Seminario II: Restricciones Holonómicas y Pfaffianas

24 de febrero de 2025

1. Introducción

En sistemas robóticos resulta fundamental imponer restricciones en las configuraciones (holonómicas) y en las velocidades (Pfaffianas). Recordemos que una restricción holonómica se expresa como

$$g(\theta_1, \ldots, \theta_n) = 0, \tag{1}$$

y al derivarla respecto del tiempo se obtiene la restricción Pfaffiana:

$$\frac{d}{dt} g(\theta) = \frac{\partial g}{\partial \theta}\, \dot{\theta} = 0. \tag{2}$$

Los ejercicios siguientes tienen como objetivo resolver explícitamente estas restricciones.

2. Robot 2R con movimiento restringido a una línea recta

Considera un robot planar de dos articulaciones de revolución (2R) con coordenadas articulares θ_1, θ_2 cuyo elemento terminal se mueva sobre la recta de ecuación:

$$y = m\,x + b.$$

1. Expresa las coordenadas cartesianas (x, y) en función de las coordenadas articulares.

2. Expresa la restricción holonómica en función de las coordendas articulares.

3. Obtén la expresión para restricción Pfaffiana.

4. Grafica θ_2 en función de θ_1.
   Ojo!!! la restricción holonómica es una ecuación no lineal en las coordenadas articulares y no permite despejar de manera directa una de las coordenadas en función de la otra por lo que hay que buscar la manera de resolver este problema. Puedes hacerlo analíticamente para el caso en el que $b = 0$ y luego buscar una estrategia para obtener casos más generales.

5. Grafica $\dot{\theta}_2$ en función de $\dot{\theta}_1$ para 3 configuraciones diferentes del robot.

6. Repite el ejercicio suponiendo que el mismo robot 2R plano se mueve sobre la circunferencia de ecuación:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2.$$