

Dag 18

- (1) **Baser.** I en regelbunden sexhörning  $ABCDEF$  utgör t ex vektorerna  $\overrightarrow{AB}$  och  $\overrightarrow{AF}$  en bas. Ange ett annat exempel på två vektorer mellan två par av hörn som tillsammans utgör en bas. Ange också ett exempel på två vektorer mellan två par av hörn som tillsammans inte utgör en bas.

Svar: T ex  $\overrightarrow{AC}$  och  $\overrightarrow{AD}$ . T ex  $\overrightarrow{AB}$  och  $\overrightarrow{DE}$ .

- (2) **Koordinater.** I samma regelbundna sexhörning som i videon, ange koordinaterna för vektorerna  $\overrightarrow{AE}$  och  $\overrightarrow{AF}$  i basen  $\mathbb{B} = (v_1, v_2)$ , där  $v_1 = \overrightarrow{AB}$  och  $v_2 = \overrightarrow{AC}$ .

Svar:  $\overrightarrow{AE} = -3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AF} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

- (3) **Linjärt oberoende och determinanter.** Antag att vektorerna  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  och  $\vec{w}$  har koordinatvektorer  $(1, -2, 1)$ ,  $(2, -2, 1)$  och  $(0, -2, 1)$  med avseende på någon given bas  $\mathbb{B}$ . Utgör  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  en bas för rummet?

Svar: Nej.

- (4) **ON-baser.**  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$  har koordinatvektorer  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  och  $(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (med avseende på någon given ON-bas  $\mathbb{B}$ ). Går det att finna en tredje vektor  $\vec{w}$  så att  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  utgör en ON-bas för rummet? Vad kan  $\vec{w}$  i så fall ha för koordinatvektor?

Svar: Ja, välj  $\vec{w}$  så att dess koordinatvektor blir  $\vec{w} = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ .

- (5) **Normera och projicera vektorer.** Beräkna projektionen av vektorn  $\vec{u} = (-2, 1, 5)$  på vektorn  $\vec{v} = (1, -1, 2)$ . (Koordinaterna givna m a p en given ON-bas.)

Svar:  $proj(\vec{u}) = \frac{7}{6}(1, -1, 2)$ .

- (6) **Koordinatsystem.** Antag att vektorerna  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$  har längd 1, men att vinkeln mellan dem är  $\frac{\pi}{3}$  så att dem *inte* utgör en ON-bas för planet? Hur ser formeln för längden av en vektor med koordinater  $(a, b)$  ut i basen  $(\vec{u}, \vec{v})$ ?

Svar:  $|(a, b)| = \sqrt{a^2 + ab + b^2}$

- (7) **Koordinatsystem, exempel.** Försök att med liknande metoder som i filmen avgöra om De fyra punkterna  $(1, 1, 1)$ ,  $(2, -1, 3)$ ,  $(2, -2, -1)$  och  $(3, -2, 1)$  ligger i samma plan.

Svar: Ej i samma plan.

/Boris Shapiro, 210315/