Université Montpellier II – L3 2012
Logique 2

Contrôle

Aucun document autorisé
Durée : 1 heure
Le barème est donné à titre indicatif

Question 1 (2 pts)

Dessiner l'arborescence syntaxique de la formule suivante :

$$\forall x\ (\ (\exists y\ p(x, y) \rightarrow q(x)) \wedge \exists z\ r(x, z)\ )$$

Question 2 (8 pts)

Soit le langage du premier ordre *L=({a}, {p})* où *a* est une constante et *p* est un prédicat binaire.
On considère trois interprétations de ce langage : I1, I2 et I3.
Ces interprétations ont toutes le même domaine : D1 = D2 = D3 = {d1,d2}
La constante *a* est interprétée dans tous les cas par d1 : I1(a) = I2(a) = I3(a) = d1
Seule l'interprétation de *p* diffère d'une interprétation à l'autre :

I1(p) = {(d2,d1), (d2,d2)}
I2(p) = {(d1,d1), (d2,d1), (d2,d2) }
I3(p) = $\varnothing$

a- Donnez la valeur des formules suivantes, pour chacune des interprétations I1, I2 et I3 :

$A = \exists x\ p(x,x) \wedge \forall y \neg p(a,y)$
$B = \forall x\ \exists y\ p(x,y)$
$C = \forall x\ \exists y\ p(x,y) \rightarrow \exists y \forall x\ p(x,y)$

Présentez vos réponses dans un tableau ayant la forme ci-dessous.
On ne vous demande pas de justifier vos réponses.

Valeur de la formule pour l'interprétation	**I1**	**I2**	**I3**
A			
B			
C			

b- La formule C est-elle valide ? Prouvez votre réponse.

Question 3 (6 pts)

a- Modélisez les trois phrases ci-dessous en logique du premier ordre en utilisant le langage ayant pour constante *m* et pour prédicats *S* (unaire) et *A* (binaire), avec la sémantique intuitive suivante :

S(x) : *x* est une plaisanterie stupide
A(x,y) : x aime la plaisanterie *y*
m : « moi »

1) Personne n'aime les plaisanteries stupides
2) Je n'aime pas toutes les plaisanteries
3) Il existe des plaisanteries stupides

c- A-t-on F1, F2 |= F3 (où F1, F2 et F3 sont les formules correspondant aux phrases 1, 2 et 3) ? Prouvez votre réponse en vous appuyant sur la notion de modèle.

Question 4 (4 pts)

La formule suivante est-elle insatisfiable, contingente ou valide ?

$$\forall x \, \exists y \; p(x, y) \rightarrow \neg \; (\forall y \, \exists x \; p(y, x))$$

Justifiez votre réponse.