

Aufgabe 1

b) num-an-straßen:  $\mathcal{O} \times \mathcal{I} \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\text{num-an-straßen}(o) := |\{s \in \text{STRASSE} \mid o \in \text{l\"auft-durch}(s)\}|$$

$o \in \text{Ort}$   
in Mengen Quantoren hat nach  
[103]

c)  $\text{valide-route}(\perp) = w$   
 $\left[ \text{valide-route}(s) = w \right]$

$$\text{valide-route}(\langle x, xs \rangle) = \begin{cases} \text{valide-route}(xs) & \text{falls } (s, w) \in \text{kreuzt} \\ f & \text{sonst} \end{cases}$$

d)  $\mathcal{R} := \{(o_1, o_2) \in \text{Ort} \times \text{Ort} \mid \exists s_1, s_2 \in \text{STRASSE} : o_1 \in \text{l\"auft-durch}(s_1) \wedge o_2 \in \text{l\"auft-durch}(s_2)\}$

reflexiv?  $o \mathcal{R} o$  mit  $o \in \text{Ort}$

nehmen wir an  $|\text{STRASSE}| := |\{\text{Strasse, Weg}\}|$  mit  $o \in \text{l\"auft-durch}(\text{Strasse})$  und  $o \in \text{l\"auft-durch}(\text{Weg})$  aber  $\neg (\text{Strasse, Weg}) \in \text{kreuzt}$

Ns: 2

$\Rightarrow \neg o \mathcal{R} o$  somit keine Äquivalenzrelation

Aufgabe 2

a)  $\varphi_1 \in \text{STRASSE} \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\varphi_1 \in \text{spuren} \Leftrightarrow (\forall s_1, s_2 \in \text{STRASSE} : (\neg s_1 = s_2 \wedge \text{spuren}(s_1) = 2 \wedge (s_1, s_2) \in \text{kreuzt}) \Rightarrow (\text{spuren}(s_2) = 2))$$

b)  $\varphi_2 \in \text{STRASSE} \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\varphi_2 \in \text{spuren} \Leftrightarrow |\{s \in \text{STRASSE} \mid \text{spuren}(s) = 2\}| < |\{v \in \text{STRASSE} \mid \text{spuren}(v) = 1\}|$$

c)  $\varphi_3 \in \text{STRASSE} \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\varphi_3 \in \text{spuren} \Leftrightarrow \forall s \in \text{STRASSE} : \exists o \in \text{Ort} : (\text{spuren}(s) = 5 \wedge o \in \text{l\"auft-durch}(s)) \Rightarrow (\exists v \in \text{STRASSE} : \text{spuren}(v) = 5 \wedge (s, v) \in \text{kreuzt} \wedge o \in \text{l\"auft-durch}(v))$$

d)  $\varphi_4 \in \text{STRASSE} \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\varphi_4 \in \text{spuren} \Leftrightarrow \forall (s, s', s'') \in \text{ROUTE} : (\text{valide-route}(r) \wedge \text{anzahl}(r) = 3) \Rightarrow (\exists o \in \text{Ort} : o \in \text{l\"auft-durch}(s) \wedge o \in \text{l\"auft-durch}(s'))$$

(Hinweis: Aufgabe 2 d war etwas schwieriger deswegen gibt es mehrere unterschiedliche Lösungsvorschläge)

$$\text{count}: \mathbb{N}_0 \times \text{ROUTE} \rightarrow \{w, f\}$$

$$\text{count}(n, ()) := f$$

$$\text{count}(n, (X, x)) := \begin{cases} w & \text{wenn } n=0 \\ \text{count}(n-1, x) & \text{sonst} \end{cases}$$

$$P_4 := \forall (s_1, s_2, s_3) \in \mathbb{N} \{ r \in \text{ROUTE} \mid \text{count}(3, r) \} : \forall o_1, o_2 \in \text{ORT} :$$

$$(\text{Valid-route}((s_1, s_2, s_3)) \wedge \neg(o_1 = o_2) \wedge$$

$$((o_1 \in \text{l\"auft-durch}(s_1)) \wedge (o_2 \in \text{l\"auft-durch}(s_3))) \vee$$

$$((o_1 \in \text{l\"auft-durch}(s_3)) \wedge (o_2 \in \text{l\"auft-durch}(s_1))))$$

$$\Rightarrow \forall s \in \{s_1, s_2, s_3\} : \text{spuren}(s) = 1$$

$$\forall s_1, s_2, s_3 \in \text{STADT} : \exists o_1, o_2 \in \text{ORT} : (\text{Valid-route}((s_1, s_2, s_3)) \wedge s_1 = s_2 \wedge s_2 = s_3 \wedge s_3 = s_1 \wedge o_1 = o_2 \wedge ((o_1 \in \text{l\"auft-durch}(s_1)) \wedge o_2 \in \text{l\"auft-durch}(s_3))) \\ \Rightarrow (\text{spuren}(s_1) = 1 \wedge \text{spuren}(s_2) = 1 \wedge \text{spuren}(s_3) = 1)$$

### Aufgabe 3

a)

$$\begin{array}{l} \text{rNum} \quad \text{rVar} \quad o = 6(x) \\ \text{r0} \quad \frac{\langle 3, 6 \rangle \Downarrow 3}{\langle x, 6 \rangle \Downarrow 0} \quad o = 3 \cdot 0 \\ \text{r1} \quad \frac{\langle (30x), 6 \rangle \Downarrow 0}{\langle (x := (30x)), 6 \rangle \Downarrow 6'} \quad o = 6(x) \\ \quad \quad \quad \langle (x := (30x)); x := x, 6 \rangle \Downarrow 6' \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \text{r1} \quad \frac{\langle c, 6 \rangle \rightarrow 6' \quad \langle (X \text{ leq } Y), 6' \rangle \Downarrow \text{false} \quad \langle \text{do } c \text{ while -inc } X, 6' \rangle \rightarrow 6''}{\langle \text{do } c \text{ while -inc } X, 6 \rangle \rightarrow 6'} \quad \begin{array}{l} y \in \text{Var} \\ y := X \text{ vor Ausführung von } c \end{array} \\ \text{r2} \quad \frac{\langle c, 6 \rangle \rightarrow 6' \quad \langle (X \text{ leq } Y), 6' \rangle \Downarrow \text{true}}{\langle \text{do } c \text{ while -inc } X, 6 \rangle \rightarrow 6'} \quad \begin{array}{l} y \in \text{Var} \\ y := X \text{ vor Ausführung von } c \end{array} \end{array}$$

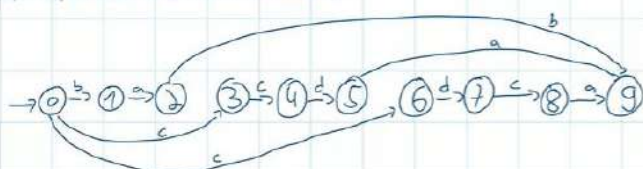
(Für die Aufgabe 3 b gibt es einen alternativen Lösungsvorschlag)

$$\text{rdwt} \quad \frac{\langle c, \sigma \rangle \rightarrow \sigma' \quad \langle \text{do } c \text{ while inc } X, \sigma' \rangle \rightarrow \sigma'}{\langle \text{do } c \text{ while inc } X, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'} \quad \sigma(X) < \sigma'(X)$$

$$\text{rdwf} \quad \frac{\langle c, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'}{\langle \text{do } c \text{ while inc } X, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'} \quad \sigma(X) \geq \sigma'(X)$$

## Aufgabe 5

traces =  $\{(1, (b)), (b, a), (b, a, b), (b, a, b, \sqrt{}), (c), (c, c), (c, c, d), (c, c, d, a), (c, c, d, a, \sqrt{}), (c, d), (c, d, c), (c, d, c, a), (a, d, c, a, \sqrt{})\}$



$\rightarrow = \{(0, b, 1), (1, a, 2), (2, b, 9), (0, c, 3), (3, c, 4), (4, d, 5), (5, a, 9), (0, c, 6), (6, d, 7), (7, c, 8), (8, a, 9)\}$

b)  $P = ((c \rightarrow (Q \parallel R)) \cap (X \rightarrow S))$   
 $E_Q = \{a, b, c, \sqrt{}\}$   
 $E_R = \{a, b, d, \sqrt{}\}$   
 $E_S = \{a, b, c, d, \sqrt{}\}$

$Q = e_Q (c \rightarrow (a \rightarrow \text{SKIP}_{e_Q}))$   
 $R = e_R (d \rightarrow (a \rightarrow \text{SKIP}_R))$   
 $S = e_S (a \rightarrow (b \rightarrow \text{SKIP}_{e_S}))$   
 $X = b$

b)  $P = ((c \rightarrow (Q \parallel R)) \cap (X \rightarrow S))$

$E_Q = \{a, b, c, \sqrt{}\}$  : Symbole die Q verwenden darf

$E_R = \{a, b, d, \sqrt{}\}$  : Symbole die R verwenden darf

$E_S = \{a, b, c, d, \sqrt{}\}$

$Q = e_Q (c \rightarrow (a \rightarrow \text{SKIP}_{e_Q}))$

$R = e_R (d \rightarrow (a \rightarrow \text{SKIP}_R))$

$S = e_S (a \rightarrow (b \rightarrow \text{SKIP}_{e_S}))$

$X = b$

$(P \parallel Q)$  : synchronisiert  
bei gleich  
gelesenen Symbolen

c