

Dag 25

- (1) **Ellipser, introduktion.** Skriv ekvationen för ellipsen $3x^2 + 2y^2 + 6x - 12y + 20 = 0$ på normalform.

Svar: $\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{y-3}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1$

- (2) **Ellipser, brännpunkter.** Ange brännpunkterna (eller fokalpunkterna) till ellipsen $4x^2 + 9y^2 = 1$.

Svar: $(-\sqrt{5}/6, 0)$ och $(\sqrt{5}/6, 0)$.

- (3) **Parabler.** Ange brännpunkten till parabeln $y^2 + 2y - 3x + 4 = 0$.

Svar: $(7/4, -1)$.

- (4) **Hyperbler.** Även hyperbeln har en optisk egenskap. Försök att gissa vad denna innebär genom att betrakta ett knippe med ljustrålar, parallella med x -axeln, som infaller från vänster och reflekteras mot den högra grenen av hyperbeln $x^2 - y^2 = 1$ (med brännpunkt i $(\sqrt{2}, 0)$).

Svar: Ser ut att komma från brännpunkten.

- (5) **Klassifikation av kägelsnitt.** Avgör vilka typer av kägelsnitt som följande ekvationer representerar:

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 1, \quad x^2 + 2xy + 2y^2 + 2x + 4y = -1, \quad x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y = 2.$$

Svar: Hyperbel, ellips, parabel.

/Boris Shapiro, 210415/