

Seul l'aide mémoire est autorisé. Le barème est donné à titre indicatif.

1. En utilisant les symboles de prédicats *Etud*, *TD*, *Exam* modéliser les deux phrases
  - (a) *tous les étudiants qui assistent aux TD réussissent leurs examens*  
(1 point)
  - (b) *si tous les étudiants qui assistent aux TD réussissent leurs examens, alors au moins un étudiant qui n'assiste pas aux TD réussit ses examens*  
(2 points)

2. Appliquer la méthode de résolution pour essayer de prouver la validité de

$$\neg \forall x (P(x) \iff Q(x))$$

Quelle conclusion peut-on tirer de cette application ? (3 points)

3. Détailler le calcul de la valeur de vérité de la formule

$$F : \forall x \forall y (\exists z (P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow \exists t (P(t, x) \wedge P(t, y)))$$

sur le domaine d'interprétation  $\mathcal{D} = \{A, B, C\}$  pour l'interprétation  $I(P) = \{(A, B), (B, C), (C, A), (B, A), (A, C), (C, B)\}$  (6 points)

4. Soient les cinq expressions logiques suivantes :

- $E_1 = \forall x P(x, x)$
- $E_2 = \forall x \forall y [P(x, y) \rightarrow P(y, x)]$
- $E_3 = \forall x \forall y \forall z [\{P(x, y) \wedge P(y, z)\} \rightarrow P(x, z)]$
- $E_4 = \forall x \forall y [P(x, y) \vee P(y, x)]$
- $E_5 = \forall x \exists y [P(x, y)]$

Lesquelles de ces expressions sont conséquences logiques des quatre autres et lesquelles non ?

**Justifier** chacune de vos réponses. (8 points)