- CORRECTION C.C. DECEMBRE 2014 -

- Exercice convexité -

2/1 (a) Sujet A : un parcours prof ou largeur convient.
Sujet B : l'algo ARBRE-COURANT convient.

1/2 (b) Sujet A : on construit les arêtes $\{x\,\text{père}(x) : x \in V \setminus R\}$
Sujet B : le plus simple est sûrement de faire un parcours sur les arêtes de arbre !

0.5 (c) Si G est connexe, G possède un arbre couvrant qui a $n-1$ arêtes donc $m \geq n-1$.

1 (d) les complexités écrites doivent être en accord avec les algos écrits.

1 (e) Si G est connexe, il admet un arbre couvrant T. Soit f une feuille de T. $T \setminus \{f\}$ est connexe couvrant $G \setminus \{f\}$, donc $G \setminus \{f\}$ est connexe.

1.5 (f).

```
T ← ARBRE-COURANT (G);
i ← 0;
Tant que (i < k)
    Choisir f feuille de T;
    T ← T\{f}.
    i ← i+1;
```

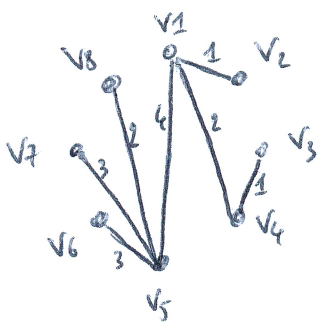
Mais il y a d'autres solutions possibles...

(7)

- Exercice arbre couvrant de poids min -

(a) Solution (sujet B) :

1.5



Arêtes traitées :
V_1V_2, V_3V_4, V_1V_4, V_5V_8, ~~V_2V_3~~, ~~V_2V_4~~, V_5V_6
V_5V_7, ~~V_6V_7~~, V_1V_5.

Coût total : 16.

0.5 (b) Si on remplace V_1V_5 par V_8V_4, on obtient un arbre couvrant de poids encore 16, donc un ACPM de G, dans lequel v_8 n'est pas feuille.

(c) $T \setminus f$ est un arbre couvrant de $G \setminus f$. S'il n'est pas de poids minimal alors il existe T' un arbre couvrant de $G \setminus f$ avec $\omega(T') < \omega(T \setminus f)$ où ω est la fonction de poids donnée dans l'énoncé.

1 Si on note x le voisin de f dans T. On a alors: $\omega(T' + xf) < \omega(T \setminus f + xf) = \omega(T)$

Et $T' + xf$ serait un arbre couvrant de G de poids < celui T, une contradiction.

(d) On peut faire comme suit:

- Calculer p le poids d'un ACPM de G.
- Si $G \setminus x$ n'est pas connexe retourner FAUX.

  Sinon

  1.5 Calculer un ACPM T' de $G \setminus x$.

  trouver $y \in Vois(x)$ tq: $\omega(xy) = \min\{\omega(xt) : t \in Vois(x)\}$.

  Si $\omega(T) = \omega(T') + \omega(xy)$ retourner VRAI.

  Sinon retourner FAUX.

4.5

$\boxed{\text{Exercice - g++ ALGO.cc -o ALGO; ./ALGO -}}$

1.5 (a) On peut retourner l'ensemble $X = \{a, b, c, d\}$.

(b) L.3 prend un temps $O(n)$.

À chaque tour du tant que L.5 i augmente de 1 strictement.

La boucle l.9 prend au pire un temps $O(n)$.

1 En tout le tant que L.5 prend un temps $O(n^2)$ et l'algo aussi.

(on peut être + fin et obtenir un temps en $O(m)$.

0.5 (c) X est une clique (maximal même...)

1 (d) On aurait pu retourner par exemple $X = \{a, b, c\}$.

4

$\boxed{15.5}$ barème indicatif.