MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Algebra
VT21

Dag 17

(1) **Introduktion.** Betrakta en kvadrat $ABCD$ med sidlängd 3 och hörnen ordnade moturs. Vad blir skalärprodukten $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$?

Svar: 9.

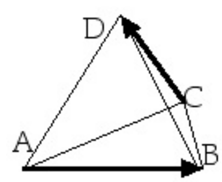
(2) **Räkneregler.** I videon visas att diagonalerna i en romb är ortogonala (vinkelräta). Kan man vända på resonemanget? Om diagonalerna i en parallellogram är ortogonala, måste parallellogramen vara en romb?

Svar: Ja.

(3) **Exempel 1.** Antag att $|\vec{u}| = 2$ och att $|\vec{v}| = 6$, samt att vinkeln mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$ är $\frac{3\pi}{4}$. Vad blir längden av vektorn $2\vec{u} - 3\vec{v}$?

Svar: $\sqrt{340 + 72\sqrt{2}}$.

(4) **Exempel 2.** Betrakta en liksidig tetraeder som i figuren. Vad blir vinkeln mellan vektorerna $\overrightarrow{AB}$ och $\overrightarrow{CD}$?



Svar: $\frac{\pi}{2}$.

(5) **Exempel 3.** Låt A, B, C, och D vara godtyckliga punkter i planet. Bevisa att

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0.$$

Svar:

(6) **Linjärt oberoende.** Betrakta de tre komplexa talen $z_1 = 3 + i, z_2 = -1 + 4i, z_3 = 4 - 3i$. Konstruera ett reellt linjärt samband mellan dessa tal. Med andra ord: sök reella tal $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, inte alla noll, sådana att

$$\lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2 + \lambda_3 z_3 = 0.$$

Svar: T ex $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$.

/Boris Shapiro, 210311/