## Contrôle de cours de Logique du 10 Mars 2010

Nom:

Prénom:

Numéro étudiant :

## $\mathbf{Q}\mathbf{1}$

En utilisant les symboles suivants :

- la constante s pour Serge,
- le prédicat C(x) pour "x est un chien",
- le prédicat D(x) pour "x est domestique"
- le prédicat A(x,y) pour "x aime y",

modélisez en Logique du 1er ordre les affirmations :

- a. Il existe un chien qui n'aime personne
- b. Tout chien aime au moins un chien domestique:
- c. Tous les chiens qu'aime Serge sont des chiens domestiques :
- d. Tout le monde aime les chiens que Serge aime :

## $\mathbf{Q2}$

Soit les formules A :  $\forall x \ [\ (\exists y\ Q(x,y)\ ) \to P(x)\ ]$  et B :  $\forall x \ (P(x) \to Q(x,f(x))$ Donnez les valeurs des deux formules A et B pour les deux interprétations suivantes ayant toutes les deux  $\{2,3\}$  comme domaine d'interprétation :

- Interprétation 
$$I_1$$
:

$$I_1(P) = \{2\}$$

$$I_1(Q) = \{(2,3), (3,2)\}$$

$$I_1(f)(2) = 3, I_1(f)(3) = 3$$

- Interprétation  $I_2$ :

$$I_2(P) = \{2, 3\}$$

$$I_2(Q) = \{(2,2), (2,3), (3,3)\}$$

$$I_2(f)(2) = 2, I_2(f)(3) = 3$$

| Valeur de la formule pour l'interprétation | $I_1$ | $I_2$ |
|--------------------------------------------|-------|-------|
| A                                          |       |       |
| В                                          |       |       |

## $\mathbf{Q3}$

Soit les 2 formules :

C:  $\forall x \ (P(x) \rightarrow \forall y Q(x, y))$ D:  $\forall x \ (P(x) \rightarrow Q(x, x))$ 

a. Montrez que C et D ne sont pas équivalentes.

b. L'une des 2 formules C et D est conséquence sémantique (logique) de l'autre. Laquelle ?

c. Donnez une preuve de votre réponse à la question précédente.