Logique 2 (HLIN602)

Licence 3
Département Informatique
Faculté des Sciences de Montpellier

Partiel du 14 mars 2018

Aucun document autorisé.
L'examen dure 1h. Le barème est donné à titre indicatif. Le sujet comporte 2 pages et il y a 4 exercices.

Exercice 1 (4 pts)

Soit la formule suivante :

$$\forall x\ P(x) \rightarrow \exists y\ (Q(y) \wedge \forall z\ R(x, y, z))$$

1. Dessiner l'arbre syntaxique de cette formule.
2. Donner l'ensemble des variables liées de cette formule.
   Donner l'ensemble des variables libres de cette formule.
3. Y a-t-il des variables à la fois libres et liées ?
   Si oui, donner une formule logiquement équivalente polie.

Exercice 2 (4 pts)

Formaliser les énoncés suivants. Pour chaque énoncé, vous donnerez, au préalable, l'ensemble des constantes et symboles de prédicats utilisés avec la sémantique que vous leur attribuez.

1. « Il y a quelqu'un qui, s'il boit alors tout le monde boit » ;
2. « Il suffit qu'il neige à Montpellier pour qu'il neige à Oslo ».

Exercice 3 (6 pts)

Soit le raisonnement suivant :

(a) Tous les humains sont mortels.

(b) Un âne n'est pas un humain.

(c) Donc un âne est immortel.

1. Formaliser les énoncés (a), (b) et (c). Pour chaque énoncé, vous donnerez, au préalable, l'ensemble des constantes et symboles de prédicats utilisés avec la sémantique que vous leur attribuez.
2. Si H_a, H_b et C représentent les formules correspondant respectivement aux énoncés (a), (b) et (c), a-t-on $H_a, H_b \models C$?
   Si oui, le démontrer. Sinon, trouver un contre-modèle (c'est-à-dire un domaine et une interprétation dans laquelle les valeurs de vérité de H_a et H_b sont vraies mais pas celle de C).

Exercice 4 (6 pts)

Soit la formule suivante :

$$\forall x \ (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x \ P(x) \rightarrow \exists x \ Q(x))$$

1. Soit sur le domaine $D = \{a, b\}$ (où a et b sont deux valeurs), l'interprétation I telle que $I(P) = \{a\}$ et $I(Q) = \{a\}$. Évaluer la formule précédente dans cette interprétation.
2. La formule est-elle valide ?
   Justifier votre réponse soit par une démonstration basée sur les notions d'interprétation et de modèle, et en étudiant les différents cas possibles, soit par un contre-exemple. Une démonstration qui utiliserait la tautologie $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ ne sera pas acceptée.