MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Algebra
VT21

Dag 26

(1) **Sanningstabeller.** Gör en sanningstabell för påståendet $Q \Rightarrow \neg P$.

Svar: Sant utom då både P och Q är sanna.

P	Q	$\neg P$	$Q \Rightarrow \neg P$
S	S	F	F
S	F	F	S
F	S	S	S
F	F	S	S

(2) **Exempel.** Är implikationen $(Q \Rightarrow \neg P) \Rightarrow (\neg Q \vee \neg P)$ sann för alla påståenden P och Q? Samma fråga för $(Q \Rightarrow \neg P) \Rightarrow (\neg Q \wedge \neg P)$.

Svar: Ja. Nej.

(3) **Negera utsagor.** Ange negationerna till följande påståenden:
(a) Alla hundar kan flyga.
(b) Inga hundar kan skälla.
(c) Högst tre personer är närvarande.
(d) För varje reellt tal x finns ett naturligt tal N sådant att $N \geq x$.

Svar: (a) Det finns minst en hund som inte kan flyga. (b) Det finns minst en hund som kan skälla. (c) Minst fyra personer är närvarande. (d) Det finns ett reellt tal x som är större än alla naturliga tal.

(4) **Kvantorer.** Definitionen av gränsvärde i analysen,

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = A,$$

kan med kvantorer skrivas såhär: $\forall \epsilon > 0,\ \exists \omega$ s att $x > \omega \Rightarrow |f(x) - A| < \epsilon$. Vad skulle definitionen betyda om vi i stället byter plats på kvantorerna? Alltså : $\exists \epsilon > 0$ s att $\forall \omega$ gäller att $x > \omega \Rightarrow |f(x) - A| < \epsilon$.

Svar: Det sista påståendet skulle betyda att $f(x)$ vore begränsad.

(5) **Bevistyper.** Använd implikationen $(\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow (Q \vee P)$ för att visa följande påstående: Låt a, b vara positiva heltal, och låt p vara ett primtal sådant att $p|ab$. Visa att då måste antingen $p|a$ eller $p|b$. Ange speciellt vad påståenden P och Q innebär i detta sammanhang.

/Boris Shapiro, 210418/