

1. Combinatieleer : Oefeningen

$$\textcircled{1} \cdot C_{10}^5 = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{\cancel{10} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 252$$

$$P_9 = 9! = 362\,880$$

$$V_4^0 = \frac{4!}{(4-0)!} = \frac{4!}{4!} = 1$$

$$V_7^{-2} = 7^2 = 49$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{array}{l} 6 \neq \text{cijfers uit } 42 \\ \text{volgorde} \neq \text{v. belang} \end{array} \right\} \Rightarrow C_{42}^6$$

$$C_{42}^6 = \frac{42!}{6!(42-6)!} = \frac{42 \cdot 41 \cdot \cancel{40} \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot \cancel{36} \dots \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{6 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{36} \cdot \cancel{35} \dots \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5\,245\,786$$

$$\textcircled{3} \left. \begin{array}{l} \text{a) } \text{kerk} = \text{mogelijk} \\ \text{volg} = \text{van belang} \end{array} \right\} \bar{V}_5^5 = 5^5 = 3\,125$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } \text{kerk} = \text{mogelijk} \\ \text{volg.} = \text{van belang} \end{array} \right\} \bar{V}_7^5 = 7^5 = 16\,807$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } \text{kerk} \neq \text{mogelijk} \\ \text{volg.} = \text{van belang} \end{array} \right\} P_5 = 5! = 120$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } \text{kerk} \neq \text{mogelijk} \\ \text{volg.} = \text{van belang} \end{array} \right\} V_7^5 = 2520$$

(9) man: C_8^3
 vrouw: C_4^2 } $\frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{4!}{2!2!} = 56 \cdot 6 = 336$

volgorde \neq van belang herh. \neq mogelijk

(10) 10 vragen \rightarrow 4 antwoorden

a) $C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot \dots \cdot C_4^1 = 4 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 4 = 4^{10} = 1\,048\,576$

OF $\bar{V}_4^{10} = 4^{10} = 1\,048\,576$

b) $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot \dots \cdot C_3^1 = 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3 = 3^{10} = 59\,049$

OF $\bar{V}_3^{10} = 3^{10} = 59\,049$

(11) volg. = van belang } $V_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$
 herh. \neq mogelijk
 \Rightarrow antwoord: b

(12) volg. \neq van belang } $C_{30}^3 = \frac{30!}{3!27!} = 5 \cdot 29 \cdot 28$
 herh. \neq mogelijk
 $= 4060$
 \Rightarrow antwoord: d

(13) $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$

\Rightarrow antwoord: c

b) -) 3 letters staan vast \Rightarrow geen keuze meer,
 de andere 2 = vrije keuze uit de 7 overblijvers
 bub M: b c d f g h j k
 k: u e

de andere 2: heel \neq mog
 volg = van belang } $V_7^2 = 42$

die 3 die moeten: $P_3 = 3! = 6$

Op hoeveel plaatsen? \Rightarrow geen vrijheid meer
 b . c . d want gescheiden

$$\Rightarrow V_7^2 \cdot P_3 = 42 \cdot 6 = 252$$

$$\text{OF} \Rightarrow \underbrace{C_7^2} \cdot 2 \cdot P_3 = 252$$

volgorde \neq v. belang \Rightarrow 2 mog. om te plaatsen

-) voor de 3: $P_3 = 6$

voor de 2: $V_7 = 42$

Op hoeveel manieren plaatsen? = 3

b c d
 b c d
 b c d

$$\Rightarrow V_7^2 \cdot P_3 \cdot 3 = 252 \cdot 3 = 756$$

$$\text{OF} \Rightarrow \underbrace{C_7^2} \cdot 2 \cdot P_3 \cdot 3 = 756$$

-) samen + in gegeven volgorde \Rightarrow voor de
 3 onderling: ~~4~~ geen keuze meer

Op hoeveel plaatsen? = 3

b c d
 b c d
 b c d

$$V_7^2 \cdot 3 = 42 \cdot 3 = 126$$

$$\text{voor de 2: } V_7^2 = 42$$

OF: 4 cijfers nodig maar je mag er maar 2 nemen EN we nemen de volgende al mee dus: als je 0 1 neemt er duizend 10's \neq

$$V_{10}^2 = \frac{10!}{(10-2)!} = 10 \cdot 9 = 90$$

$$011021 \dots 109 = \#9$$

$$101121 \dots 119 = \#9$$

:

$$901911 \dots 198 = \#9$$

$$\begin{aligned} &9 + 9 + 9 + \dots + 9 \\ &= 90 \end{aligned}$$

Op hoeveel plaatsen kunnen we die 2 cijfers zetten waarbij de volgende al meegeronnen is?

...

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & \dots \\ & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 0 & 1 & \dots \\ & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 \end{array}} \right\} \# = 3$$

$$\Rightarrow 90 \cdot 3 = \boxed{270}$$

19 \exists 26 letters in het alfabet

als kub & tekens:

$\begin{array}{c} \cdot \\ - \\ \cdot \\ - \\ \cdot \end{array}$

slechts 4 letters

= te weinig

2^3

kub 3 tekens

$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & - & \cdot \\ - & \cdot & \cdot \\ - & - & \cdot \\ \cdot & \cdot & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{array}$

slechts 8 letters

= te weinig:

2^3

$$\Rightarrow \sqrt[2]{x} \geq 26 \Rightarrow 2^x \geq 26$$

\Downarrow

$$x = \boxed{5} \text{ want } 2^5 = 32 > 26$$