MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Algebra
VT21

Dag 10

(1) **Introduktion.** Skriv ner den 3×6-matris $A = (a_{ij})$ som definieras av att $a_{ij} = i + j - 1$.

$$\text{Svar: } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

(2) **Enkla räkneoperationer.** Lös matrisekvationen $A + 3X = 2B - X$, där

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & -6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Svar: } X = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -1 & -\frac{7}{4} \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(3) **Matrismultiplikation.** Räkna ut matrisprodukten AB, där A och B ges av

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Svar: } AB = \begin{pmatrix} -2 & 19 \\ 9 & -14 \end{pmatrix}.$$

(4) **Räkneregler för matrismultiplikation.** Hur skulle motsvarigheterna till fösta kvadreringsregeln $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ och kubregeln $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ se ut för matrismultiplikation?

Svar: $(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$,
$(A + B)^3 = A^3 + A^2B + ABA + AB^2 + BA^2 + BAB + B^2A + B^3$.

(5) **Transponat.** Kontrollera räkneregeln $(AB)^t = B^tA^t$ för matriserna i uppgift 3 genom att beräkna produkten av B^t och A^t (i denna ordning) och sedan jämföra med transponatet AB.

$$\text{Svar: } (AB)^t = B^tA^t = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 19 & -14 \end{pmatrix}.$$

(6) **Inversa matriser.** Att multiplicera en godtycklig 2×2-matris A med enhetsmatrisen $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ förändrar inte A på något sätt. Men vad händer om vi istället multiplicerar A från vänster med matrisen $P =$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, alltså räknar ut PA? Och vad blir resultatet om vi istället multiplicerar från höger, alltså räknar ut AP? Hur ser P:s invers ut?

Svar: I PA byter A:s rader plats, i AP byter A:s kolonner plats. För inversen gäller att $P^{-1} = P$.

(7) **Matrismultiplikation och linjära ekvationssystem.** Lös matrisekvationen $A + PX = B$, där

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

och

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

och P är matrisen i föregående uppgift.

Svar: $X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

/Boris Shapiro, 210215/