

关于孤立导体表面电荷分布的讨论

韩素红

(大同职业技术学院数理系, 山西 大同 037008)

摘 要: 目前教学中对带电孤立导体上电荷分布的讨论是定性的和特殊情况下的结论,对一般情况下的导体不能给出解释.本文从场的分布出发,经探讨得出了一个普遍规律,那就是决定孤立带电导体电荷分布的一般标准不是曲率大小,而是取决于导体表面对电场的屏蔽程度和它到几何中心的距离.

关键词: 孤立导体;电荷密度;场强;光滑面;凹陷面;凹陷口径

中图分类号: O 441⁺·1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-6353(2004)04-0073-02

1 带电孤立导体上电荷分布的定性的和特殊情况的讨论

现行教科书对带电孤立导体上的电荷分布,大体是从两方面论述的:一是从实验出发,即一个孤立带电导体用验电器加以检验,可以看出其电荷面密度与导体表面形状有关,向外突出的地方(曲率为正且较大)电荷较密,比较平坦的地方电荷较疏,向里凹进的地方(曲率为负)电荷最疏.稍做推论即可得到曲率愈大处,面密度愈大,曲率愈小处,面密度愈小的结论.二是假设有两个半径不等的导体球,分别带电 Q_1 和 Q_2 ,且均为孤立导体.根据球对称性,电荷在两球表面上均匀分布,再用细导线联结起来,因电势相等,即可得到两球面电荷密度与两球曲率成正比的比例.

第一种讲法对具有对称性的特殊导体而言是正确的.但在一般导体得了结论并非绝对正确,如图(1)所示,孤立带电导体按照曲率大处电荷面密度大,曲率小处面密度小的结论,a、b点曲率大电荷密度大,c点处电荷面密度应该比a、b处大.但实验表明,c点的实际密度比a、b点小.第二种结论也仅适用于球形孤立导体,对非球形孤立导体是不成立的,因而也不能作为一般结论.如图(2)所示,一无限大平

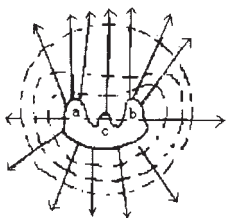


图 1

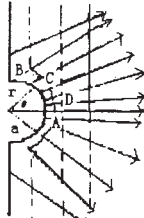


图 2

面中间某处隆起一半球面(半径为 a)的带电导体,面电荷分布为:半球面上 $\sigma = \frac{3E_0 \cos \theta}{4\pi}$,平面上 $\sigma = \frac{1}{4\pi} (1 - \frac{a^3}{r^3}) E_0$,其

中 (r, θ) 为导体表面各点的极坐标,无限远处场强 E_0 ,可得到半球顶点 A 处的面密度最大,半球面与平面交接处 B 点面密度最小,半球面和平面上的其它各点,虽然表面曲率相同,但由上式可知,电荷面密度并不相同.

上述事实表明,目前教材中有关这一问题的讨论不足以概括问题的全貌,需要进一步深入研究,得出普遍规律.

2 面电荷分布的一般规律的推导

要深入探讨电荷分布问题,只靠导体的形状是不够的,必须将场的问题也考虑进去,因为场的分布是直接由电荷的分布决定的,而不是由导体的形状决定的.可见,电荷的分布与场的联系比与导体形状的联系更为密切.

在带电导体表面外电场某处等势面上截取面积 S ,其场强近于均匀. S 两边的曲率半径分别为 r_1 和 r_2 ,再将 r_1 和 r_2 沿电力线方向向外移距离 dr 到另一等势面上;又截得面积 $S+ds$ 如图(3);在由 S 和 $S+ds$ 及周围 dr 宽的侧面所组成的闭合曲面中,应用高斯定理可得 $\Phi_S = \Phi_{S+ds}$,即两等势面上面积的通量增量为 0,即 $d(\mathbf{E} \cdot \mathbf{S}) = 0, Sd\mathbf{E} + \mathbf{E}dS = 0$.所以, $d\mathbf{E}/\mathbf{E} = -dS/S$

另,由图可得 S 和 $S+ds$ 的面积分别为

$$S = r_1 d\theta_1 \cdot r_2 d\theta_2$$

$$S+ds = (r_1+dr)d\theta_1 \cdot (r_2+dr)d\theta_2. \text{略去高阶小量}(dr)^2 \text{项;得}$$

$$dS = S+ds - S = (r_1+dr)dr d\theta_1 d\theta_2$$

将 S 表示式代入,得

$$dS = (\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) S dr \quad \text{即} \quad \frac{dS}{S} = (\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) dr.$$

当 S 为物理无限小时, r_1 和 r_2 趋于相等,今代以 r ,故得到

$$d\mathbf{E}/\mathbf{E} = -2dr/r.$$

现作一分析:在电场中任一点,电场强度沿场强方向

收稿日期:2004-08-23

作者简介:韩素红(1964-),女,山西大同人,讲师,主要研究方向:普通物理学。

相对变化率与该点等势面的曲率半径成反比,若等势面为凸面, $r>0$,则 $\frac{1}{E}\frac{dE}{dr}<0$.故离开凸面时,场强逐渐减弱,电力束发散;若等势面为凹面, $r<0$ 则 $\frac{1}{E}\frac{dE}{dr}>0$;渐离凹面时,场强逐渐增强,电力束收敛.对应着凸面,电力束发散,电荷面密度大;对应着凹面,电力束收敛,电荷面密度小.可见,导体电荷分布,是由电力束发散还是收敛及其程度决定的,而这种发散和收敛的程度是由所处的等势面的曲率决定的.所以,导体面电荷的分布,并不只取决于导体表面对应点的曲率,而且与导体外对应的沿电力线方向的等势面曲率分布的全部情况密切相关.

式 $dE/E=-2dr/r$ 指出,已知电场中某一点的电场强度为 E ,则紧靠导体表面一点的场强 E_0 为沿电力线方向对一系列曲率不同的等势面进行空间积分的结果,该对应点的电荷密度为 $\sigma=\epsilon_0 E_0$.



图 3

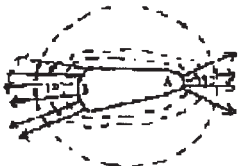


图 4

3 公式的应用

应用上述公式来分析检验几个孤立带电导体上的电荷分布,原则上可由对 $dE/E=-2dr/r$ 积分来求得.但实际上,导体外等势面的形状及曲率的分布是复杂的,有时可能导致积分不能进行,故该式多数情况下用于定性的分析.

3.1 大平面中隆起半球的导体 半球面上各点曲率相同,但各点电荷密度不同;平面上各点曲率相同,但其面密度不同.

参考文献

[1]张宣英.带电孤立导体表面电荷分布规律[J].宁夏教育学院学报,1996,(6):48-51.
[2]余锡斯.决定孤立导体电荷分布的一般标准[J].汉中师范学院学报,1995,(2):19-21.
[3]赵凯华,陈熙谋.电磁学[M].北京:人民教育出版社,1978.

究其原因,如同式 $dE/E=-2dr/r$ 所指出的,是由于导体表面电荷面密度是由沿电力线方向一系列等势面曲率分布的整体情况而决定的.图(2)中等势面的分布情况清楚地证实了这一点.

3.2 卵形带电孤立导体 由图(4)可知,凸端A的曲率大于凸端B的曲率,导体外等势面的分布情况为:A、B两端在沿电力线方向所对应的等势面部分是较密的凸面族,且在同一等势面上,如C、D两点,A端等势的曲率大于B端的曲率.且越接近导体表面,等势面的形状就越和导体表面性状相似,但在离导体足够远处,等势面的形状就愈近似为球面.显而易见,从A、B两端发出相同数目的电力线伸展到球形等势面上时,所穿过的面积是不同的,A端的大于B端且都大于其它地方.这说明,电力线束发散的度与等势面的曲率成正比,发散程度越高,电荷面密度越大,反之越小,这正是式 $dE/E=-2dr/r$ 的内容.

3.3 由图(1)中电力线的分布情况可以看出,从C点出发的电力线束的发散程度要小于a、b点的电力线发散的度,由式 $dE/E=-2dr/r$ 即可判断,C点电荷密度小于a、b点,这与实验结果完全一致.

4 结论

对于孤立带电导体面电荷密度分布问题,由以上分析得到的结论是:整个导体表面凸处电荷密度大且与各点到几何中心的距离有关.距中心点最近处电荷密度最大,平凹处电荷密度小且与屏蔽程度大小有关,埋藏最深的地方屏蔽最强,电荷密度最小.总之,孤立导体表面电荷密度分布不则由导体表面曲率单值决定的,而是由从导体表面出发或汇聚于表面的电力线束的发散程度来决定的.

Discussion on Charge Distribution on the Surface of an Isolated Conductor

Han Su-hong

(Department of physics and Mathematics, Datong Vocational College, Datong, Shanxi, China, 037008)

Abstract: In current teaching, discussion on charge distribution on the surface of an isolated conductor is only the qualitative study in special conditions, which cannot explain conductor in general conditions. The paper deduces the general laws of the charge distribution in general conditions.

Key Words: isolated conductor; density of charge; field intensity; smooth face; concave face; concave diameter

[责任编辑 赵立人]