

## TD de révision

### Logique des propositions

#### Interprétations, conséquence logique

---

##### Exercice 1

Soit  $F$  la formule  $((p \vee r) \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q)$ . Donnez 2 interprétations  $I_1$  et  $I_2$  de l'ensemble des symboles propositionnels  $\{p, q, r\}$  telles que  $I_1$  soit un modèle de  $F$  (c'est-à-dire  $V(F, I_1) = \text{vrai}$ ) et  $I_2$  soit un contre-modèle de  $F$  (c'est-à-dire  $V(F, I_2) = \text{faux}$ ).

##### Exercice 2

En utilisant les interprétations, indiquez pour chacune des formules suivantes si elle est insatisfiable, valide ou contingente :

- $(p \rightarrow q) \rightarrow q$
- $(p \vee q) \vee (p \rightarrow q)$
- $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)$
- $((p \wedge q) \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$

##### Exercice 3

En utilisant les interprétations, vérifiez si :

- $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  est équivalente à  $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$
- $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  est équivalente à  $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

##### Exercice 4

En utilisant le formulaire des équivalences (c'est-à-dire en procédant par réécritures équivalentes) vérifiez si :

- $(p \rightarrow q) \rightarrow r$  est équivalente à  $(\neg r \rightarrow (p \wedge \neg q))$
- $p \leftrightarrow (q \rightarrow p)$  est équivalente à  $q$

##### Exercice 5

Les conséquences logiques suivantes sont-elles vérifiées ?

- $(p \vee q), (p \rightarrow r) \models (r \wedge q)$
- $(p \vee q \vee s), (s \rightarrow p), (p \rightarrow q) \models q$

#### Modélisation

---

##### Exercice 6

Modéliser les phrases suivantes :

- 1) Pour ouvrir cette porte, il faut une clé ou un couteau.
- 2) Si ta fille n'est pas vaccinée contre le tétanos, il suffit qu'elle se coupe pour qu'elle risque de l'attraper.

- 3) Il est nécessaire d'avoir 18 ans pour conduire, mais ça ne suffit pas.
- 4) Un vélo ne possède pas d'amortisseur à moins qu'il s'agisse d'un VTT.
- 5) Pour ce menu, vous pouvez prendre soit une entrée et un plat, soit un plat et un dessert.

### Exercice 7

On juge un homme accusé de cambriolage.

Le procureur dit : *"s'il a commis ce vol, il avait forcément un complice"*.

L'avocat de l'accusé répond : *"c'est complètement faux !"*.

Pourquoi est-ce la pire chose que pouvait dire l'avocat à propos de son client ?

### Exercice 8

Modéliser les raisonnements ci-dessous et déterminer s'ils correspondent à un raisonnement déductif correct.

1)  
Je ne vous paierai l'installation Internet que si elle marche,  
Or elle ne marche pas.  
Donc je ne vous paierai pas.

2)  
S'il ne lui dit pas, elle ne trouvera jamais.  
Si elle ne lui a pas posé la question, il ne le lui a pas dit.  
Or elle a trouvé.  
Donc elle lui a posé la question.

3)  
Il a dit que s'il faisait beau ce week-end, il irait à la plage.  
Or il ne fait pas beau.  
Il n'ira donc pas à la plage.

## Méthode de résolution

---

### Exercice 9

Montrez les affirmations suivantes en utilisant la méthode de résolution :

$(p \vee q \vee r) \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (r \rightarrow \neg s)$  est insatisfiable

$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$  est une formule valide

$(s \wedge p) \rightarrow (q \wedge r), (\neg r \vee \neg q), p \models \neg s$

### Exercice 10

Utiliser la méthode de résolution comme méthode alternative pour déterminer si les raisonnements de l'exercice 8 sont corrects.