

## HLIN602E Logique 2

Le barème est donné à titre indicatif.  
Seul document autorisé : l'aide mémoire

**Question 1** en utilisant les prédicats (dont la signification est fournie)

- $S(x)$  :  $x$  est une souris ;
- $M(x)$  :  $x$  mange des pommes ;
- $C(x)$  :  $x$  est comestible ;
- $D(x)$  :  $x$  a des dents vertes.

modélisez les trois phrases suivantes

1. Certaines souris n'ont pas de dents vertes. 1 point
2. Toutes les souris qui ont des dents vertes mangent des pommes. 1 point
3. Aucune souris n'est comestible. 2 points

**Question 2** On dispose d'un langage des prédicats  $\mathcal{L}$  composé du seul prédicat  $\mathcal{P}$  d'arité 2.  
On considère alors les trois formules

- $F_1$  :  $\forall x \mathcal{P}(x, x)$
- $F_2$  :  $([\forall x \mathcal{P}(x, x)] \Rightarrow \{\forall x \forall y \forall z [\mathcal{P}(x, y) \wedge \mathcal{P}(y, z)] \Rightarrow \mathcal{P}(x, z)\})$
- $F_3$  :  $(\{\exists x \forall y \mathcal{P}(x, y)\} \Rightarrow ([\forall x \mathcal{P}(x, x)] \Rightarrow \{\forall x \forall y \forall z [\mathcal{P}(x, y) \wedge \mathcal{P}(y, z)] \Rightarrow \mathcal{P}(x, z)\}))$

Trouver sur un domaine (que vous définirez à chaque fois) des interprétations (les plus petites possibles)

- $I'_1$  tel que  $Val(F_1, I'_1) = \text{vrai}$  (0,5 point)
- $I''_1$  tel que  $Val(F_1, I''_1) = \text{faux}$  (0,5 point)
- $I'_2$  tel que  $Val(F_2, I'_2) = \text{vrai}$  (0,5 point)
- $I''_2$  tel que  $Val(F_2, I''_2) = \text{faux}$  (2 points)
- $I'_3$  tel que  $Val(F_3, I'_3) = \text{vrai}$  (0,5 point)
- $I''_3$  tel que  $Val(F_3, I''_3) = \text{faux}$  (3 points)

**Question 3** (10 points) On considère les quatre formules

- $H_1$  :  $\forall y_1 \exists z_1 \{\neg q(z_1, y_1) \Rightarrow \forall x_1 [r(x_1, y_1) \vee p(g(x_1, y_1))]\}$
- $H_2$  :  $\forall x_2 \forall y_2 \{[p(y_2) \wedge \exists z_2 r(x_2, z_2)] \Rightarrow q(y_2, x_2)\}$
- $H_3$  :  $\forall x_3 \{ \exists y_3 r(y_3, x_3) \Rightarrow \forall z_3 p(g(z_3, x_3)) \}$
- $C$  :  $\exists u \forall v \exists t [p(g(u, u)) \vee q(t, v)]$

Prouver par la méthode de résolution que  $H_1, H_2, H_3 \models C$

L'utilisation d'une seule fonction de Skolem d'arité 1 (et d'une constante de Skolem) sera récompensée.

Il faudra donner un nom à chacune des clauses obtenues.

Lors d'une résolution de deux clauses il faudra

- donner un nom à la nouvelle clause
- indiquer quelles sont les noms des deux clauses que l'on résoud
- indiquer sans ambiguïté l'unificateur que vous utilisez (mais la syntaxe ne sera pas sanctionnée)