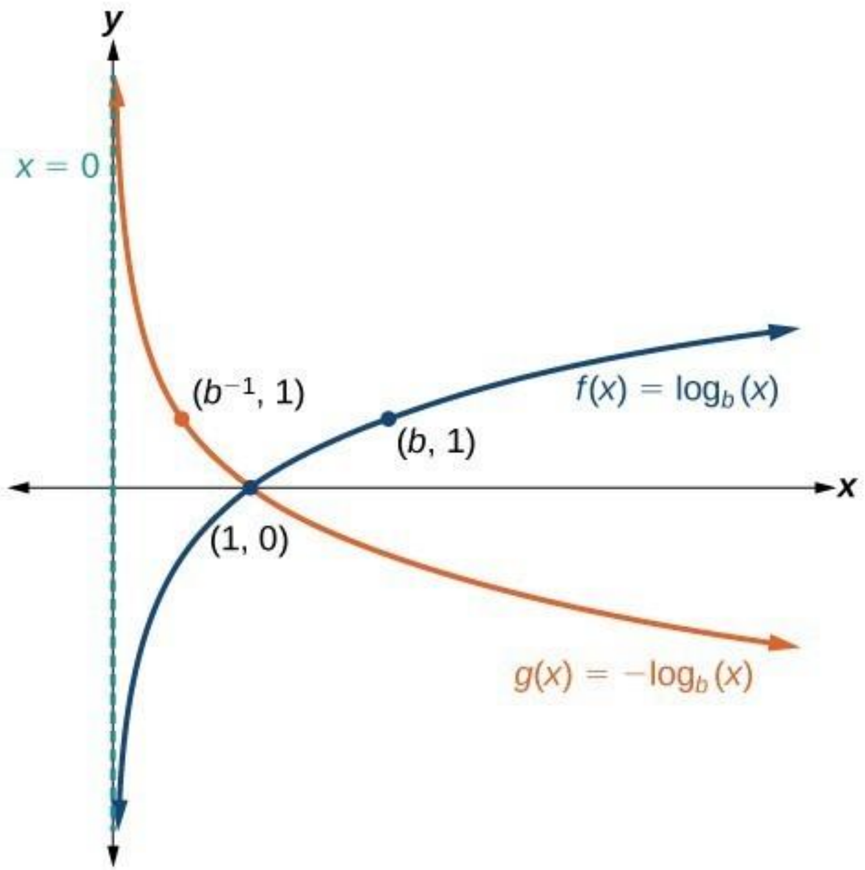
5x Larger

5x Smaller

Don't forget to write "base" of logarithms

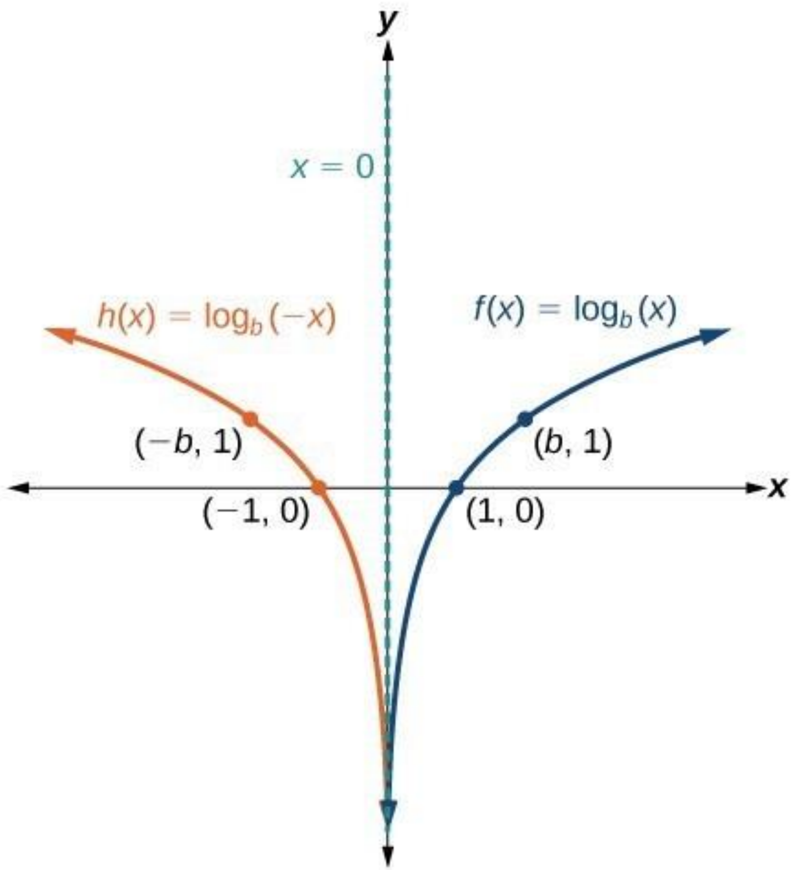
Example	Engineer Thinks	Mathematician Thinks	
$\log(50)$	$\log_{10}(50)$	$\log_e(50)$	confusion
$\ln(50)$	$\log_e(50)$	$\log_e(50)$	no confusion
$\log_{10}(50)$	$\log_{10}(50)$	$\log_{10}(50)$	no confusion

Reflection about the x-axis
$g(x) = \log_b(x)$, $b > 1$



- The reflected function is decreasing as x moves from zero to infinity.
- The asymptote remains $x = 0$.
- The x-intercept remains $(1, 0)$.
- The key point changes to $(b^{-1}, 1)$
- The domain remains $(0, \infty)$.
- The range remains $(-\infty, \infty)$.

Reflection about the y-axis
$h(x) = \log_b(-x)$, $b > 1$



- The reflected function is decreasing as x moves from negative infinity to zero.
- The asymptote remains $x = 0$.
- The x-intercept changes to $(-1, 0)$.
- The key point changes to $(-b, 1)$
- The domain changes to $(-\infty, 0)$.
- The range remains $(-\infty, \infty)$.

Matrix

A Matrix is an array of numbers:

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 & 24 \\ 1 & -9 & 8 \end{bmatrix}$$

A Matrix

(This one has 2 Rows and 3 Columns)

$A_{m\times n}$ หมายถึง matrix ขนาด m แถว n หลัก

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \cdots & n \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ m \end{array} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

Operation

Adding

To add two matrices: add the numbers in the matching positions:

3+4=7

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

These are the calculations:

3+4=7	8+0=8
4+1=5	6−9=−3

Matrix

Operation

Subtracting

To subtract two matrices: subtract the numbers in the matching positions:

$$\overset{3-4\,=\,-1}{\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 3 & 15 \end{bmatrix}}$$

These are the calculations:

3−4=−1	8−0=8
4−1=3	6−(−9)=15

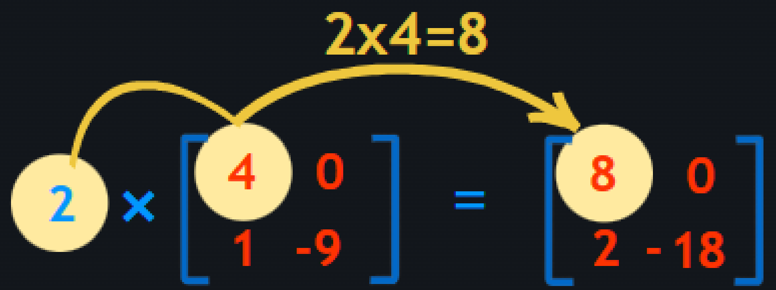
Note: subtracting is actually defined as the ***addition*** *of a negative matrix: A + (−B)*

Matrix

Operation

Multiply by a Constant

We can multiply a matrix by a **constant** *(the value 2 in this case)*:



These are the calculations:

2×4=8	2×0=0
2×1=2	2×−9=−18

We call the constant a **scalar**, so officially this is called "scalar multiplication".

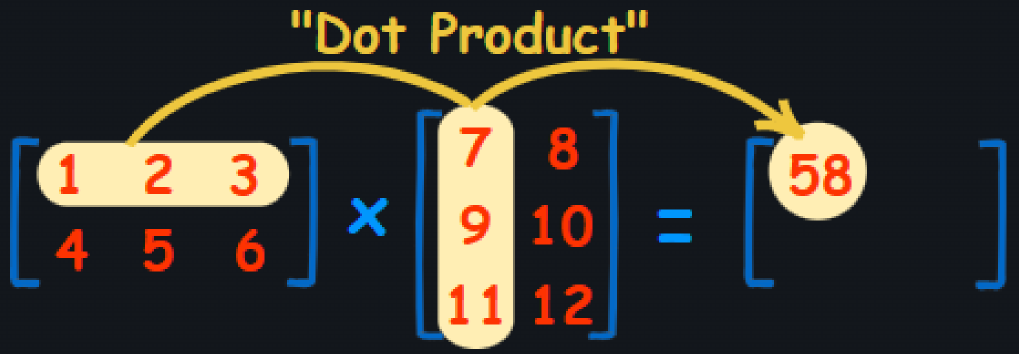
Operation

Matrix

Multiplying a Matrix by Another Matrix

But to multiply a matrix **by another matrix** we need to do the "dot product" of rows and columns ... what does that mean? Let us see with an example:

To work out the answer for the **1st row** and **1st column**:



To multiply an **m×n** matrix by an **n×p** matrix, the **n**s must be the same, and the result is an **m×p** matrix.

$m \times n \times n \times p \rightarrow m \times p$

Why Do It This Way?

This may seem an odd and complicated way of multiplying, but it is necessary!

I can give you a real-life example to illustrate why we multiply matrices in this way.

Example: The local shop sells 3 types of pies.

- Apple pies cost **$3** each
- Cherry pies cost **$4** each
- Blueberry pies cost **$2** each

And this is how many they sold in 4 days:

	Mon	Tue	Wed	Thu
Apple	13	9	7	15
Cherry	8	7	4	6
Blueberry	6	4	0	3

Now think about this ... the **value of sales** for Monday is calculated this way:

Apple pie value + Cherry pie value + Blueberry pie value

$\$3 \times 13 + \$4 \times 8 + \$2 \times 6 = \$83$

So it is, in fact, the "dot product" of prices and how many were sold:

$$(\$3, \$4, \$2) \bullet (13, 8, 6) = \$3 \times 13 + \$4 \times 8 + \$2 \times 6 = \$83$$

We **match** the price to how many sold, **multiply** each, then **sum** the result.

Matrix

Operation

$$AB \neq BA$$

Example:

See how changing the order affects this multiplication:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times2+2\times1 & 1\times0+2\times2 \\ 3\times2+4\times1 & 3\times0+4\times2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

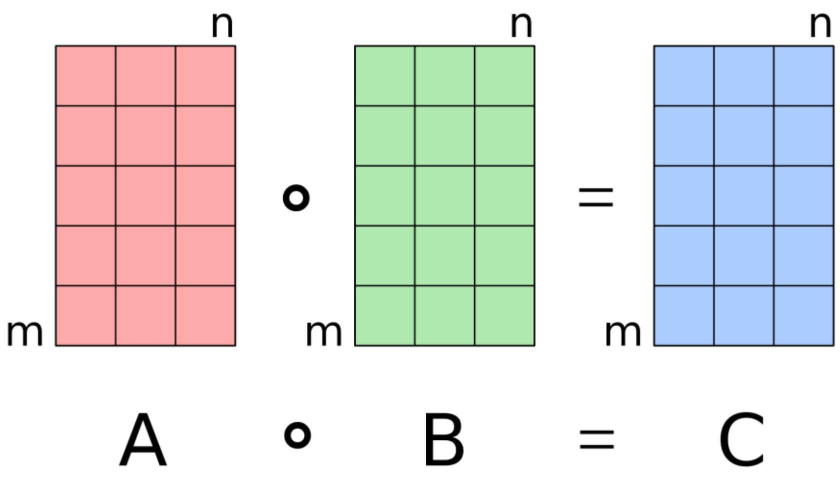
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\times1+0\times3 & 2\times2+0\times4 \\ 1\times1+2\times3 & 1\times2+2\times4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$$

The answers are different!

Operation

การคูณแบบ Hadamard product (element-wise product)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & -2 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 7 & 9 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 3 & 3 \times 1 & 1 \times 4 \\ 0 \times 7 & 8 \times 9 & -2 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 0 & 72 & -10 \end{bmatrix}$$



Matrix

Operation

Transposing

To "transpose" a matrix, swap the rows and columns.

We put a "T" in the top right-hand corner to mean transpose:

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 & 24 \\ 1 & -9 & 8 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & -9 \\ 24 & 8 \end{bmatrix}$$

Matrix

Identity Matrix

An **Identity Matrix** has **1**s on the main diagonal and **0**s everywhere else:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A 3×3 Identity Matrix

- It is square (same number of rows as columns)
- It can be large or small (2×2, 100×100, ... whatever)
- Its symbol is the capital letter **I**

It is the matrix equivalent of the number "1", when we multiply with it the original is unchanged:

$$A \times I = A$$

$$I \times A = A$$

Matrix

Diagonal Matrix

A diagonal matrix has zero anywhere not on the main diagonal:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A diagonal matrix

Scalar Matrix

A scalar matrix has all main diagonal entries the same, with zero everywhere else:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

A scalar matrix

Matrix

Triangular Matrix

Lower triangular is when all entries above the main diagonal are zero:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

A lower triangular matrix

Upper triangular is when all entries below the main diagonal are zero:

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 7 \\ 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

An upper triangular matrix

Zero Matrix (Null Matrix)

Zeros just everywhere:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Zero matrix

Symmetric

In a Symmetric matrix matching entries either side of the main diagonal are **equal**, like this:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 11 & 5 \\ 2 & 9 & -1 & 6 \\ 11 & -1 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

Symmetric matrix

It must be square, and is equal to its own transpose

$$A = A^T$$

What is the Inverse of a Matrix?

Just like a **number** has a reciprocal ...

Reciprocal of a Number (note: $\frac{1}{8}$ can also be written 8^{-1})

... a **matrix** has an **inverse** :

Inverse of a Matrix

We write A^{-1} instead of $\frac{1}{A}$ because we don't divide by a matrix!

The inverse of A is A^{-1} only when:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = \mathbf{I}$$

Sometimes there is no inverse at all.

What is the Inverse of a Matrix?

Just like a **number** has a reciprocal ...

Reciprocal of a Number (note: $\frac{1}{8}$ can also be written 8^{-1})

... a **matrix** has an **inverse** :

Inverse of a Matrix

We write A^{-1} instead of $\frac{1}{A}$ because we don't divide by a matrix!

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3\times 8-4\times 6}\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{24-24}\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

24−24? That equals 0, and **1/0 is undefined**.
We cannot go any further! This matrix has no Inverse.

Inverse Matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3\times8-4\times6}\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{24-24}\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

24−24? That equals 0, and **1/0 is undefined**.
We cannot go any further! This matrix has no Inverse.

Such a matrix is called "Singular",
which only happens when the determinant is zero.

A Real Life Example: Bus and Train

A group took a trip on a **bus**, at $3 per child and $3.20 per adult for a total of $118.40.

They took the **train** back at $3.50 per child and $3.60 per adult for a total of $135.20.

How many children, and how many adults?

First, let us set up the matrices (be careful to get the rows and columns correct!):

$$\begin{array}{cc} \text{Child} & \text{Adult} \\ \end{array} \quad \begin{array}{cc} \text{Bus} & \text{Train} \\ \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \text{Bus} & \text{Train} \\ \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3.5 \\ 3.2 & 3.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 118.4 & 135.2 \end{bmatrix}$$

$$XA = B$$

So to solve it we need the inverse of "A":

$$\begin{bmatrix} 3 & 3.5 \\ 3.2 & 3.6 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3\times3.6-3.5\times3.2} \begin{bmatrix} 3.6 & -3.5 \\ -3.2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -9 & 8.75 \\ 8 & -7.5 \end{bmatrix}$$

Now we have the inverse we can solve using:

$$X = BA^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 118.4 & 135.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 & 8.75 \\ 8 & -7.5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 118.4\times-9 + 135.2\times8 & 118.4\times8.75 + 135.2\times-7.5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 22 \end{bmatrix}$$

There were 16 children and 22 adults!

Probability

Probability

How **likely** something is to happen

Many events can't be predicted with total certainty. The best we can say is how likely they are to happen, using the idea of probability.

Tossing a Coin

When a coin is tossed, there are two possible outcomes:

Heads (H) or
Tails (T)

Also:

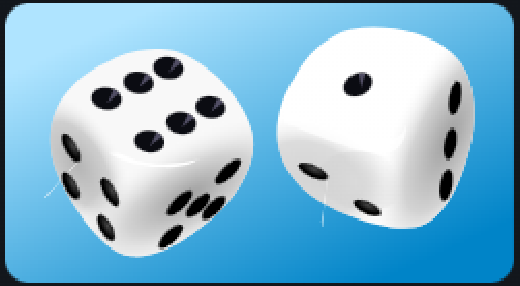
- the probability of the coin landing **H** is ½
- the probability of the coin landing **T** is ½

Probability

How **likely** something is to happen

Many events can't be predicted with total certainty. The best we can say is how likely they are to happen, using the idea of probability.

Throwing Dice



When a single die is thrown, there are six possible outcomes: **1, 2, 3, 4, 5, 6.**

The probability of any one of them is $\frac{1}{6}$

Probability

How **likely** something is to happen

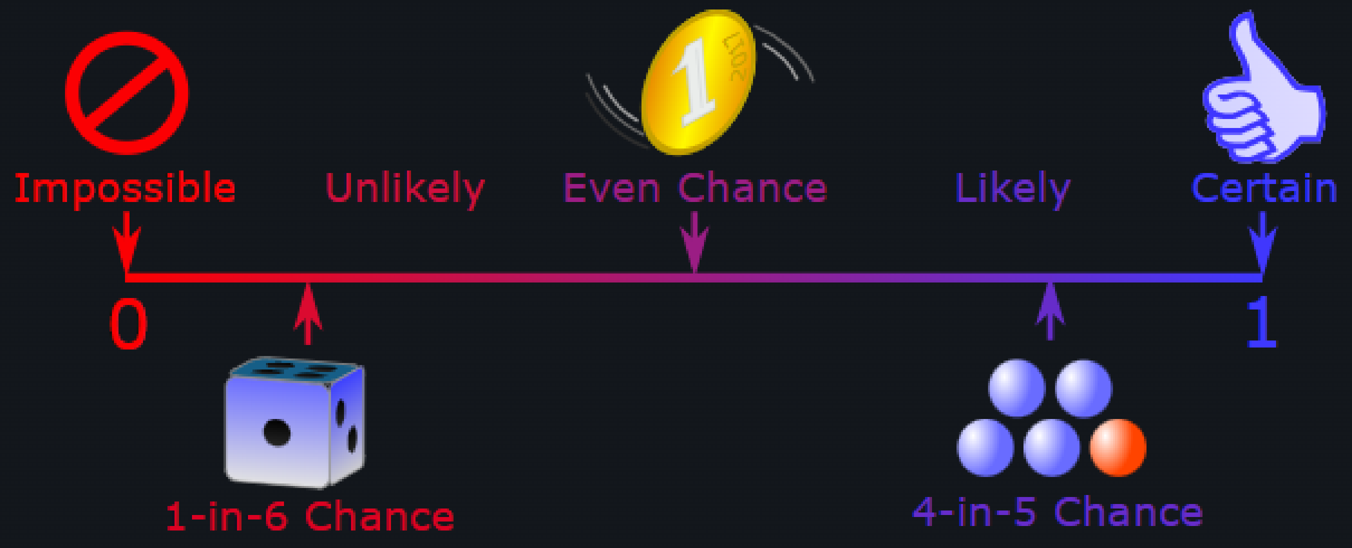
Many events can't be predicted with total certainty. The best we can say is how likely they are to happen, using the idea of probability.

$$\text{Probability of an event happening} = \frac{\text{Number of ways it can happen}}{\text{Total number of outcomes}}$$

Probability

Probability Line

We can show probability on a Probability Line :



Probability is always between 0 and 1

Probability

Experiment: a repeatable procedure with a set of possible results.

Example: Throwing dice

We can throw the dice again and again, so it is repeatable.

The set of possible results from any single throw is {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Outcome: A possible result.

Example: "6" is one of the outcomes of a throw of a die.

Probability

Trial: A single performance of an experiment.

Example: I conducted a coin toss experiment. After 4 trials I got these results:

Outcome	Trial	Trial	Trial	Trial
Head	✓	✓		✓
Tail			✓	

Three trials had the outcome "Head", and one trial had the outcome "Tail"

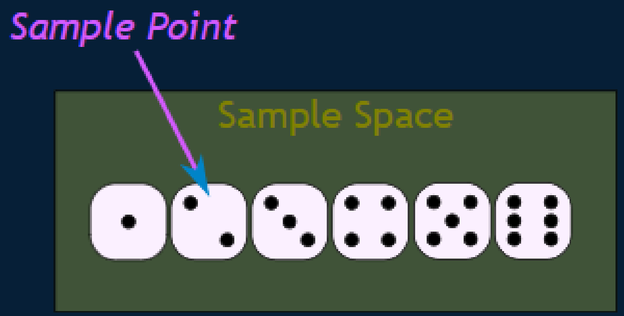
Probability

Sample Space: all the possible outcomes of an experiment.

Sample Point: just one of the possible outcomes

Example: Throwing dice

There are 6 different sample points in that sample space.



Probability

Event: one **or more** outcomes of an experiment

Example Events:

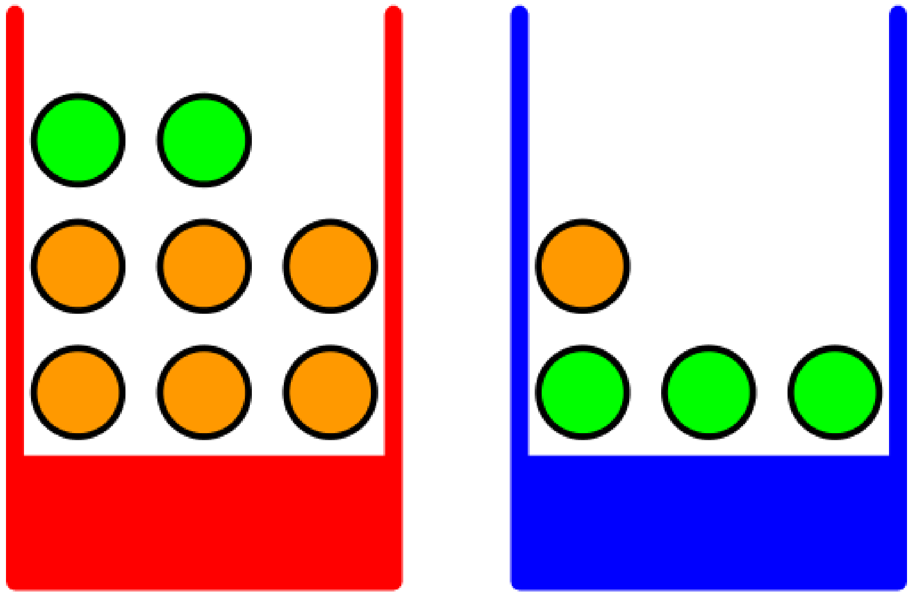
An event can be just one outcome:

- Getting a Tail when tossing a coin
- Rolling a "5"

An event can include more than one outcome:

- Choosing a "King" from a deck of cards (any of the 4 Kings)
- Rolling an "even number" (2, 4 or 6)

Probability

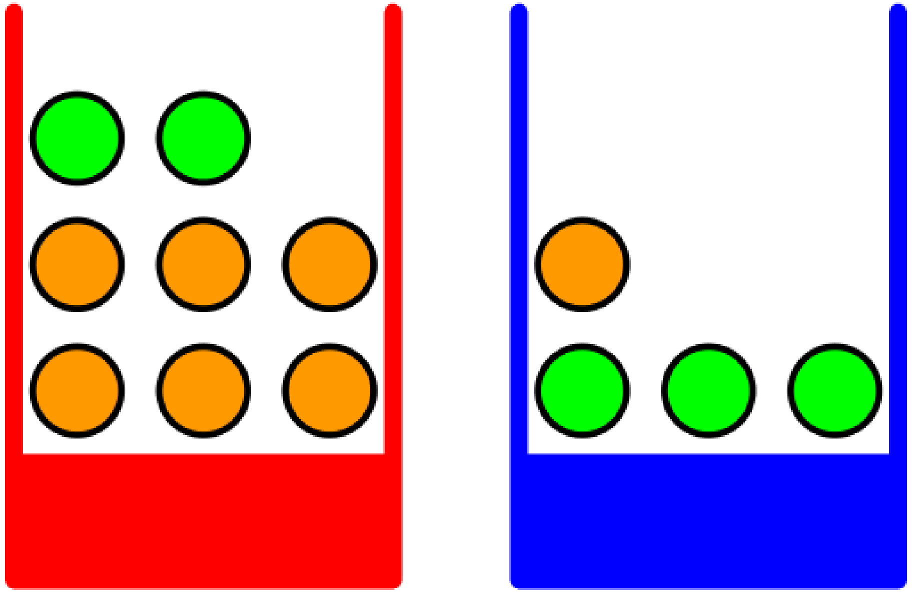


Box of Orange & Apple

Suppose we randomly pick one of the boxes and from that box we randomly select an item of fruit and having observed which sort of fruit it is we replace it in the box from which it came.

We could imagine repeating this process many times. Let us suppose that in so doing we pick the red box 40% of the time and we pick the blue box 60% of the time.

Probability



Box of Orange & Apple

In this example, the identity of the box that will be chosen is a **random variable**, which we shall denote by **B**

Two Possible values

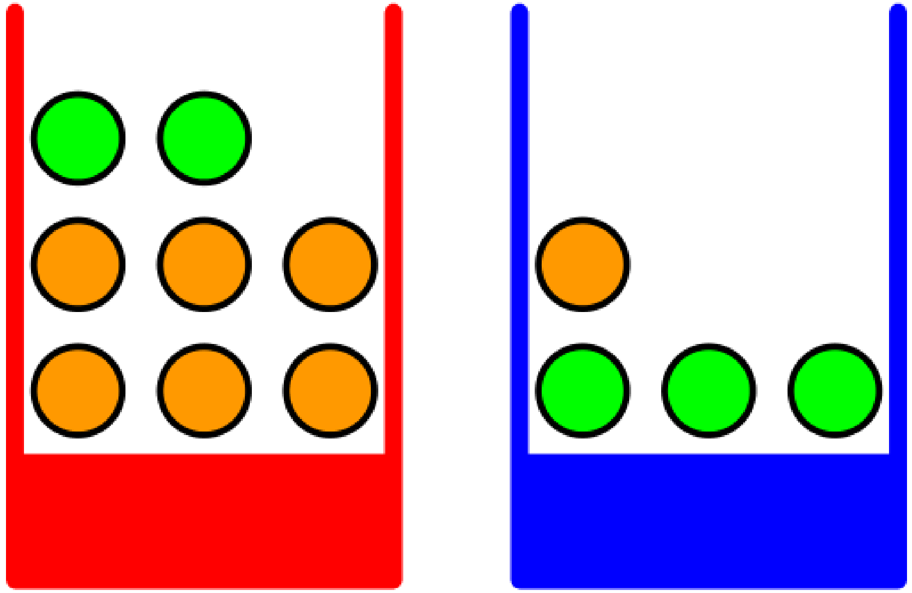
r (red box) and b (blue box)

Similarly, the identity of the fruit is also a **random variable** and will be denoted by **F**

Two Possible values

a (apple) and o (orange)

Probability



Box of Orange & Apple

ความน่าจะเป็นในการเลือกกล่องแต่ละสี

$$p(B = r) = \frac{4}{10}$$

$$p(B = b) = \frac{6}{10}$$

*** ค่าของความน่าจะเป็นต้องอยู่ในช่วง [0, 1]

ตัวอย่างคำถามที่เกิดขึ้น

- ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ Apple คือเท่าใด
- ถ้าเราหยิบได้ Orange ความน่าจะเป็นที่หยิบจากกล่องสีน้ำเงิน (Blue) คือ เท่าใด


KEEP IT UP