Programme

- Introduction
- Le langage de la LP (syntaxe)
- La sémantique de la LP
- Équivalence logique et Substitution
- Conséquence logique
- Formes normales et clausale
- Méthode de résolution
- **Méthode des tableaux**
- Méthode de Davis et Putnam
- Initiation à la logique des prédicats

Principes

- Méthode analytique permettant de ramener la **satisfiabilité d'une fbf** (ou la consistance d'un ensemble de fbf) à la **consistance d'un ensemble de littéraux** en décomposant la (les) fbf.
- Un ensemble de littéraux est **contradictoire** ssi il contient deux littéraux opposés.
- Un ensemble de littéraux **consistant** fournit directement un modèle de la (les) fbf.

Les règles de décomposition

- Deux types de règles
  - α : leur conclusion est un ensemble de fbf
  - β : leur conclusion est un branchement entre 2 ensembles de fbf

4 Règles α	5 Règles β
$\neg\neg P, \Delta$ |-- P, Δ	
$(P \wedge Q), \Delta$ |-- P, Q, Δ	$\neg(P \wedge Q), \Delta$ |-- $\neg P, \Delta \mid \neg Q, \Delta$
$\neg(P \vee Q), \Delta$ |-- $\neg P, \neg Q, \Delta$	$(P \vee Q), \Delta$ |-- $P, \Delta \mid Q, \Delta$
$\neg(P \rightarrow Q), \Delta$ |-- $P, \neg Q, \Delta$	$(P \rightarrow Q), \Delta$ |-- $\neg P, \Delta \mid Q, \Delta$
	$(P \leftrightarrow Q), \Delta$ |-- $P, Q, \Delta \mid \neg P, \neg Q, \Delta$
	$\neg(P \leftrightarrow Q), \Delta$ |-- $P, \neg Q, \Delta \mid \neg P, Q, \Delta$

Un tableau

- Un tableau pour un ensemble de fbf E est une arborescence dont les sommets sont étiquetés par des ensembles de fbf.
- La racine est étiquetée par E et les fils de tout sommet ont été obtenus en appliquant l'une des règles précédentes sur l'un des éléments de E
  - Cas des règles α : un seul noeud fils est créé
  - Cas des règles β : deux nœuds fils sont créés
  - Les étiquettes des nœuds fils sont déterminés par les règles
- Il peut exister plusieurs tableaux pour un ensemble de fbf donné (car la construction d'un tableau est non déterministe) cependant leur nombre est fini.

Caractéristiques des tableaux

- **Propriété** : *un tableau est fini*.
- **Définitions** :
  - Un ***noeud*** est ***fermé*** si il comprend une formule et sa négation. Il est ***atomiquement fermé*** si il contient un symbole propositionnel et sa négation.
  - Un ***tableau est fermé*** si toutes ses feuilles sont fermées.

Adéquation

- **Théorème** : *Un ensemble de fbf qui admet un tableau fermé est contradictoire*
- **Lemmes**
  - *Un nœud fermé est contradictoire*
  - Soit A, B deux nœuds d'un tableau tels que B est obtenu de A par une règle alpha, alors on a : *A est contradictoire ssi B est contradictoire.*
  - Soit A, B1, B2 trois nœuds d'un tableau tels que B1 et B2 soient les successeurs de A par une règle béta, alors on a *: A est contradictoire ssi B1 et B2 sont contradictoires*

Caractéristiques des tableaux

- **Définition :** Un noeud est ***terminal*** lorsque qu'il ne contient que des littéraux (i.e. aucune règle n'est applicable)
- **Définition :** *Un tableau est* ***complet*** *lorsque toutes ses feuilles sont fermées ou terminales.*
- **Théorème** : *Tout tableau complet d'un ensemble de fbf contradictoire est fermé*

Construction d'un tableau

<u>Algorithme :</u> tableauFermé

<u>Données :</u> EE un ensemble d'ensemble de formules

<u>Résultat :</u> faux si un ensemble dans EE n'est pas contradictoire, vrai sinon.

```
si EE={} alors vrai
sinon
|  choisir E un ensemble de EE ;
|  si fermé(E) alors TableauFermé(EE-{E})
|  sinon
|  |  si terminal(E) alors faux
|  |  sinon
|  |  |  choisir F une formule non réduite à un littéral de E ;
|  |  |  soit r la règle associée à F (selon son connecteur racine (et éventuellement son fils))
|  |  |  tableauFermé(EE-{E}∪{r(E)})  (où r(E) désigne le(s) fils de E par la règle r)
|  |  finsi;
|  finsi;
finsi;
```

Méthode des tableaux en pratique

- F insatisfiable ssi

  tableauFermé({{F}})

- F valide ssi

  tableauFermé({{¬F}})

- $H_1, \ldots H_n \models C$ ssi

  tableauFermé({{$H_1, \ldots H_n, \neg C$}})