

# 1 Conséquences logiques

Soient les trois formules

- $\mathcal{E}_1 : \exists \mathbf{y} \{ \mathbf{A}(\mathbf{y}) \rightarrow [\mathbf{B}(\mathbf{y}) \wedge \mathbf{C}(\mathbf{y})] \},$
- $\mathcal{E}_2 : \exists \mathbf{y} \{ [\mathbf{A}(\mathbf{y}) \wedge \mathbf{B}(\mathbf{y})] \rightarrow \mathbf{C}(\mathbf{y}) \}$  et
- $\mathcal{E}_3 : \exists \mathbf{y} \{ \mathbf{A}(\mathbf{y}) \rightarrow [\mathbf{B}(\mathbf{y}) \rightarrow \mathbf{C}(\mathbf{y})] \}$

## Question 1

Donner (sans justifications) **tous** leurs **contremodèles** sur un domaine  $\mathcal{D}$  arbitraire.

## Question 2

En déduire les conséquences logiques (et éventuellement les équivalences) entre ces trois formules.

## Question 3

Justifiez en utilisant le théorème fondamental et l'équivalence des contraposées.

## 2 Modélisation

Le palais de la musique est composé de salles de concert reliées par des couloirs.

Chaque couloir relie exactement deux salles différentes  
(mais le nombre de couloirs partant d'une salle donnée est quelconque).

Dans une salle, on peut avoir les situations suivantes, exclusives l'une de l'autre :

- on ne joue pas de musique, la salle est silencieuse
- on joue du Wagner
- on joue du Mozart <sup>1</sup>

Quand on joue de la musique dans une salle, on entend la musique dans tous les couloirs conduisant à cette salle <sup>2</sup>.

### Question 1

Modéliser cette situation dans un langage du premier ordre que vous explicitez.

Le palais de la musique contient exactement trois salles :

- la salle 1, où l'on joue du Mozart
- la salle 2 ,où l'on joue du Wagner
- la salle 3 ,où l'on ne joue rien

Elle contient aussi exactement trois couloirs :

- le couloir 12 entre la salle 1 et la salle 2
- le couloir 23 entre la salle 2 et la salle 3
- le couloir 31 entre la salle 3 et la salle 1

**Question 2** Modéliser cette nouvelle situation ; vous indiquerez comment vous avez modifier votre langage du premier ordre.

**Question 3** Formulez logiquement

*si on entend dans un couloir du Mozart et du Wagner, c'est obligatoirement que l'on est dans le couloir 12.*

**Question 4**

Prouvez que vos hypothèses vous permettent d'obtenir cette conclusion.

---

1. L'entrée du palais est interdite au moins de 70 ans.

2. donc dans un même couloir, on peut entendre jusqu'à deux musiques différentes.