Notes de cours, TD et TP autorisés. Durée 2 heures.

1 Unification de termes

Pour cette question x, y, z désignent des variables, a une constante et f, g, h sont trois symboles de fonction.

a. Les 2 termes$f(x, y)$ et $f(g(y), h(x))$ sont-ils unifiables ? Si oui donnez un unificateur le plus général.

b. Mêmes questions pour les temes $f(x, f(y, z))$ et $f(f(y, y), f(a, x))$

2 Equivalence de formules

Montrez l'équivalence ci–dessous. Pour cette question, vous n'utiliserez pas les interprétations mais uniquement le formulaire des équivalences donné en cours

$$\neg\forall x\ \forall y\ (\ R(x) \wedge T(x,y)\ )\quad\equiv\quad \exists x\ (\ R(x) \to \exists y\ \neg T(x,y)\ )$$

3 Forme de Skolem

On note A la formule $\forall y((s(y) \wedge \exists x\ (l(x) \wedge p(y,x))) \to \forall x\ (s(x) \to v(x,y)))$,

a. En prenant pour les prédicats s, l, p et v la sémantique suivante :
   - `s(x) : x est un singe`
   - `l(x) : l est un livre`
   - `p(x,y) : x possède y`
   - `v(x,y) : x vénère y`

   traduisez la formule A par une phrase simple en français.

b. Donnez une formule B qui est une forme de Skolem de la formule A.

c. Les formules A et B sont-elles équivalentes ? Justifiez votre réponse.

d. "Si le singe Aristide possède tous les livres alors tous les singes possèdent au moins un livre". En utilisant les mêmes prédicats qu'en (a) et la constante a pour désigner Aristide, modélisez cette phrase par une formule. Donnez-en une forme de Skolem.

4 Prolog

a. Écrivez un programme PROLOG pour les trois prédicats suivants :
   (a) `memeLong(?L1,?L2)) : L1 et L2 sont 2 listes de même longueur`
   (b) `impair(?E): E est un entier impair`
   Comme en cours, TD, TP les entiers sont des termes construits avec la constante z et la fonction unaire s.
   (c) `liste0impairs(?L) : L est une liste dont chaque élément est soit zéro (`z`) soit un entier impair`
   Par exemple $[z, s(s(s(z))), s(z), z]$ vérifie ce prédicat.
   Pour cette question vous utiliserez bien sûr le prédicat `impair` de la question précédente, même si vous n'y avez pas répondu.

b. Quelle question faut-il poser à PROLOG pour obtenir toutes les listes possédant exactement 3 éléments et dont les premier et troisième éléments sont des entiers impairs identiques ?

5 Méthode de résolution

Donnez un exemple de forme clausale pour laquelle la méthode de résolution ne s'arrête pas.

6 Méthode de résolution et déduction

On note `C(x,y)` la relation "le sommet x est connecté au sommet y".
Soit le raisonnement qui à partir des trois hypothèses :
- Il existe un sommet qui est connecté à tous les sommets
- La relation "être connecté à" est symétrique : pour tous les sommets x et y si x est connecté à y alors y est connecté à x.
- La relation "être connecté à" est transitive : pour tous les sommets x, z et y si on a à la fois x connecté à z et z connecté à y, alors x est connecté à y.

conduit à la conclusion que tout sommet x est connecté à tout sommet y.

Vérifiez si ce raisonnement est correct en utilisant la méthode de résolution. Vous détaillerez chaque étape de votre réponse :

a. Modélisation des trois hypothèses et de la conclusion (vous n'utiliserez que le prédicat binaire "C")

b. Modélisation du raisonnement

c. Mise sous forme de Skolem

d. Utilisation de la méthode de résolution