Seminarieuppgift 12, Analys 8

Ville Wassberg

May 2021

1 Analys 8

Bestäm alla lösningar till differentialekvationen; $y'(x)cot^2x+tan(y(x)) = 0$

Eftersom att den här första ordningens differentialekvation endast kräver en homogen lösning som också kan lösas med separationsmetoden, så gör jag det:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{tany}{cot^2x} = 0 \Leftrightarrow \int \frac{1}{tany}\ dy = -\int \frac{1}{cot^2x}\ dx \Leftrightarrow \int coty\ dy = -\int tan^2x\ dx$$

$$VL = \int coty\ dy = \int \frac{cosy}{siny}\ dy = ln(siny) + C_1$$

$$HL = -\int tan^2x\ dx = -\int \frac{sin^2x}{cos^2x}\ dx = -\int \frac{1-cos^2x}{cos^2x}\ dx =$$

$$-\int (\frac{1}{cos^2x} - 1)\ dx = -(tanx - x) + C_2$$

$$\Leftrightarrow ln(siny) + C_1 = x - tanx + C_2 \Leftrightarrow ln(siny) = x - tanx + D \Leftrightarrow$$

$$siny = e^{x-tanx+D} = e^{x-tanx}e^D, e^D = E$$

$$\rightarrow siny = Ee^{x-tanx} \Leftrightarrow y(x) = arcsin(Ee^{x-tanx})$$

Alltså är den allmänna lösningen till differentialekvationen;$y'(x)cot^2x+tan(y(x)) = 0$ $y(x) = arcsin(Ee^{x-tanx})$ där E är en konstant.