

# Bài tập lớn Part 1



CƠ KỸ THUẬT  
ENGINEERING MECHANICS

## Đề bài

Hãy viết một chương trình máy tính **xác định ứng lực các thanh** trong bài toán giàn phẳng.

Input: *tùy thuộc vào cách giải của nhóm SV.*

Output: *ứng lực các thanh trong hệ giàn.*

*Lưu ý: Có thể sử dụng bất kỳ ngôn ngữ lập trình nào cũng được*

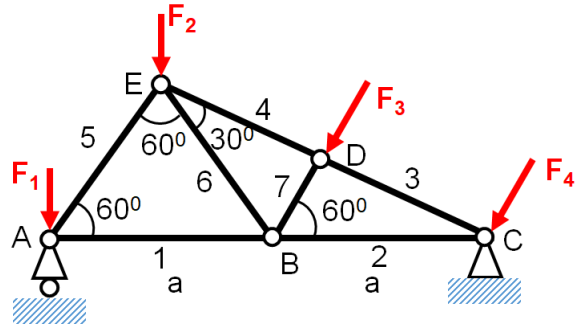


CƠ KỸ THUẬT  
ENGINEERING MECHANICS

## Hướng dẫn

Nhóm SV có thể tham khảo hướng dẫn này, hoặc tự suy nghĩ ra một cách làm khác.

Giả sử cần giải hệ giàn sau đây:



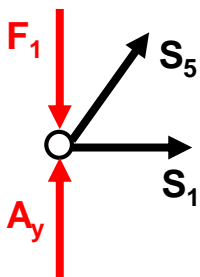
Nhận xét:

- Có 7 thanh giàn  $\Rightarrow$  có 7 ứng lực cần tìm
- $\Rightarrow$  Có 7 ẩn
- Có 5 nút, tại mỗi nút có 2 phương trình
- $\Rightarrow$  Có 10 phương trình



## Hướng dẫn

Xét nút A



$$\begin{cases} S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + \cos(60^\circ)S_5 + 0S_6 + 0S_7 = 0 \\ 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + \sin(60^\circ)S_5 + 0S_6 + 0S_7 = -(A_y - F_1) \end{cases}$$



## Hướng dẫn

Làm tương tự với các nút còn lại, ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cos(60^\circ) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(60^\circ) & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cos(120^\circ) & \cos(60^\circ) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(120^\circ) & \sin(60^\circ) \\ 0 & -1 & \cos(150^\circ) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(150^\circ) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(-30^\circ) & \cos(150^\circ) & 0 & 0 & \cos(-120^\circ) \\ 0 & 0 & \sin(-30^\circ) & \sin(150^\circ) & 0 & 0 & \sin(-120^\circ) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(-30^\circ) & \cos(-120^\circ) & \cos(-60^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(-30^\circ) & \sin(-120^\circ) & \sin(-60^\circ) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 0 \\ A_y - F_1 \\ 0 \\ 0 \\ F_4 \cos(-120^\circ) + C_x \\ F_4 \sin(-120^\circ) + C_y \\ F_3 \cos(-120^\circ) \\ F_3 \sin(-120^\circ) \\ 0 \\ F_2 \sin(-90^\circ) \end{Bmatrix}$$

$\alpha S = F \Rightarrow S = \alpha^{-1} F$  Có thể sử dụng lệnh `pinv` trong matlab để tính nghịch đảo giả của ma trận không vuông



## Hướng dẫn

Ta lại có một số nhận xét sau

1	0	0	0	$\cos(60^\circ)$	0	0	Nút A
0	0	0	0	$\sin(60^\circ)$	0	0	
-1	1	0	0	0	$\cos(120^\circ)$	$\cos(60^\circ)$	Nút B
0	0	0	0	0	$\sin(120^\circ)$	$\sin(60^\circ)$	
0	-1	$\cos(150^\circ)$	0	0	0	0	Nút C
0	0	$\sin(150^\circ)$	0	0	0	0	
0	0	$\cos(-30^\circ)$	$\cos(150^\circ)$	0	0	$\cos(-120^\circ)$	Nút D
0	0	$\sin(-30^\circ)$	$\sin(150^\circ)$	0	0	$\sin(-120^\circ)$	
0	0	0	$\cos(-30^\circ)$	$\cos(-120^\circ)$	$\cos(-60^\circ)$	0	Nút E
0	0	0	$\sin(-30^\circ)$	$\sin(-120^\circ)$	$\sin(-60^\circ)$	0	

Như vậy các hàng của ma trận là các hình chiếu lực theo phương x và y tại các nút



## Hướng dẫn

Xét nút A

Ta thấy nút A có các ứng lực tại các thanh 1 và 5, tương ứng sẽ là cột 1 và 5 khác 0

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cos(60^\circ) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(60^\circ) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ta lại nhận thấy các giá trị khác 0 này chính là cos và sin của góc hợp bởi phương ngang và vector ứng lực

$$\begin{bmatrix} \cos(0^\circ) & 0 & 0 & 0 & \cos(60^\circ) & 0 & 0 \\ \sin(0^\circ) & 0 & 0 & 0 & \sin(60^\circ) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



## Hướng dẫn

Đối với vế phải, sẽ bằng “trừ” hình chiếu của các **ngoại lực** lên các phương x và y

$$= - \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ A_y - F_1 \\ 0 \\ 0 \\ F_4 \cos(-120^\circ) + C_x \\ F_4 \sin(-120^\circ) + C_y \\ F_3 \cos(-120^\circ) \\ F_3 \sin(-120^\circ) \\ 0 \\ F_2 \sin(-90^\circ) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Nút A} \\ \text{Nút B} \\ \text{Nút C} \\ \text{Nút D} \\ \text{Nút E} \end{array}$$



## Hướng dẫn

Tóm lại, ta thu được một số ý như sau:

- Hệ có  $n$  nút và  $k$  thanh thì ta cần thiết lập ma trận  $2n \times k$
- Nút thứ  $i$  sẽ chiếm 2 hàng trong ma trận là hàng  $2i-1$  và  $2i$
- Tại nút thứ  $i$ , ứng lực thứ  $j$  sẽ nằm ở cột thứ  $j$
- Xác định hình chiếu của các lực để đưa vào các vị trí tương ứng trong ma trận  $\alpha$  và vector  $\mathbf{F}$



## Hướng dẫn

Ví dụ về phần nhập liệu với đề bài toán đã cho

Input: (chữ màu xanh)

- Nhập số nút, số thanh: 5, 7
- Tạo ma trận  $\alpha$  có kích thước  $10 \times 7$  và vector  $\mathbf{F}$  kích thước  $10 \times 1$
- Nhập thông tin nút A (nút 1):
  - + Thanh cần tính ứng lực: 1, 5
  - + Góc hợp bởi phương ngang và các vector  $S_1, S_5$ : 0, 60
  - + Ngoại lực tác động:  $F_1, A_y$
- Đưa các thông tin vừa nhập vào đúng các vị trí trong ma trận  $\alpha$  và vector  $\mathbf{F}$
- Tiếp tục nhập các thông tin nút B, C, D, E

