Logique 1, ULIN406, 2006-07
Examen 1ère session 2h
Le cours polycopié est le seul document autorisé.
La note tiendra le plus grand compte de la manière dont vous aurez rédigé vos démonstrations et vos explications.

I Logique des propositions

I.1 Démontrez par induction que le nombre de parenthèses d'une fbf est égal à deux fois le nombre de connecteurs binaires de cette fbf.

I.2 Modéliser en logique des propositions le texte ci-dessous :
« Si les anneaux annuels sur les arbres ont été correctement identifiés et si la massue est indigène, alors la culture Ajo précéda la culture Tula si, bien entendu, la culture Tula était contemporaine de la présente fouille. »

I.3 Soit S une forme clausale et C une clause de S contenant un symbole propositionnel p, p et $\neg p$ n'appartenant à aucune autre clause de S. Démontrez que S est insatisfiable si et seulement si $S - \{C\}$ est insatisfiable.

II Méthodes de preuve en logique des propositions

II.1 Démontrez en utilisant exclusivement la méthode de résolution que :
$u, (w \rightarrow v), (t \rightarrow v), (u \rightarrow (w \vee t)) \models v$.

II.2 Démontrez en utilisant exclusivement la méthode des tableaux que la fbf A est valide :
$A = (((\neg p \rightarrow q) \vee r) \rightarrow (\neg r \rightarrow (\neg p \rightarrow q)))$

III Logique du premier ordre

III.1 Modéliser en logique du premier ordre le texte ci-dessous :
« Aucun empereur n'est dentiste. Les enfants redoutent les dentistes. Aucun n'empereur n'est redouté par les enfants. »

III.2 On considère les fbf A et B ci-dessous.
$A = \forall x(p(x) \rightarrow \exists y q(x,y)) \rightarrow \forall z(\neg p(z) \vee \exists y q(z,y))$
$B = \forall x(p(x) \rightarrow \exists y q(x,y)) \rightarrow \forall z(\neg p(z) \vee \forall y q(z,y))$
Démontrez que A est valide mais pas B.