

calcul de la valeur de vérité $Val(\mathcal{F}, I, \theta)$
d'une formule \mathcal{F} sur \mathcal{L}
pour une interprétation donnée I de \mathcal{L}
et une assignation donnée θ de \mathcal{V} dans \mathcal{D}

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

$Val(F, I, \theta) = \boxed{(\phi(t_1, I, \theta), \dots, \phi(t_n, I, \theta)) \in i(P)}$, où :

- si t est une constante $\phi(t, I, \theta) = i(t)$
- si t est une variable $\phi(t, I, \theta) = \theta(t)$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$

$Val(F, I, \theta) = \text{vrai}$ ssi $Val(A, I, \theta) = \text{faux}$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
• $F = (A \wedge B)$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
 • $F = (A \wedge B)$

$Val(F, I, \theta) = \text{vrai}$ ssi $Val(A, I, \theta) = \text{vrai}$ et $Val(B, I, \theta) = \text{vrai}$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
• $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
• $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
• $F = \forall x A$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
• $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
• $F = \forall x A$

$Val(F, I, \theta) = \text{vrai}$ ssi pour tout élément d de D ,
 $Val(A, I, \theta + [x \leftarrow d]) = \text{vrai}$ où $\theta + [x \leftarrow d]$ est l'assignation
obtenue à partir de θ en donnant d comme image à la variable x

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
• $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
• $F = \forall x A$

$Val(F, I, \theta) = \text{vrai}$ ssi pour tout élément d de D ,
 $Val(A, I, \theta + [x \leftarrow d]) = \text{vrai}$ où $\theta + [x \leftarrow d]$ est l'assignation
obtenue à partir de θ en donnant d comme image à la variable x
sans s'occuper de savoir si x a déjà une image par θ

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
• $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
• $F = \forall x A$
• $F = \exists x A$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base • $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome

Induction • $F = \neg A$
 • $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
 • $F = \forall x A$
 • $F = \exists x A$

$Val(F, I, \theta) = \text{vrai}$ si et seulement si il existe un élément d de D
t.q. $Val(A, I, \theta + [x \leftarrow d]) = \text{vrai}$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base

- $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome
- $Val(\perp, I, \theta) = \text{faux}$ et $Val(\top, I, \theta) = \text{vrai}$

Induction

- $F = \neg A$
- $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
- $F = \forall x A$
- $F = \exists x A$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base

- $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome
- $Val(\perp, I, \theta) = \text{faux}$ et $Val(\top, I, \theta) = \text{vrai}$
- le cas spécial du symbole d'égalité =

Induction

- $F = \neg A$
- $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
- $F = \forall x A$
- $F = \exists x A$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

Base

- $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome
- $Val(\perp, I, \theta) = \text{faux}$ et $Val(\top, I, \theta) = \text{vrai}$
- le cas spécial du symbole d'égalité =

Induction

- $F = \neg A$
- $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
- $F = \forall x A$
- $F = \exists x A$

en définissant la fonction ϕ d'arité 1 sur \mathcal{D} par

$\phi(x) = \theta(x)$ pour $x \in \mathcal{V}$ et

$\phi(a) = I(a)$ pour $a \in \mathcal{C}$

Calcul par récurrence de la valeur de vérité

- Base
- $F = P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est un atome
 - $Val(\perp, I, \theta) = \text{faux}$ et $Val(\top, I, \theta) = \text{vrai}$
 - le cas spécial du symbole d'égalité =

- Induction
- $F = \neg A$
 - $F = (A \wedge B)$ (idem avec $\vee \rightarrow \leftrightarrow$)
 - $F = \forall x A$
 - $F = \exists x A$

en définissant la fonction ϕ d'arité 1 sur \mathcal{D} par

$\phi(x) = \theta(x)$ pour $x \in \mathcal{V}$ et

$\phi(a) = I(a)$ pour $a \in \mathcal{C}$

$Val(t_1 = t_2, I, \theta)$ vaut vrai si et seulement si $\phi(t_1) = \phi(t_2)$.