MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik

Analys A
HT21

Bonus 2

Skall lämnas in senast den 27 september 12.00.

(1) Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$a)\ \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - x^2y^2 + y^2}{x^2 + x^2y^2 + y^2},$$

$$b)\ \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^6 - x^2y^2 + y^6}{x^6 + x^2y^2 + y^6}.$$

(2) Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$a)\ \lim_{x^2+y^2\to\infty} \frac{x^2 - x^2y^2 + y^2}{x^2 + x^2y^2 + y^2},$$

$$b)\ \lim_{(x,y)\to\infty} \frac{x^6 - x^2y^2 + y^6}{x^6 + x^2y^2 + y^6}.$$

(3) Avgör om den funktion som definieras genom $f(x,y) = \dfrac{x^2y + 2y^3}{x^2 + y^2}$, för $(x,y) \neq (0,0)$, och är 0 i origo, är a) kontinuerlig i origo, b) har partiella förstaderivator i origo, c) är differentierbar i origo, d) är av klass C^1 i någon omgivning till origo.

(4) Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen

$$2y\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} - f = 0,$$

som uppfyller bivillkoret $f(x,0) = x^4$, t ex genom att införa de nya variablerna $u = x + y^2, v = y$.

(5) Bestäm den allmänna lösningen till den partiella differentialekvationen

$$x^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 4xy\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + 4y^2\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + 3x\frac{\partial f}{\partial x} - 8f = 0,$$

i området $x, y > 0$, t ex genom att införa de nya variablerna $u = x^2y, v = \ln y$.

/Martin Tamm, 200912/