

# 低雷诺数卡门涡街数值模拟<sup>\*</sup>

闵强利

(中国船舶重工集团公司第七一〇研究所,湖北 宜昌 443003)

**摘要:**采用有限体积法、结构化网格和  $k-\epsilon$  模型求解不可压缩 N-S 方程,对  $Re = 200$  和  $800$  情况下的圆柱绕流进行数值模拟,再现了圆柱尾部卡门涡街生成和脱落的发展过程.计算结果表明:当  $Re = 200$  时圆柱尾部生成稳定的涡街;随着雷诺数的增加,当  $Re$  达到  $800$  时,涡街出现不规则,并表现出三维效应.

**关键词:**卡门涡街;雷诺数;数值模拟

**中图分类号:** O35

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1006-0707(2009)11-0081-03

卡门涡街是粘性不可压缩流体流经钝物体时产生的一种典型流体现象.流体绕流高大烟囱、高层建筑、电线、油管道和换热器的管束时都会产生卡门涡街.卡门涡街引起的流体振动,造成声响.除了电线的“同鸣声”外,在管式热交换器中使管束振动,发出强烈的振动噪声,锅炉发出低频噪声即属此列.更为严重的是对绕流物周期性的压强合力可能引起共振<sup>[1]</sup>,潜水艇潜望镜遇到这种情况,将不能正常工作.美国华盛顿州塔克马吊桥(Tacoma, 1940)因设计不当,在一次暴风雨中由桥体诱发的卡门涡街在几分钟内将桥摧毁.

关于这个问题的研究,直到上世纪70年代才开始引起人们的极大关注和广泛兴趣<sup>[2]</sup>.在工程实践中,特别是近年来海洋工程和风工程等实际应用的需要,绕流问题越来越成为人们关注和研究的焦点,具有很强烈的应用背景和重要的学术价值.

流体力学问题中流场的复杂性与其控制方程的高度非线性导致在许多带一般性的问题上,直接求解解析存在相当大的数学困难,甚至有时几乎不可能.近年来,随着计算方法和相关技术的不断改进,数值模拟在流体力学研究中发挥了越来越重要的作用,使得采用数值方法解决复杂的流体力学问题成为可能.

本文中采用有限体积法、结构化网格和  $k-\epsilon$  模型求解不可压缩 N-S 方程,对  $Re = 200$  和  $800$  情况下的圆柱绕流进行数值模拟,再现了圆柱尾部卡门涡街生成和脱落的发展过程<sup>[3]</sup>.计算结果表明:当  $Re = 200$  时圆柱尾部生成稳定的涡街;随着雷诺数的增加,当  $Re$  达到  $800$  时,涡街出现不规则,并表现出三维效应.计算结果与文献结果一致,可以为工程应用提供良好的参考价值.

## 1 数值模型与数值方法

### 1.1 控制方程

对于不可压缩粘性流体,在直角坐标系下,其运动规律受 N-S 方程控制,连续性方程和动量方程分别为:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

### 1.2 $k-\epsilon$ 模型

本文中采用  $k-\epsilon$  模型(近壁区域采用壁面函数处理)数值模拟刚性圆柱体在均匀流场中的水动力特性问题.  $k-\epsilon$  模式是最为人所知和应用最广泛的两方程粘性模式,  $k$  方程表示湍动能输运方程,  $\epsilon$  方程表示湍动能的耗散率.

雷诺应力的粘性模型为:

$$\tau_{ij} = -\rho \bar{u} u_{ij} = 2\mu_t \left( S_{ij} - \frac{S_{nn} \delta_{ij}}{3} \right) - \frac{2\rho k \delta_{ij}}{3}$$

式中:  $\mu_t$  为湍粘性;  $S_{ij}$  为平均速度应变率张量;  $\rho$  为流体密度;  $k$  为湍动能;  $\delta_{ij}$  为克罗内克算子.

湍粘性定义为湍动能  $k$  和湍流耗散率  $\epsilon$  的函数:

$$\mu_t = \frac{c_\mu f_\epsilon \rho k^2}{\epsilon}$$

湍流输运方程可表示成以下形式:

湍流能量输运方程

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} - \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \tau_{ij} S_{ij} - \rho \epsilon + \varphi_k$$

能量耗散输运方程

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j \epsilon - \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) =$$

\* 收稿日期: 2009-09-10

作者简介: 闵强利(1981—),男,河南新郑人,硕士,工程师,主要从事机械设计与流体计算研究.

$$c_{e1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} S_{ij} - c_{e2} f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \varphi_e$$

这里右端项分别表示生成项、耗散项和壁面项。

### 1.3 计算区域和边界条件

计算区域如图1所示,以圆柱直径  $D$  为特征长度 ( $D$  取 0.02 m),长度取  $40D$ 。为了消除边界对于圆柱周围流场的影响,圆柱上游取  $15D$ ,下游取  $60D$ ,横向取  $30D$ ,根据尝试计算,以上区域的选择可以满足计算要求<sup>[4]</sup>。计算区域网格采用分块结构化网格,网格总量约 40 万,剖面网格如图2所示。

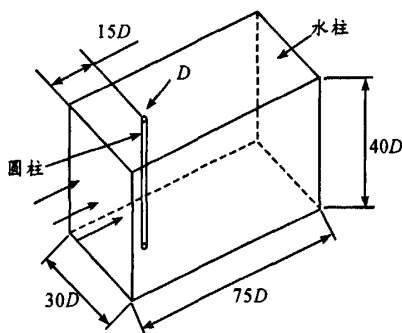


图1 流场区域

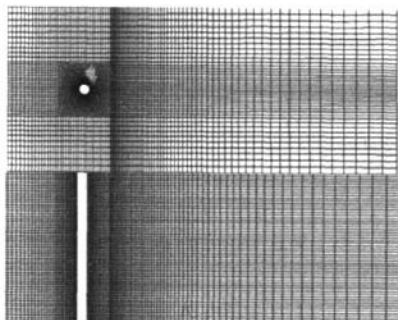


图2 剖面网格

边界条件定义如下:

圆柱表面为壁面边界条件,即:  $U_n = 0$ ;

进口条件:均匀流速  $u = u_0, v = 0$ ;

出口条件:流场无穷远处,静压  $P = 0$ ;

雷诺数定义为:  $Re = u_0 d / \gamma$ 。

## 2 计算结果及分析

对于  $Re = 200$  时的模拟,圆柱体直径  $D = 0.02$  m,来流速度  $U = 0.01$  m/s,压力-速度耦合采用 SIMPLEC 算法,时间步长取 0.1 s。  $Re = 800$  时的计算,选用的模型与  $Re = 200$  时相同,调整来流速度为  $U = 0.04$  m/s,时间步长保持 0.1 s,其他设置基本相同。图3~6给出了计算结果。

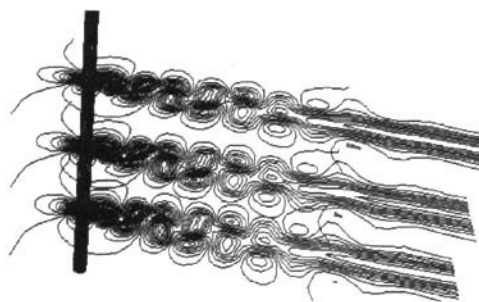


图3 三维速度等值线图 ( $Re = 200$ )

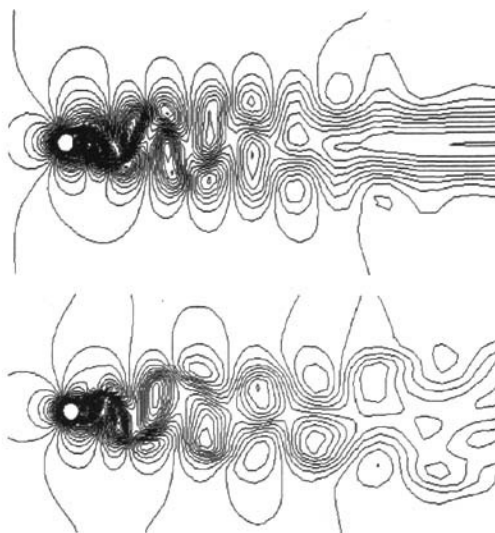


图4 速度等值线图 ( $Re = 200, 800$ )

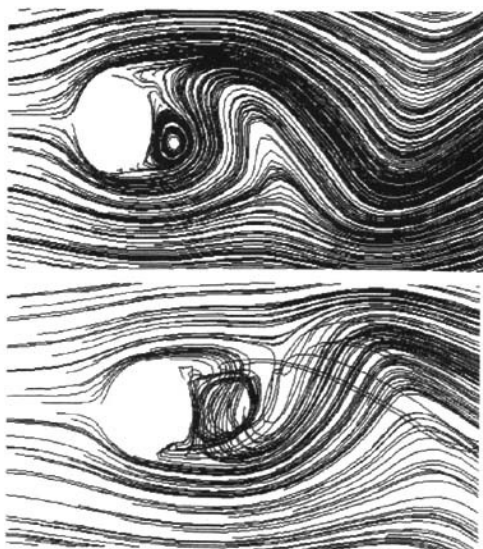
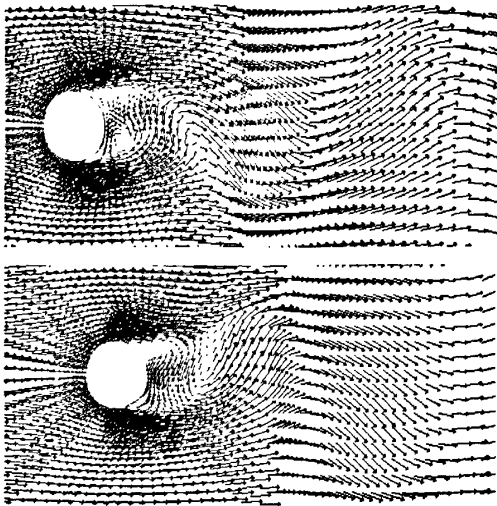
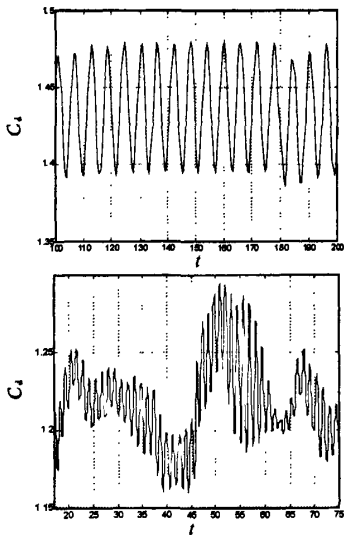


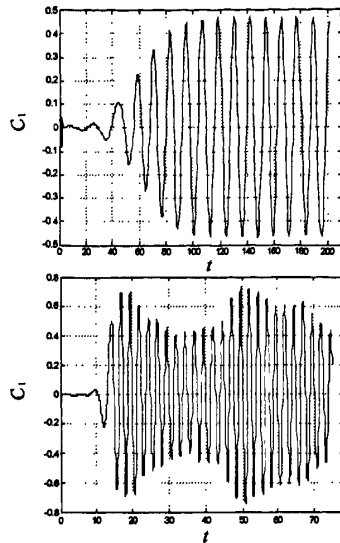
图5 流线图 ( $Re = 200, 800$ )


 图6 速度矢量图( $Re = 200, 800$ )

通过计算得到了圆柱时均阻力系数和时均升力系数曲线.时均阻力系数曲线如图7所示.从图中可以看出,阻力系数在 $Re = 800$ 时不但具有大周期还伴有小周期,这与 $Re = 200$ 是有根本的不同,这也从另一个侧面证实了随着雷诺数的增加,圆柱周围的流场在沿圆柱展向方向上的脱落逐渐出现了不同步<sup>[5]</sup>.


 图7 时均阻力系数曲线( $Re = 200, 800$ )

时均升力系数曲线如图8所示.在 $Re = 200$ 时,变化基本近似于正弦曲线; $Re = 800$ 时,不存在稳定的幅值,整个侧向力系数的时程曲线呈现出“拍”的形状.


 图8 时均升力系数曲线( $Re = 200, 800$ )

### 3 结论

1) 计算结果表明:应用 Fluent 软件,采用分块划分结构化网格的方法,能够较准确的模拟出低雷诺数下卡门涡街的产生、发展和脱落的演化过程,计算结果能够反映升阻力系数的变化特性.

2) 可以进一步探讨高雷诺数下卡门涡街的不稳定特性.

### 参考文献:

- [1] Kalro V, Tezduyar T. Parallel 3D computation of unsteady flows around circular cylinder [J]. Parallel Computing, 1997, 23(9): 1235 - 1248.
- [2] Coutanceau M, Bouard R. Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation. Part 1: Steady flow, J. Fluid Mech, 1977, 79(2): 231 - 256.
- [3] Fornberg B. Steady viscous flow past a circular cylinder up to Reynolds number 600. J. Comp. Phys. 1985, 61(2): 297 - 320.
- [4] Chakraborty J, Verma N, Chhabra R P. Wall effects in the flow past a circular cylinder in a plane channel: a numerical study, Chemical Engineering and Processing, 2004, 43(12): 1529 - 1537.
- [5] Norberg C. Flow around a circular cylinder: Aspects of fluctuating lift. Journal of Fluids and Structures, 2001, 15(3): 459 - 469.