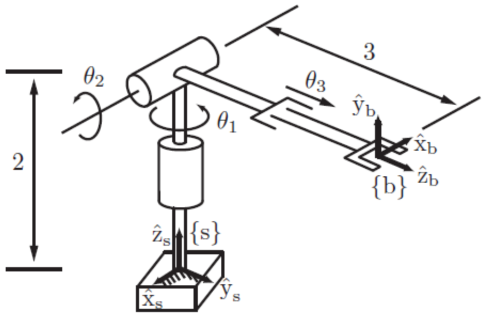
Boletín 4 - II

Matriz Jacobiana, singularidades y manipulabilidad

Los siguientes ejercicios fueron adaptados del libro *Modern Robotics*, Lynch and Park, Cambridge U. Press, 2017. `http://modernrobotics.org`

Ejercicio 4

Calcula la posición y orientación del elemento terminal para las coordenadas $\theta = (\pi/2, \pi/2, 1)$ utilizando los SR $\{s\}$ y $\{b\}$ para la resolución del problema cinemático directo. Dibuja el robot en la configuración final. Calcula la matriz Jacobiana para esta misma configuración a partir de los vectores giro en los dos SR. Comprueba que el resultado es correcto relacionando J_s con J_b a través de la matriz adjunta correspondiente a esa configuración.

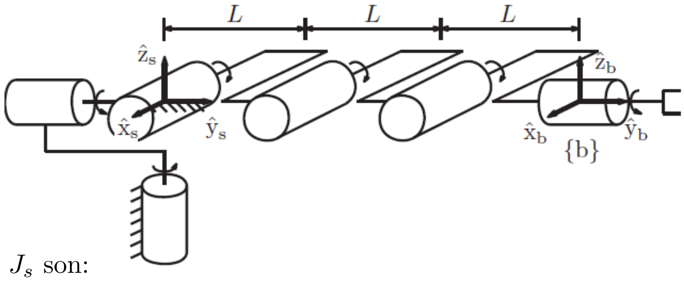


Resultado:

$$T_{sb} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad J_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad J_b = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 5

Calcula la matriz Jacobiana J_s del robot 6R de la figura en función de las coordenadas de las articulaciones y analiza las configuraciones singulares. **Sugerencia:** utiliza el paquete "sympy"de Python para cálculo simbólico.



Resultado: Las columnas de la matriz Jacobiana J_s son:

$$\nu_{s1}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \ \nu_{s2}(\theta) = \begin{bmatrix} -s_1 \\ c_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \ \nu_{s3}(\theta) = \begin{bmatrix} -c_1c_2 \\ -s_1c_2 \\ s_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \ \nu_{s4}(\theta) = \begin{bmatrix} -c_1c_2 \\ -s_1c_2 \\ s_2 \\ -L(c_2^2s_1s_3 - c_1s_2c_3 + s_1s_2^2s_3) \\ L(c_1c_2^2s_3 + c_1s_2^2s_3 + c_3s_2s_1) \\ Lc_2c_3 \end{bmatrix};$$

$$\nu_{s5}(\theta) = \begin{bmatrix} -c_1c_2 \\ -s_1c_2 \\ s_2 \\ -2L(c_2^2s_1(c_3s_4 + c_4s_3) - s_2(c_4(c_1c_3 - s_1s_2s_3) - s_4(c_1s_3 + c_3s_1s_2))) \\ 2L(c_1c_2^2(c_3s_4 + c_4s_3) + s_2(c_4(c_1s_2s_3 + c_3s_1) + s_4(c_1c_3s_2 - s_1s_3))) \\ 2Lc_2(c_1^2c_3c_4 - c_1^2s_3s_4 + c_3c_4s_1^2 - s_1^2s_3s_4) \end{bmatrix};$$

$$\nu_{s6}(\theta) = \begin{bmatrix} -c_5(c_4(c_1s_2s_3 + c_3s_1) + s_4(c_1c_3s_2 - s_1s_3)) - s_5(c_4(c_1c_3s_2 - s_1s_3) - s_4(c_1s_2s_3 + c_3s_1)) \\ c_5(c_4(c_1c_3 - s_1s_2s_3) - s_4(c_1s_3 + c_3s_1s_2)) - s_5(c_4(c_1s_3 + c_3s_1s_2) + s_4(c_1c_3 - s_1s_2s_3)) \\ -c_2(c_5(c_3s_4 + c_4s_3) + s_5(c_3c_4 - s_3s_4)) \\ -2Lc_1c_2s_5(c_3^2c_4^2 + c_3^2s_4^2 + c_4^2s_3^2 + s_3^2s_4^2) \\ -2Lc_2s_1s_5(c_3^2c_4^2 + c_3^2s_4^2 + c_4^2s_3^2 + s_3^2s_4^2) \\ 2Ls_2s_5(c_1^2c_3^2c_4^2 + c_1^2c_3^2s_4^2 + c_1^2c_4^2s_3^2 + c_1^2s_3^2s_4^2 + c_3^2c_4^2s_1^2 + c_3^2s_1^2s_4^2 + c_4^2s_1^2s_3^2 + s_1^2s_3^2s_4^2) \end{bmatrix}$$

Las singularidades aparecen en los siguientes casos: (ver apuntes)

- 2 articulaciones de revolución colineales, que se verifica cuando $\theta_2 = \pi/2$ o $\theta_2 = 3\pi/2$. En este caso no es posible realizar una traslación en la dirección del eje z.
- 3 articulaciones de revolución coplanares, que se verifica cuando $\theta_4 = 0$ o $\theta_4 = \pi$. En este caso no es posible realizar una traslación en la dirección del eje y.
- 4 articulaciones de revolución en las que los ejes se intersectan: Los ejes 1, 2 y 3 siempre se intersectan. Si el eje 6 también lo hace entonces no se puede realizar una rotación entorno al eje z.