S M T W T F S 7316. 2-3-4-501-6-8-9 2 用改进欧拉法和梯形法解剂值问题 $y' = x^2 + x - y$. $y_{10} = 0$. 取长 h=0.1, 计算到 7=0.5, 并与准确值 y=-e7+7-741 相比较 解当年15时,海塘重步-€40.5-0.5+1≈0.143469340 改进欧拉法: Jm = Jn+ 之h[f(xn, yn)+f(xn+, yn+hf(xn, yn)) 将foxy=x+x-yr体入网·ym=yn+=h[xn+xn-yn+xn+xm-yn-h(xn+xn-yn)] = (1-h+5) yn + \frac{1}{2} [(1-h)7n(Hxn) + (H7m)7mm] 将 76=0, Yo=0 FA, 得 Y,=0,0055 同程, 习得 y= 0.0219275 , y=0.050144388. $y_{4} = 0.090930671, y_{5} = 0.144992257$ 与淮湖值即误差为 | Y-Y5 | = 0. LUT 22917×10-2 横形法: Ym= Yn+ = Lf(xn, yn)+f(xm, ynn)] : Ynu = Yn + \frac{h}{2} [\frac{7}{n} + \frac{7}{n+1} + \frac{7}{n+1} - \frac{7}{n+1}] $y_{n+1} = \frac{2-h}{h+2}y_n + \frac{h}{h+2} \left[\gamma_n (H \chi_n) + \gamma_{n+1} (H \chi_{n+1}) \right]$ 将为=0, 1=1, 1=0,1代入 得 4,=0.005238095 月程. 万得. 1 = 0.021405896 , 13=0.049367239

4=0.089903692 4=0.143722388

5-淮河阵的没差 → |y-y₅| = 0.253048 ×10⁻³

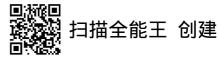
3. 用稀形法解剖腹顶腿 1/10/21. 证明某近似解为 1/= (2/h)" 并证明当 h→0 时, 它收敛于原初疆 直问题 由海确解 y=e-> 解·棒形公式 Ym= 5+ + [fon, yn)+fon, ynn)] 将foxy1=-y+入有 ym= yn+ 点I-yn-ym] $y_{n+1} = \left(\frac{2-h}{2+h}\right) y_n = \left(\frac{2-h}{2+h}\right) y_{n+1} = \cdots = \left(\frac{2-h}{2+h}\right) y_n = \left($: 用棒形 A式 稻田正似解为 Yn=(三寸)" 从内方长,经生力步之后的X为nh.:h.元. 当h70时,近瓜值 lim yn=lim (2-1/2+11)分 $=\lim_{n\to\infty} \left(\left(\frac{2h}{2+h} \right)^{\frac{2h}{h}} = \lim_{n\to\infty} \left[\left(\frac{2h}{2+h} \right)^{\frac{2h}{2h}} \right]^{\frac{2h}{2h}} \frac{2h}{2h} \frac{2h}{h}$ = lim (e⁻¹) = e⁻⁷ : 收敛于海解 y=e⁻⁷.

4 利用欧拉方法计算积分 set tt 在点和03,1,15,2 由近似鱼 解: 全y= | ret dt - 图 y'= ex _ 且 y10)=0 全长 h=0.5 根据的拉方法由公式: 1/m=1/n+hfcm,yn)=1/n+050m · y05]=y= 10+05ex=0.5 y(1)= y= y,+05en = 1.1420127 y (1.5)= y= y=+0.5e = 2.5011536. $y(2) = y_4 = y_3 + 0.5e^{x_3} = 7.2450215$

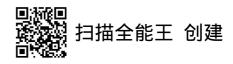
ATE .	0.000
J.取 h=0.2 用四阶经典的位格-	传播旅光解下列初值回题
7 y= x+y, 0 < x < 1	
y(0)=1.	1. j. rit - 4
解: 四科 Ruy-Kuth 算法 Jn+1= Jn+16	K+2K2+2K3+K4)
其中 K,=f(xn,yn)= xn+yn	
K= font= 1, 1, + + +1) = x+++++	$h+\frac{h}{2}(\chi_n+y_n)=\frac{h}{2}+(1+\frac{h}{2})(\chi_n+y_n)$
K= f(x+=, y++==)=x+=+y6	+5[5+(H多)以州]=(5+年)+(H至+年)(入
$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + hk_3) = (h + \frac{h^2}{2} + \frac{h^2}{4}$)+(Hh+2+4)(m+yn)]
= Yn+= Yn+6(K,+2K2+2K3+K4)	
= yh + \frac{h}{b}[(3h+h^2+\frac{1}{4})+(6+3)	$h+h^2+\frac{h^3}{4})(7n+y_n)$
7 h=a2 : Yn+1 = 0.2214 xn +1.2	21444+0.0214
净 7ω=0, y₀=1 代λ, 得 y,=1.	2428
同理。得 1/2=1.58363592	ys= 2.044212912688

J4=2.65104165 Y5=2436502

: 0~1~1 : 只计算到 14=0.8, 4=2.65104165



Yn+1 = Yn+h \(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \ri
$y_{n+1} = \frac{2 + h\lambda}{2 - h\lambda} y_n (h\lambda + 2)$
安康之绝对确定 网 \\ = \(\frac{2+h\hat{h}}{2-h\hat{h}} \\ \\ \\ \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \
$\frac{2+h\lambda}{2-h\lambda} \leq 1 \implies h\lambda < 0 2-h\lambda > 0$
hn-2 <2+hn <2-hn =2-hn =2-hn =2-hn ≤2-hn
i, h _{>0}
· 绝对稳定区的(0,0)
9 对于初值问题 y'= -100(y-x')+2x, y(0)=1.
(1) 用欧拉法求解,步长h取什么范围的值,才能使计算稳定
(2) 老用四阶龙格一库格法计算,专长为如回选取?
(3) 老用稀形公式计算,步长上有无限制
解: (1) 用欧拉法未解 ynn=yn+hf(xn,yn)= yn+h // =(1+h/)yn
要使计算稳定 网 (Z++1 = (HhA)En ≤ En RP HhA ≤)
市此最中入取-100:11-100h1<1 0 <h<02< td=""></h<02<>
: h取(0,0-2)时,计算稳定
(2), 由于四阶位格-库塔法的拖对稳定域为 0~h<-278/7.
而此配单 7为 100 ·· 步k h 应满足 0 < h < -0.0278
(3) 对横形公式, ym=yn+呈[f(xn,yn)+f(xn+1,ym+1))



S 	M	T	W	T	F	
-------	---	---	---	---	---	--

根据模型问题,灯得 1/11=1/1+之(λy.+λy,111)

· ym - 一些 yn. 霉亚亚维定

'門有 | 2+hil | <1 解母·0<hca

·横形这样 A-稳定的, 对步kh无限制

Andrew Market and Andrew Allertand