

Le langage algébrique

HLIN605

Pascal Poncelet
LIRMM
Pascal.Poncelet@lirmm.fr
<http://www.lirmm.fr/~poncelet>



Introduction

- Introduit par CODD en 1970
- Traitement de requêtes de lecture et écriture
- Deux types d'opérateurs
 - Opérateurs ensemblistes : UNION, INTERSECTION, DIFFERENCE, PRODUIT CARTESIEN
 - Opérateurs relationnels : SELECTION, PROJECTION, JOINTURE et DIVISION
- Notation : t un tuple d'une relation et $t(A)$ dans R , le sous tuple de R relatif à A



2

Opérateurs ensemblistes

- Pour l'union, l'intersection, la différence les relations doivent être unicompatibles :
 - les relations doivent avoir même degré
 - les attributs associés deux à deux doivent être du même type syntaxique



3

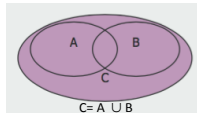
UNION

- UNION

$R \cup S$: ensemble des tuples qui appartiennent soit à R, soit à S, soit à R et S :

$$R \cup S = \{t/t \in R \text{ OU } t \in S\}$$

- Opérateur commutatif ($R \cup S = S \cup R$)



4

Exemple

Pilote1 : ensemble des pilotes habitant PARIS

PILOTE1	PLNUM	ADR
	100	PARIS
	101	PARIS
	120	PARIS
	110	PARIS

Pilote2 : ensemble des pilotes assurant un vol au départ de PARIS de TOULOUSE

PILOTE2	PLNUM	VD
	130	TOUL
	140	TOUL
	150	TOUL
	100	TOUL
	120	TOUL
	130	PARIS
	101	PARIS
	140	PARIS
	110	PARIS



5

Pilote1 UNION pilote 2

PILOTE1 UNION
PILOTE2

Ensemble des pilotes habitant PARIS ou assurant un vol au départ de PARIS ou TOULOUSE

PLNUM	VILLE	
100	PARIS	Pilote1
101	PARIS	
120	PARIS	
110	PARIS	
130	TOUL	Pilote2
140	TOUL	
150	TOUL	
100	TOUL	
120	TOUL	
130	TOUL	
130	PARIS	
140	PARIS	

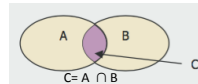
Les duplicats sont éliminés
L'Union permet de faire de l'ajout de tuples



6

INTERSECTION

- $R \cap S$: ensemble des tuples qui appartiennent à R et à S :
 $R \cap S = \{t / t \in R \text{ et } t \in S\}$
- Opérateur commutatif : $R \cap S = S \cap R$



Avec Pilote1 INTERSECTION Pilote2

PILOTE1
INTERSECTION
PILOTE2

PLNUM	VILLE
101	PARIS
110	PARIS

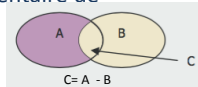


L'intersection permet de traduire le ET logique

7

DIFFERENCE

- $R - S$: ensemble des tuples qui appartiennent à R sans appartenir à S. Complémentaire de l'intersection :
- Opérateur non commutatif : $R - S \neq S - R$



PILOTE1 – PILOTE2

PLNUM	ADR
100	PARIS
120	PARIS

PILOTE 1 – PILOTE 2 : ensemble des pilotes habitant PARIS et n'assurant pas de vol au départ de PARIS ou TOULOUSE



PRODUIT CARTESIEN

- $R \otimes S$: ensemble de tous les tuples obtenus par concaténation des tuples de R et de S. Ensemble de paires ordonnées :
- Opérateur commutatif : $R \otimes S = S \otimes R$

PILOTES		AVION	
PLNUM	ADR	AVNOM	CAP
103	NICE	AIRBUS	350
106	NICE	CARAV	250

Produit Cartésien			
PLNUM	ADR	AVNOM	CAP
103	NICE	AIRBUS	350
103	NICE	CARAV	250
106	NICE	AIRBUS	350
106	NICE	CARAV	250



9

Opérateurs relationnels

- Deux catégories
 - unaires de restriction
 - binaires d'extension
- Les opérateurs de restrictions permettent :
 - soit un découpage horizontal d'une relation (SELECTION)
 - soit un découpage vertical d'une relation (PROJECTION)



10

SELECTION

- Soit θ un comparateur binaire $\theta = \{<, <=, >, >=, \neq\}$ applicable à l'attribut (ou à l'ensemble d'attributs) A et au tuple c (de la relation R)
- La sélection $R(A \theta c)$ est l'ensemble des tuples de R pour lesquels θ est vérifié entre la (les) composante(s) A et le tuple c :

$$R(A \theta c) = \{t/t \in R \text{ ET } tA \theta c\}$$



11

SELECTION

PILOTE4

PLNUM	PLNOM	ADR
100	JEAN	PARIS
101	PIERRE	PARIS
120	PAUL	PARIS
130	SERGE	TOUL
140	MICHEL	TOUL

R

PLNUM	PLNOM	ADR
130	SERGE	TOUL
140	MICHEL	TOUL

$R = \text{PILOTE4 (ADR = « TOUL »)}$



12

SELECTION - Notations

$R = \text{PILOTE4 (ADR = « TOUL »)}$
 $R = \text{SELECTION(PILOTE4/ADR = « TOUL »)}$

Notation sigma : $\sigma_Q(R)$ où Q est le critère de la forme :
 Ai θ Valeur

$R = \sigma_{\text{ADR=« TOUL »}}(\text{PILOTE4})$

- Toutes les notations sont équivalentes mais il ne faut pas les mélanger



13

SELECTION - remarques

- Il est possible d'utiliser des opérateurs logiques :
 ET, OU, NON

$R = \text{PILOTE4(ADR=« TOUL » ET NOM=« MICHEL »)}$

$R = \sigma_{\text{(ADR=« TOUL » ET NOM=« MICHEL »)}}(\text{PILOTE4})$

- Pas indispensable pour le moment



14

PROJECTION

- Soit $R(A)$ une relation et un ensemble d'attributs A_1, \dots, A_n de R tels que $(A_1, A_2, \dots, A_n) \subset A$
- La projection $R' (A_1, A_2, \dots, A_n)$ est la relation obtenue à partir de $R(A)$ en éliminant de $R(A)$ les attributs autres que ceux spécifiés par A_1, A_2, \dots, A_n

$R(A_1, \dots, A_n) = \{t(a_1, \dots, a_n)\}$

- Suppression des tuples dupliqués



15

PROJECTION

Avion1

AVNUM	AVNOM	CAP	LOC
100	AIRBUS	350	TOUL
101	AIRBUS	350	TOUL
104	AIRBUS	150	PARIS
105	CARAV	250	PARIS

R

AVNOM	CAP
AIRBUS	350
AIRBUS	150
CARAV	250

R = AVION1 (AVNOM, CAP)



16

PROJECTION - Notations

R = AVION1 (AVNOM, CAP)

R = PROJECTION(AVION1/AVNOM, CAP)

Notation sigma : $\pi_{A_1, A_2, \dots, A_p}(R)$

R = : $\pi_{AVNOM, CAP}(AVION1)$

- Toutes les notations sont équivalentes mais il ne faut pas les mélanger



17

Opérateurs binaires d'extension

- L'opérateur JOIN et DIVISION
- JOIN : permettre de pouvoir relier des relations entre elles – Attention à la sémantique des requêtes
- DIVISION : Opérateur qui permet de sélectionner les tuples d'une relation (dividende) qui satisfont un critère de couverture énoncé via le contenu d'une autre relation (diviseur). Le résultat est une troisième relation, appelée le quotient. Exprime le « tous les »



18

JOIN

- Soient les relations $R(A, B_1)$ et $S(B_2, C)$ avec B_1 et B_2 attributs définis sur le même domaine, soit $\theta = \{=, >, >=, <, <=, \neq\}$ applicables aux valeurs des attributs B_1 et B_2
- Le JOIN de R sur B_1 avec S sur B_2 est la relation dont les tuples sont ceux obtenus par concaténation des tuples de R avec ceux de S pour lesquels la relation θ entre les composantes B_1 et B_2 est vérifiée :

$$R \Join_{(B_1 \theta B_2)} S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B_1) \theta (B_2)\}$$
- L'opérateur JOIN est équivalent à un produit cartésien suivi d'une sélection



19

JOIN - Vocabulaire

$$R \Join_{(B_1 \theta B_2)} S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B_1) \theta (B_2)\}$$

- Lorsque $\theta = \{=\}$ on parle d'équijointure autrement dit de thétajointure

$$R \Join_{(B_1 = B_2)} S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B_1) \theta (B_2)\}$$

- Il est possible d'avoir des autojointures

$$R \Join_{(B_1 \theta B_2)} R = \{t / t \in R \otimes R \text{ ET } t(B_1) \theta (B_2)\}$$



20

JOIN - Exemple

PILOTE1	PLNUM	PLNOM	ADR
	100	JEAN	PARIS
	101	PIERRE	PARIS
	120	PAUL	PARIS

VOL1	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
	IT500	110	100
	IT501	130	100
	IT503	110	100
	IT504	110	120
	IT506	120	120
	IT507	130	110



21

JOIN

PILOTE1 (PLNUM=PLNUM) VOL1

- Ensemble des pilotes habitant PARIS en service avec les numéros des vols et des avions correspondants

PLNUM	PLNOM	ADR	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
100	JEAN	PARIS	IT500	110	100
100	JEAN	PARIS	IT501	130	100
100	JEAN	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT504	110	120
120	PAUL	PARIS	IT506	120	120



22

JOIN

PILOTE1 (PLNUM>PLNUM) VOL1

- Quels sont les pilotes les pilotes dont le numéro est supérieur à au moins un numéro de pilote dans vol (qui effectue un vol)

PLNUM	PLNOM	ADR	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
101	PIERRE	PARIS	IT500	110	100
101	PIERRE	PARIS	IT501	130	100
101	PIERRE	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT500	110	100
120	PAUL	PARIS	IT501	130	100
120	PAUL	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT507	130	110

} 101>100

} 120>100

} 120 > 110



23

JOIN - Notations

RES = PILOTE1 (PLNUM=PLNUM) VOL1

RES = JOINTURE (PILOTE1, VOL1 / PLNUM = PLNUM)

Notation sigma : $RES = R \bowtie_{\theta} S$

$RES = PILOTE1 \bowtie_{PLNUM=PLNUM} VOL1$



24

JOINTURE LEFT - RIGHT

- Cette partie sera vue lors du cours sur SQL
- Ce qu'il faut retenir surtout c'est que la jointure est l'un des opérateurs les plus important
- Il faut bien comprendre ce qu'est la jointure



25

DIVISION

- Utiliser souvent pour exprimer le « tous les »
- Division d'une relation binaire par une relation unaire

$$R(A_1 \div A_2) S = \{t/t \in R[B] \text{ ET } (\{t\} \otimes S) \subseteq R\}$$

avec $R(B, A_1)$ et $S(A_2)$

- La division de R par S est le sous-ensemble des éléments de R(B) dont le produit cartésien avec S est inclus dans R



26

DIVISION

- Avions conduits par tous les pilotes :
VOL1 (PLNUM \div PLNUM) PIL ?

VOL1 Dividende	AVNUM	PLNUM	
	30	100	
	30	101	
	30	102	
	30	103	
	31	100	
	31	102	
	32	102	
	32	103	
	33	102	
Diviseur PIL1	PLNUM 100		Quotient
		AVNUM 30 31	
Diviseur PIL2	PLNUM 102 103		Quotient
		AVNUM 30 32	



27

DIVISION

- Chaque fois que l'on aura « pour tous les x », il suffira de mettre l'attribut x dans le diviseur. Le dividende binaire doit contenir alors le même attribut (sur lequel porte la division) et l'attribut du résultat recherché



28

DIVISION

- Quels sont les noms des pilotes qui conduisent tous les avions de la compagnie ?
 $VOL1 = VOL (AVNUM, PLNUM) <projection>$
 $AV1 = AVION (AVNUM) <projection>$
 $PILOTE1 = PILOTE (PLNUM, PLNOM) <projection>$
 $PILOTE2 = VOL1 (AVNUM \div AVNUM) AV1 <division pour avoir les numéros des pilotes qui conduisent tous les avions>$
 $PILOTE3 = PILOTE1 (PLNUM=PLNUM)PILOTE2 <join pour avoir les noms>$
 $RES = PILOTE3(PLNOM) <projection>$



29

CE QU'IL FAUT RETENIR

- L'ALGEBRE RELATIONNELLE EST COMPLETE
 - Les cinq (sept) opérations de base permettent de formaliser sous forme d'expressions toutes les questions que l'on peut poser avec la logique du premier ordre (sans fonction)
 - Le résultat de l'application d'un opérateur donne une relation
 - Possibilité d'impliquer les opérateurs directement

- NOM ET PRENOM DES BUVEURS DE VOLNAY 1988

PROJECTION (NOM,PRENOM, SELECTION(CRU="VOLNAY" ET
MILL =1988, JOIN(VINS,ABUS,BUVEURS)))

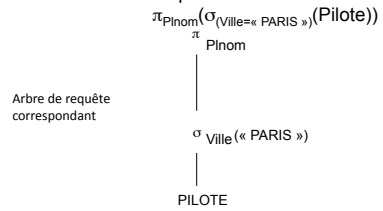


30

ARBRE DE REQUETES

- Pour chaque requête un arbre de requête est créé. Il permet notamment de faire de l'optimisation de requêtes

Liste des noms des pilotes Parisiens :



31

ARBRE DE REQUETES

- Intuitivement une requête est coûteuse : remonter les opérations de sélection et de sélection
- Une jointure est un produit cartésien suivi d'une sélection !



32

- Des questions ?



33
