

### TD 3 – Modélisation

**Exercice 1** – Le lieutenant Colombo enquête sur le crime ayant eu lieu dans la nuit du 1 au 2 octobre. Il dispose des informations suivantes :

*A : Jacques ou Martin est coupable*

*B : si Martin est coupable alors le crime a eu lieu avant minuit*

*C : si le crime a eu lieu à partir de minuit alors Jacques est coupable*

*D : le crime a eu lieu avant minuit*

a) Que peut-il en déduire sur l'identité du (ou des) coupable(s) ?

b) Même question s'il dispose de l'information supplémentaire :

*E : si Jacques est coupable alors le crime a eu lieu à partir de minuit.*

**Exercice 2** – On considère les énoncés suivants, où  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$  et  $t$  représentent eux-mêmes des énoncés. Les écrire sous forme de fbf.

*A : si  $p$  alors  $q$*

*C : pour que  $p$ , il faut que  $q$*

*E : soit  $p$ , soit  $q$ , mais pas les deux*

*G : si  $p$  alors  $q$  à moins que  $r$*

*I : si  $p$  alors si  $q$  alors  $r$  sinon  $s$*

*B : pour que  $p$ , il suffit que  $q$*

*D :  $p$  est une CNS pour que  $q$*

*F : si  $p$  alors  $q$  sinon  $r$*

*H : si  $p$  alors  $q$  sauf si  $r$*

*J : si  $p$  alors si  $q$  alors  $r$  sinon  $s$  sinon  $t$*

**Exercice 3** – Modélisez les énoncés suivants en logique des propositions :

- Il suffit à Eric d'assister aux cours et aux TD pour qu'il ait la moyenne.*
- $R$  est une relation d'équivalence si et seulement si  $R$  est réflexive, symétrique et transitive.*
- Si Rose n'est pas vaccinée, il suffit d'une coupure pour qu'elle attrape le tétanos.*
- Si Pierre est chez lui, il lit ou il écoute de la musique.*
- Le Sida ne sera pas éradiqué à moins qu'un nouveau vaccin ne soit découvert.*
- Il est nécessaire d'avoir du courage et de l'habileté pour escalader cette paroi.*

**Exercice 4** –

1- Modélisez en logique des propositions les phrases suivantes :

(1) *Jean est à son bureau, à moins qu'il soit en train de déjeuner.*

(2) *Jean a un fils ou deux filles.*

(3) *Jean n'a ni fils, ni filles*

(4) *Ni Jean ni Bernard ne possède à la fois un lecteur MP3 et un graveur.*

2- En vous aidant de cette modélisation, proposez pour chaque phrase, une phrase exprimant la négation de la phrase d'origine.

**Exercice 5** – Enigme

*Vous vous trouvez sur une île un peu étrange : l'île de Puro-Pira. Vous savez qu'à part vous, on y trouve deux catégories de gens : les Purs, qui ne disent que des choses vraies, et les Pires, qui ne disent que des choses fausses. Alice et Bernard sont deux habitants de l'île de Puro-Pira. Il se peut qu'ils soient deux Purs, deux Pires, une Pure et un Pire,... Tout est possible ! »*

- Déterminez dans chacune des situations indépendantes suivantes si Alice et Bernard sont des Purs ou des Pires. Vous justifierez votre réponse en modélisant et résolvant ce problème en logique des propositions.
  - Situation 1 : Vous rencontrez Bernard qui vous dit : « *Alice et moi sommes tous les deux des Pires* »
  - Situation 2 : Vous rencontrez Alice qui vous dit : « *Si je suis une Pure alors Bernard est un Pire* ».
  - Situation 3 : Vous rencontrez Alice et Bernard : Alice dit : « *Je suis une Pure ou Bernard est un Pur.* » et Bernard dit : « *Nous ne sommes pas du même type.* »
- Trouvez une phrase que ni un Pur ni un Pire ne peut dire.
- Trouvez une phrase qui peut-être dite à la fois par un Pur et un Pire.

**Exercice 6** – On cherche à deviner la position d'un certain nombre de bateaux sur une grille de bataille navale possédant 2 lignes, appelées  $a$  et  $b$ , et 3 colonnes, appelées  $1$ ,  $2$ ,  $3$ . Pour cela on dispose des informations suivantes :

- Il y a au moins un bateau sur la ligne  $b$
- Il y a au moins un bateau sur la ligne  $a$
- Il n'y a pas 2 bateaux sur une même colonne
- Il n'y a pas de bateau en  $(b,1)$
- Si il y a un bateau sur la ligne  $a$  alors il n'y a pas de bateau en  $(b,3)$ .

En notant  $x_i$  (pour  $x=a$  ou  $b$  et  $i=1$  ou  $2$  ou  $3$ ) l'affirmation « Il y a un bateau à la position  $(x,i)$  », modélisez par une formule de la logique des propositions les 5 affirmations ci-dessus. Puis traduisez sous forme logique le problème posé.

**Exercice 7** – On dispose de 3 cases alignées notées 1, 2 et 3 (la case 1 est à gauche, la 2 au centre et la 3 à droite) et d'autre part de pions de formes différentes : triangle, rond ou carré. Les pions peuvent être placés dans les cases. On notera  $c_i$  l'affirmation : « L'emplacement  $i$  contient un pion carré » et on fera de même pour les autres formes et les autres numéros de case.

Modélisez les deux phrases suivantes : « Il y a un pion rond immédiatement à droite d'un pion carré. » et « Chaque emplacement contient soit un pion rond soit un pion carré soit un pion triangulaire. ». Donnez les modèles communs à ces 2 formules. Que peut-on en conclure quant au pion situé dans la case 2 ?

**Exercice 8** – Soient les énoncés suivants :

- A. « Si Robert a mal au genou, il ne peut pas jouer à la fois les matchs 1 et 2. »
- B. « L'équipe de Bouzols perd le match 1 si et seulement si Robert ne joue pas lors du match 1. »
- C. « Si Robert ne participe pas au second match alors il est nécessaire qu'il fasse chaud pour que Bouzols gagne le match 2. »
- D. « Pour être qualifiée, l'équipe de Bouzols doit nécessairement gagner les 2 matchs 1 et 2. »
- E. « Si l'équipe de Bouzols est qualifiée et qu'il ne fait pas chaud alors Robert n'a pas mal au genou. »

Modélisez les phrases A, B, C, D, E en logique des propositions. Vous modéliserez chaque phrase telle qu'elle est énoncée. Le sport pratiqué par Robert et les habitants de Bouzols n'admet pas de résultat nul. En conséquence dire qu'un match est perdu est équivalent à dire qu'il n'est pas gagné.

**Exercice 9** – Coloration de carte : peut-on colorier la carte ci-dessous avec 3 couleurs (par exemple Rouge, Vert, Jaune) de manière à ce que 2 régions adjacentes aient des couleurs différentes ? Modélisez ce problème en logique des propositions.

