MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Algebra
HT20

Dag 6

(1) **Introduktion.** Beräkna

$$(2+5i)(4-2i) \quad \text{och} \quad \frac{1}{2+7i}$$

på formen $a+bi$.

Svar: $18+16i$, $\frac{2}{53}-\frac{7i}{53}$

(2) **Komplext konjugat.** Beräkna

$$\frac{3-2i}{2-5i}$$

på formen $a+bi$.

Svar: $\frac{16}{29}+\frac{11i}{29}$.

(3) **Formell konstruktion.** Bevisa den distributiva lagen (för godtyckliga reella tal a, b, c, d, e, f):

$$(a,b)\cdot((c,d)+(e,f)) = (a,b)\cdot(c,d)+(a,b)\cdot(e,f).$$

(4) **Komplexa talplanet.** Beräkna beloppet av talet

$$z = \frac{(1+i)(2-3i)(3+4i)}{(6+4i)(1-i)}.$$

Svar: $\frac{5}{2}$.

(5) **Geometrisk tolkning av addition.** Parallellogramlagen ger en naturlig tolkning av komplex addition. Men hur ska vi tolka komplex multiplikation geometriskt? Detta är en mer komplicerad fråga som vi ska återkomma till nästa gång. Men som en föberedelse till detta, försök ge en geometrisk tolkning till vad det betyder att multiplicera ett komplext tal med i och $-i$. Börja gärna med att rita några exempel.

Svar: Multiplikation med i: vridning ett kvarts varv moturs. Multiplikation med $-i$: vridning ett kvarts varv medurs.

(6) **Exempel.** I videon har vi sett hur man kan tolka mängden av komplexa tal som har samma avstånd till tv givna punkter som en rät linje. Försök nu att på samma sätt tolka mängden av komplexa tal som har egenskapen att avståndet till punkten $6i$ är precis dubbelt så stort som avståndet till punkten $3i$.

Svar: En cirkel med radie 2 och medelpunkt i $2i$.

(7) **Komplexa andragradsekvationer.** Bestäm de komplexa rötterna till ekvationen

$$z^2 + (3 + 2i)z + 1 + 3i = 0.$$

Svar: $z_1 = -1 - i$ och $z_2 = -2 - i$.

/Boris Shapiro, 210201/