

Contrôle

Aucun document autorisé
Durée : 30mn

Question 1

La formule ci-dessous est-elle *fermée* ?

$$\forall x (p(x) \wedge \forall y r(x,y)) \wedge \exists z r(x,z)$$

Justifiez votre réponse :

Question 2

Soit le langage du premier ordre $L = (\{a\}, \{p\})$ où a est une constante et p est un prédicat unaire.

On considère trois interprétations de ce langage : I1, I2 et I3.

Ces interprétations ont toutes le même domaine : $D1 = D2 = D3 = \{1,2\}$

La constante a est interprétée dans tous les cas par 1 : $I1(a) = I2(a) = I3(a) = 1$

Seule l'interprétation de p diffère d'une interprétation à l'autre :

$$\begin{aligned} I1(p) &= \{2\} \\ I2(p) &= \{1,2\} \\ I3(p) &= \emptyset \end{aligned}$$

Donner la valeur des formules suivantes, pour chacune des interprétations I1, I2 et I3 :

$$A = \exists x p(x) \wedge \neg p(a)$$

$$B = \exists x p(x) \rightarrow \forall x p(x)$$

$$C = \forall x p(x) \rightarrow \exists x p(x)$$

Valeur de la formule pour l'interprétation	I1	I2	I3
A			
B			
C			

Question 3

On considère les formules :

$$A = \forall x \exists y q(x,y)$$

$$B = \exists y \forall x q(x,y)$$

a) A-t-on $A \models B$?

b) $B \models A$?

Prouvez vos réponses :