Langage du premier ordre : Syntaxe

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats*

$$\{P \quad , Q \quad , R \quad \ldots\}$$

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats* avec une arité associée $\{P_1 \ , \ Q_2 \ , \ R_2 \ldots\}$

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats* avec une arité associée $\{P_1 , Q_2 , R_2 \ldots\}$

$\mathcal{V}$ est l'ensemble des *variables*

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats* avec une arité associée $\{P_1 \ , \ Q_2 \ , \ R_2 \ldots\}$

$\mathcal{V}$ est l'ensemble des *variables* $\{x, y, z \ldots\}$

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats* avec une arité associée $\{P_1 \ , \ Q_2 \ , \ R_2 \ldots\}$

$\mathcal{V}$ est l'ensemble des *variables* $\{x, y, z \ldots\}$

$\mathcal{V} \ \cup \ \mathcal{C}$ est l'ensemble des **termes** du langage

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats* avec une arité associée $\{P_1 \ , \ Q_2 \ , \ R_2 \ldots\}$

$\mathcal{V}$ est l'ensemble des *variables* $\{x, y, z \ldots\}$

$\mathcal{V} \ \cup \ \mathcal{C}$ est l'ensemble des **termes** du langage

Un terme est une expression désignant un objet du domaine modélisé.

$\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ \mathcal{P}$ avec

- $\mathcal{C} \cap \mathcal{P} = \emptyset$
- $\mathcal{C}$ est l'ensemble des *constantes*
- $\mathcal{P}$ est l'ensemble des symboles de *prédicats* avec une arité associée $\{P_1 \ , \ Q_2 \ , \ R_2 \ldots\}$

$\mathcal{V}$ est l'ensemble des *variables* $\{x, y, z \ldots\}$

$\mathcal{V} \ \cup \ \mathcal{C}$ est l'ensemble des **termes** du langage

Un terme est une expression désignant un objet du domaine modélisé.

- Les constantes désignent des objets précis du domaine
- Les variables désignent des objets indéfinis du domaine

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit $FBF(\mathcal{L})$,

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
- induction :

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ \ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$

- induction :

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,

l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
- induction :

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ \ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3.

     le cas spécial du symbole d'égalité $=$
- induction :

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ \ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$
     le cas spécial du symbole d'égalité $=$
- induction :

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ \ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$
     le cas spécial du symbole d'égalité $=$
- induction : soit A et $B \in FBF(\mathcal{L})$ et soit $x \in \mathcal{V}$:

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ \ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$
     le cas spécial du symbole d'égalité $=$
- induction : soit A et $B \in FBF(\mathcal{L})$ et soit $x \in \mathcal{V}$:
  - $\neg A \in FBF(\mathcal{L})$

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes $\{\ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$ **le cas spécial du symbole d'égalité** $=$
- induction : soit A et $B \in FBF(\mathcal{L})$ et soit $x \in \mathcal{V}$:
  - $\neg A \in FBF(\mathcal{L})$
  - $(A \wedge B) \in FBF(\mathcal{L})$

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes
     $\{ \ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$
     le cas spécial du symbole d'égalité $=$
- induction : soit A et $B \in FBF(\mathcal{L})$ et soit $x \in \mathcal{V}$:
  - $\neg A \in FBF(\mathcal{L})$
  - $(A \wedge B) \in FBF(\mathcal{L})$ (idem avec $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \leftrightarrow B)$)

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \ \cup \ P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes $\{\ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$ **le cas spécial du symbole d'égalité** $=$
- induction : soit A et $B \in FBF(\mathcal{L})$ et soit $x \in \mathcal{V}$:
  - $\neg A \in FBF(\mathcal{L})$
  - $(A \wedge B) \in FBF(\mathcal{L})$ (idem avec $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \leftrightarrow B)$)
  - $\forall x A \in FBF(\mathcal{L})$

Formules bien formées (fbf)

Soit $\mathcal{L} = \mathcal{C} \cup P$ un langage, $\mathcal{V}$ un ensemble infini de variables

On définit **par induction** $FBF(\mathcal{L})$,
l'ensemble des formules bien formées, construites sur $\mathcal{L}$:

- base : $FBF(\mathcal{L})$ contient
  1. l'ensemble des atomes $\{\ p(t_1, \ldots, t_n) \mid p \in \mathcal{P}$ est un prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n \in \mathcal{T}$ sont n termes $\}$
  2. $\{\top, \bot\}$ dans la mesure où ces symboles sont admis.
  3. l'ensemble des formules $\{t_1 = t_2$ avec t_1 et $t_2 \in \mathcal{C}_{ste} \cup \mathcal{V}\}$ **le cas spécial du symbole d'égalité** $=$
- induction : soit A et $B \in FBF(\mathcal{L})$ et soit $x \in \mathcal{V}$:
  - $\neg A \in FBF(\mathcal{L})$
  - $(A \wedge B) \in FBF(\mathcal{L})$ (idem avec $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \leftrightarrow B)$)
  - $\forall x A \in FBF(\mathcal{L})$ (idem avec $\exists x A$)