MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Algebra
VT21

Dag 24

(1) **Sammansatta avbildningar och matriser.** Matrisen

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 8 & -4 & -1 \\ -4 & -7 & -4 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

representerar en spegling in ett plan i $\mathbb{R}^3$. Beräkna inversen till A.

Svar: $A^{-1} = A$.

(2) **Exempel på sammansatta avbildningar.** Vad blir det sammanlagda resultatet av den avbildning som består i att vi först speglar i planet $x = y$, sedan speglar i planet $y = z$ och till sist speglar i planet $x = z$?

Svar: Samma som om vi bara speglar i planet $y = z$,

(3) **Spegling i linje.** Vad blir matrisen för projektionen av hela rummet $\mathbb{R}^3$ på linjen $x = y = z$?

Svar: $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

(4) **Projektion på plan.** Vad blir matrisen för spegling av rummet $\mathbb{R}^3$ planet $x + y - 3z = 0$?

Svar: $\begin{pmatrix} \frac{9}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{6}{11} \\ -\frac{2}{11} & \frac{9}{11} & \frac{6}{11} \\ \frac{6}{11} & \frac{6}{11} & -\frac{7}{11} \end{pmatrix}$.

(5) **Rotation i rummet.** Beskriv vad som händer med punkten (x, y, z) om vi först vrider den ett kvarts varv moturs runt z-axeln (sett från spetsen på basvektorn $\mathbf{e}_3$, därefter på motsvarande vis ett kvarts varv moturs runt y-axeln och x-axeln (ON-bas). Vad händer om vi upprepar hela proceduren ytterligare en gång?

Svar: $(x, y, z) \to (z, -y, x)$ Om vi upprepar en gång till så kommer vi tillbaka till startpunkten.

(6) **Exempel på rotation.** Matrisen

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 4 & 1 & -8 \\ 7 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

är en rotationsmatris. Men runt vilken axel?

Svar: $(2, -1, 2)$.

/Boris Shapiro, 210512/