

2020 计算方法实验题

- 1 在区间 $[-1,1]$ 上取 $x_k = -1 + \frac{2}{n}k$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$, $n=10$, 对函数 $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ 作多项式插值, 分别画出插值函数及 $f(x)$ 的图形, 并估计误差。由此插值公式推导对应的积分公式, 积分余项, 及代数精度, 并用此积分公式计算 $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+25x^2} dx$ 并估计误差。
- 2 在区间 $[-1,1]$ 上取点 $x_k = \cos \frac{2k+1}{2(n+1)}\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$, $n=10$, 对函数 $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ 作多项式插值, 分别画出插值函数及 $f(x)$ 的图形, 并估计误差。若取 $n=0, 1, 2$, 由此插值公式推导对应的积分公式, 积分余项, 及代数精度, 并用此积分公式计算 $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+25x^2} dx$ 并估计误差。
- 3 在区间 $[-1,1]$ 上取 $x_k = -1 + \frac{2}{n}k$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$, $n=10$, 对函数 $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ 作分段折线函数插值, 分别画出插值函数及 $f(x)$ 的图形, 并比较误差。由此插值公式推导对应的积分公式, 积分余项, 及算法的收敛阶, 并用此积分公式计算 $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+25x^2} dx$ 并估计误差。
- 4 在区间 $[-1,1]$ 上取 $x_k = -1 + \frac{2}{n}k$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$, $n=10$, 对函数 $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ 作分段 Hermite 插值, 分别画出插值函数及 $f(x)$ 的图形, 并估计误差。由此插值公式推导对应的积分公式, 积分余项, 及算法的收敛阶, 并用此积分公式计算 $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+25x^2} dx$ 并估计误差。
- 5 在区间 $[-1,1]$ 上, 将区间等分 10 等分, 每一段上用两点 Gauss 型公式进行积分计算, 得到复化 Gauss 型积分公式, 推导此积分公式, 积分余项, 及算法的收敛阶, 并用此积分公式计算 $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+25x^2} dx$ 并估计误差。
- 6 分析比较上面各组近似函数和近似积分公式 (包括误差分析和计算量), 说说它们各自的特点和你的体会。你能在此基础上做进一步的探索吗?

附注:

- 1 $\frac{1}{1+25x^2}$ 的原函数是 $\frac{1}{5} \arctg(5x)$
- 2 编程语言不限, 但不得直接调用现成的插值、积分命令, 需要你在我们课堂教学的基础上, 编程实现上述插值、积分算法。
- 3 上交大作业包括: 题目, 计算方法, 程序, 计算结果 (可以图表形式表达) 及你的算法分析与体会