

Examen

Durée : 2h.
Documents autorisés
Le barème est mentionné à titre indicatif.

Exercice 1 (5 pts)

En utilisant la notion d'interprétation, déterminez si les formules suivantes sont contingentes (c'est-à-dire satisfiables mais non valides), valides ou insatisfiables :

$$A = (\neg p(a) \vee \exists x p(x)) \wedge (\forall x \neg p(x) \vee p(a))$$

$$B = \forall x p(x, f(x)) \rightarrow \forall x \exists y p(x, y)$$

$$C = \forall x \exists y p(x, y) \rightarrow \forall x p(x, f(x))$$

Justifiez vos réponses, sans toutefois développer les calculs, et essayez de produire les arguments les plus simples possibles.

Exercice 2 (5 pts)

Soient les formules :

$$F1 = \forall x \exists y (p(x) \rightarrow q(x, y))$$

$$F2 = \forall y (p(y) \rightarrow \exists u q(y, u))$$

Montrez que ces deux formules sont **équivalentes** en utilisant la **méthode de résolution**.

- *Précisez bien ce que vous cherchez à montrer avant d'appliquer la méthode de résolution.*
- *Il y a des façons plus simples de constater que ces formules sont équivalentes, mais on vous demande dans cet exercice d'utiliser « brutalement » la méthode de résolution.*

Exercice 3 (6 pts)

1. Modélisez en logique du premier ordre l'énoncé suivant :

« Si Edith envie tous ceux qui sont plus riches qu'elle, et si Hubert n'est pas plus riche que tous ceux qui l'envient, alors Hubert n'est pas plus riche qu'Edith » (W.O. Quine)

Précision : la phrase « Hubert n'est pas plus riche que tous ceux qui l'envient » doit se comprendre par « Hubert n'est plus riche qu'aucun de ceux qui l'envient ».

2. Montrez que cet énoncé correspond à un raisonnement correct.

Exercice 4 (4 pts)

1. Décrivez le comportement de l'algorithme d'unification de Robinson sur les deux termes fonctionnels suivants t_1 et t_2 , où les x_i sont des variables :

$$t_1 = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ et} \\ t_2 = f(g(x_0, x_0), g(x_1, x_1), \dots, g(x_{n-1}, x_{n-1}))$$

En particulier :

- quel est le nombre d'itérations de l'algorithme ?
- quelle est la profondeur maximale d'un terme construit par l'algorithme ?
- quelle est la taille maximale d'un terme construit par l'algorithme ?

Question subsidiaire (Prolog)

...