

# Seminarieuppgift 2, Analys

Ville Wassberg

March 2021

## 1 Uppgift: Bestäm de tangenter till $y = f(x)$ (om det finns några), som går genom punkten $P$ , där $f(x)$ respektive $P$ är; $x^4 - 8x^2 - 4$ , $(0, 1)$ .

För att bestämma dessa tangenter tar jag hjälp av tangentens ekvation;  $y=f(a)+f'(a)(x-a)$ . Derivatans av  $f(x)=x^4-8x^2-4$  är;  $f'(x)=4x^3-16x$ . Nu behöver jag bara stoppa de värden på  $x$  och  $y$  från punkten  $P$  in i tangentens ekvation och får då;

$$1 = a^4 - 8a^2 - 4 + (4a^3 - 16a)(0 - a)$$

$$\Leftrightarrow -3a^4 + 8a^2 - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^4 - \frac{8}{3}a^2 + \frac{5}{3} = 0$$

Här kan jag lösa ut  $a^2$  genom att använda pq-formeln där;

$$a^2 = \frac{\frac{8}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{8}{3}}{2}\right)^2 - \frac{5}{3}}$$

$$= \frac{8}{6} \pm \frac{2}{6}$$

$$= \frac{5}{3}, 1$$

Så nu kan vi enkelt faktorisera uttrycket till;

$$(a^2 - 1)\left(a^2 - \frac{5}{3}\right)$$

$$= (a - 1)(a + 1)\left(a - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(a + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$$

Så de  $a$ -värden där det finns en tangent på funktionen  $f(x) = x^4 - 8x^2 - 4$  som går genom punkten  $P = (0, 1)$  är följande;

$$a = 1$$

$$a = -1$$

$$a = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$a = -\sqrt{\frac{5}{3}}$$

Nu behövs dessa a-värden bara stoppas in i tangentens ekvation,  $y=f(a)+f'(a)(x-a)$ , för att få fram ekvationen till varje enskild tangent.

$$a = 1 \rightarrow 1^4 - 8 * 1^2 - 4 + (4 * 1^3 - 16 * 1)(x - 1) = -12x + 1$$

$$a = -1 \rightarrow (-1)^4 - 8(-1)^2 - 4 + (4(-1)^3 - 16(-1))(x - (-1)) = 12x + 1$$

$$a = \sqrt{\frac{5}{3}} \rightarrow (\sqrt{\frac{5}{3}})^4 - 8(\sqrt{\frac{5}{3}})^2 - 4 + (4(\sqrt{\frac{5}{3}})^3 - 16(\sqrt{\frac{5}{3}}))(x - (\sqrt{\frac{5}{3}})) = -\frac{28\sqrt{15}}{9}x + 1$$

$$a = -\sqrt{\frac{5}{3}} \rightarrow (-\sqrt{\frac{5}{3}})^4 - 8(-\sqrt{\frac{5}{3}})^2 - 4 + (4(-\sqrt{\frac{5}{3}})^3 - 16(-\sqrt{\frac{5}{3}}))(x - (-\sqrt{\frac{5}{3}})) = \frac{28\sqrt{15}}{9}x + 1$$

Därför är de tangenter till funktionen  $f(x) = x^4 - 8x^2 - 4$  som går genom punkten  $P = (0, 1)$  följande;

$$-12x + 1$$

$$12x + 1$$

$$-\frac{28\sqrt{15}}{9}x + 1$$

$$\frac{28\sqrt{15}}{9}x + 1$$