

Contrôle de cours de Logique du 17 Mars 2010

Nom :

Prénom :

Numéro étudiant :

Q1

En utilisant les symboles suivants :

- les constantes g pour George et h pour Hélène,
- le prédicat $M(x)$ pour “ x est un habitant de Montpezat”,
- le prédicat $A(x,y)$ pour “ x aime y ”,

modélisez en Logique du 1er ordre les affirmations :

- Si quelqu'un aime George et Hélène, alors ce n'est pas un habitant de Montpezat
- Il existe un habitant de Montpezat qui aime Hélène et que personne n'aime
- Tout habitant de Montpezat qui aime George aime un habitant de Montpezat qui aime Hélène
- Aucun habitant de Montpezat qui aime George n'est aimé par Hélène, sauf ceux qui aiment Hélène

Q2

Soit les formules $A: \exists x ((\forall y [\neg Q(x,y)]) \rightarrow P(x))$ et $B: \forall x [Q(x, f(x)) \rightarrow P(x)]$

Donnez les valeurs des deux formules A et B pour les deux interprétations suivantes ayant toutes les deux $\{2, 3\}$ comme domaine d'interprétation :

- Interprétation I_1 :

$$I_1(P) = \{2\}$$

$$I_1(Q) = \emptyset$$

$$I_1(f)(2) = 3, I_1(f)(3) = 3$$

- Interprétation I_2 :

$$I_2(P) = \{2\}$$

$$I_2(Q) = \{(2, 3), (3, 2)\}$$

$$I_2(f)(2) = 3, I_2(f)(3) = 3$$

Valeur de la formule pour l'interprétation	I_1	I_2
A		
B		

Soit les 2 formules :

$$D : \exists x (P(x) \rightarrow Q(x, x))$$

- a. Montrez que C et D ne sont pas équivalentes.
- b. L'une des 2 formules C et D est conséquence sémantique (logique) de l'autre. Laquelle ?
- c. Donnez une preuve de votre réponse à la question précédente.