CHƯƠNG 1

KỸ THUẬT PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN

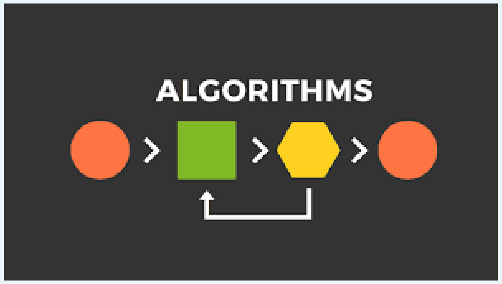
Bộ môn CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
Khoa Công nghệ Thông tin & Truyền thông
ĐẠI HỌC CẦN THƠ

MỤC TIÊU

- **Sau khi học xong chương này, sinh viên cần:**
  - Hiểu sự cần thiết phải phân tích đánh giá thuật toán.
  - Biết các tiêu chuẩn để đánh giá một thuật toán.
  - Hiểu khái niệm độ phức tạp của thuật toán.
  - Vận dụng các quy tắc để tính độ phức tạp của chương trình không gọi chương trình con, chương trình có gọi các chương trình con không đệ quy.
  - Vận dụng các phương pháp thành lập phương trình đệ quy.
  - Vận dụng các phương pháp giải phương trình đệ quy

Định nghĩa THUẬT TOÁN

- Khái niệm **thuật toán** (**Algorithm**)
  - Thuật toán là một dãy xác định các thao tác cơ bản áp dụng trên *dữ liệu vào* nhằm đạt được *giải pháp* cho một vấn đề.



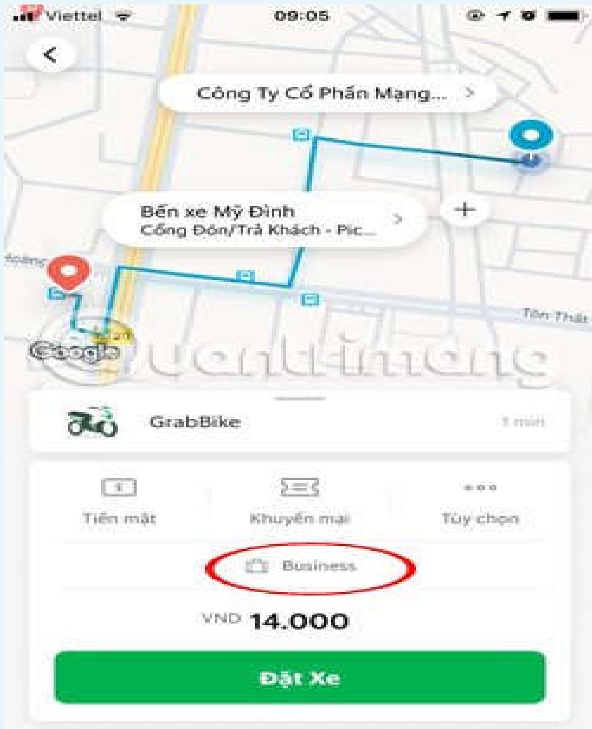
  - Thuật toán: Thủ tục tính toán nhận tập các *dữ liệu vào* (input) và tạo các *dữ liệu ra* (output)

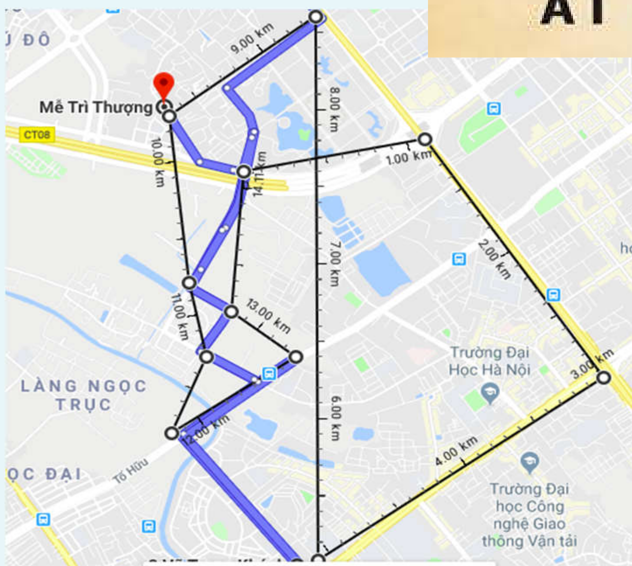
THUẬT TOÁN

- Thuật toán hàng ngày trong cuộc sống: *Nấu cơm, Gọi điện thoại, …*
- Thuật toán trong toán học/tin học: *Nhân hai ma trận, Tính tích phân, Giải hệ phương trình, …*

- **Thuật toán** giữ vai trò trung tâm trong cuộc cách mạng công nghiệp 4.0 = **Chìa khóa để tăng năng suất của nhân lực.**

(1) Thuật toán TÌM ĐƯỜNG NGẮN NHẤT





Phần mềm chỉ đường giao thông (Google map, Grab, Uber, Giao hàng nhanh, …)

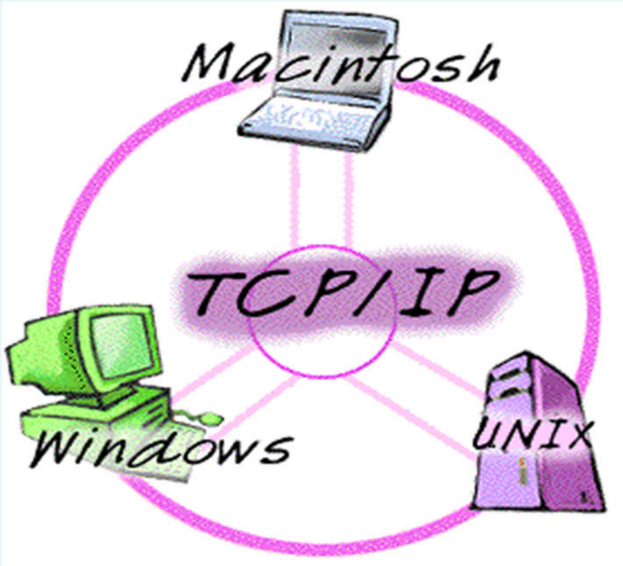
(1) Thuật toán TÌM ĐƯỜNG NGẮN NHẤT

Internet protocol suite

hoặc *IP suite*

hoặc *TCP/IP protocol suite*

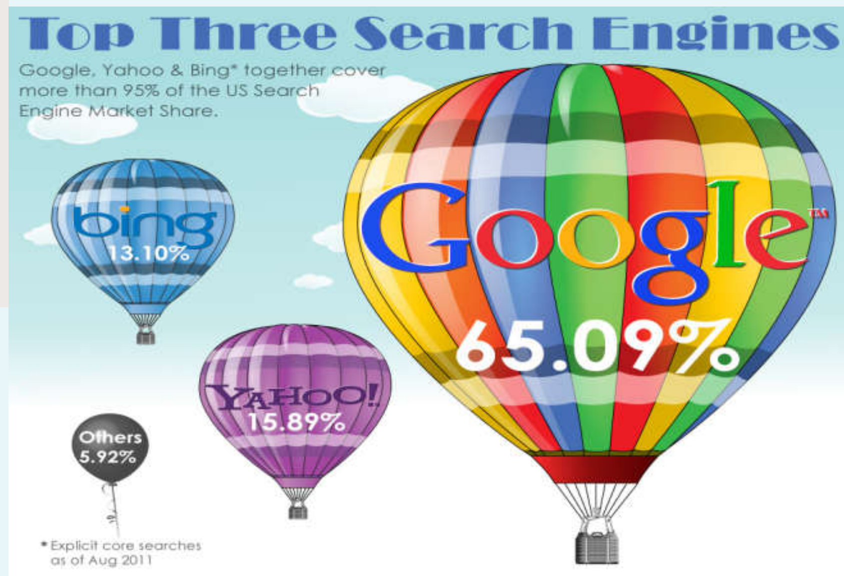
(1983)



Phần mềm định hướng đường truyền nhận tín hiệu cuộc gọi trong hệ thống mạng, viễn thông

(2) Thuật toán TÌM KIẾM

Google Search

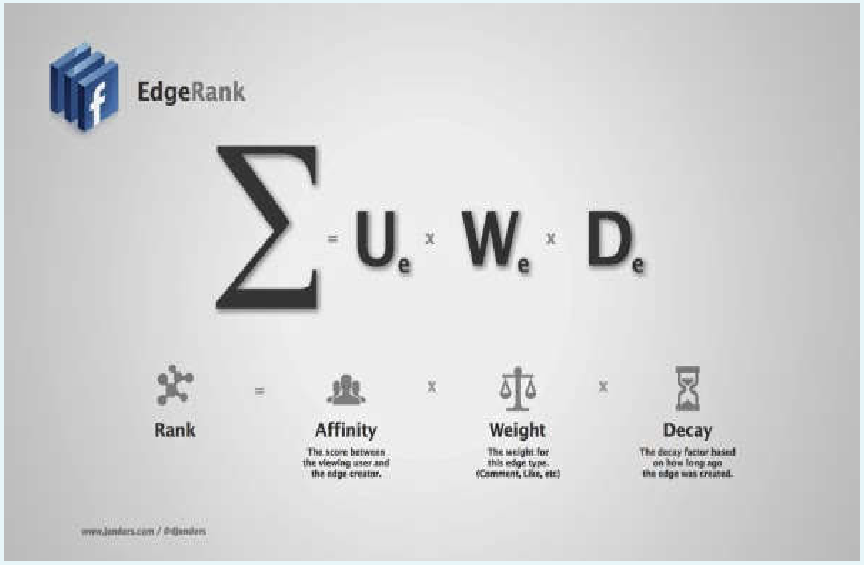


PageRank

(1996)

(2) Thuật toán TÌM KIẾM

Facebook News Feed



EdgeRank

(2010)

(3) Thuật toán NÉN / MÃ HÓA

Chương trình thu thập, diễn giải và mã hóa dữ liệu của cơ quan an ninh quốc gia Mỹ (NSA)

DES

PRIM

Khufu

Khafre

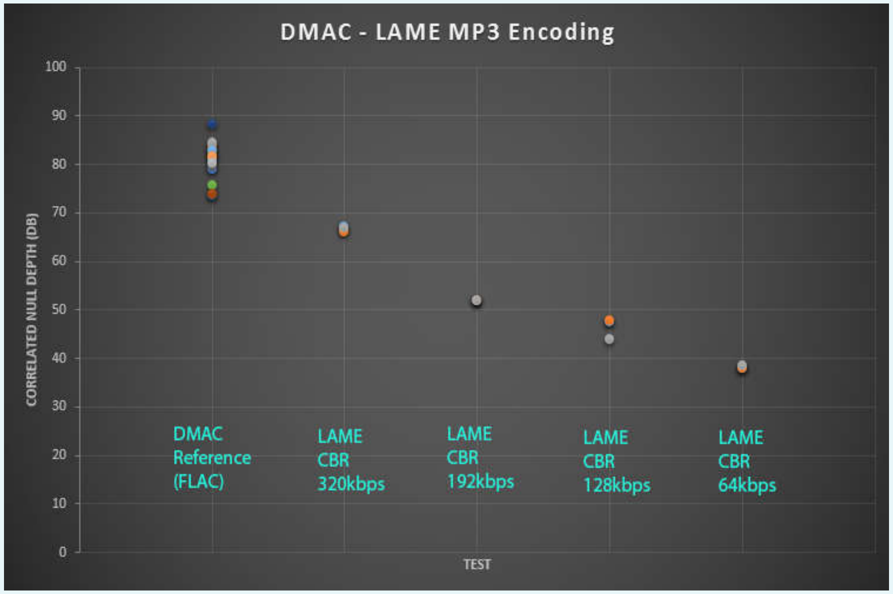
….

(3) Thuật toán NÉN / MÃ HÓA

Chuẩn nén MP3

Moving Picture Experts Group-1 Audio Layer III

(1987)



Đặc tả THUẬT TOÁN

– Có nhiều cách đặc tả thuật toán
  - Không hình thức : Ngôn ngữ tự nhiên

Ví dụ: mô tả thuật toán tìm ước số chung lớn nhất của hai số nguyên.

Input: Hai số nguyên a, b.

Output: Ước số chung lớn nhất của a, b.

Thuật toán:

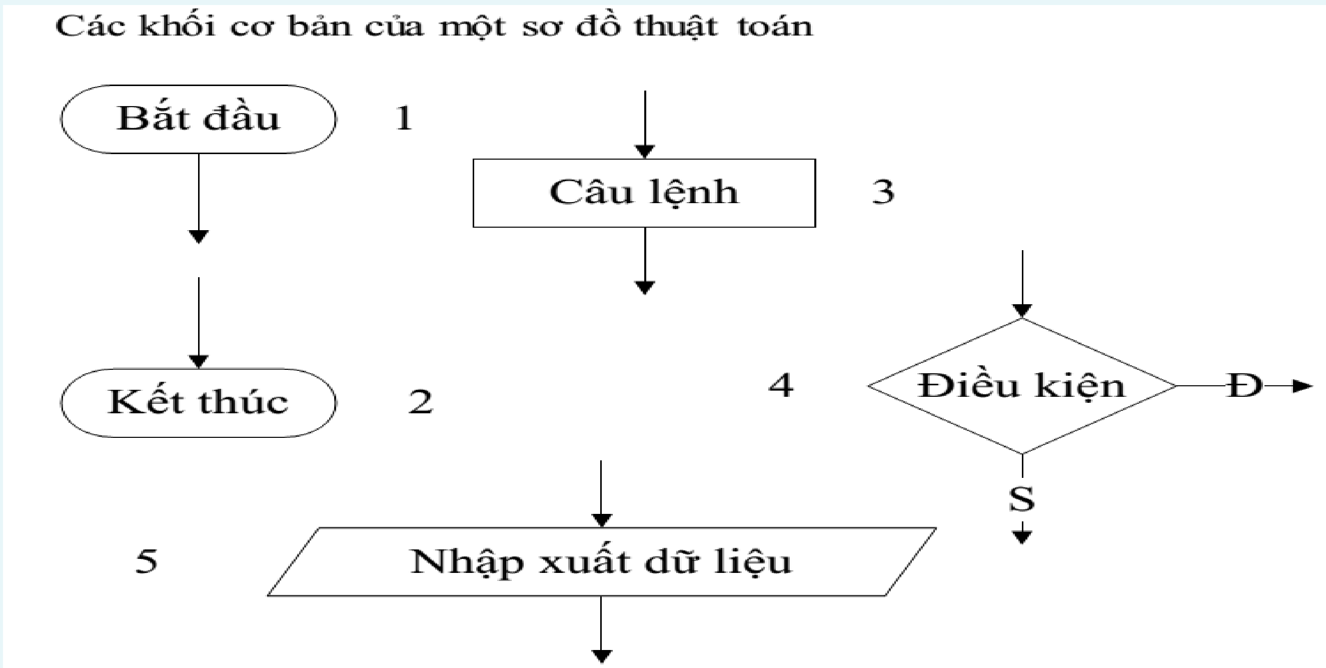
Bước 1: Nếu a=b thì USCLN(a, b)=a.

Bước 2: Nếu a > b thì tìm USCLN của a-b và b, quay lại bước 1;

Bước 3: Nếu a < b thì tìm USCLN của a và b-a, quay lại bước 1;

Đặc tả THUẬT TOÁN

- Nửa hình thức : Kết hợp ngôn ngữ tự nhiên và các kí hiệu toán học : *Lưu đồ, Sơ đồ khối*, …



Đặc tả THUẬT TOÁN

- Hình thức : Ngôn ngữ giả (pseudocode).

Ngôn ngữ Z, ngôn ngữ B, …

if Delta > 0 **then begin**

x_1=(-b-sqrt(delta))/(2*a)

x_2=(-b+sqrt(delta))/(2*a)

xuất kết quả : phương trình có hai nghiệm là x_1 và x_2

end

else

if delta = 0 **then**

xuất kết quả : phương trình có nghiệm kép là -b/(2*a)

else {trường hợp delta < 0 }

xuất kết quả : phương trình vô nghiệm

Sự cần thiết phải phân tích, đánh giá thuật toán

- Cần phải phân tích, đánh giá thuật toán để:
  - Lựa chọn một ***thuật toán tốt nhất*** trong các thuật toán để cài đặt chương trình giải quyết bài toán đặt ra.
  - Cải tiến thuật toán hiện có để được một thuật toán tốt hơn.

Tiêu chuẩn đánh giá thuật toán

- Một thuật toán được xem là tốt nếu đạt các tiêu chuẩn sau:

(1) Tính đúng đắn

- Chạy trên dữ liệu thử: ***Không khả thi***
- Chứng minh lý thuyết (bằng toán học chẳng hạn): ***Khó khăn***

(2) Tính đơn giản

(3) Tính nhanh chóng (thời gian thực thi)

- Rất quan trọng khi chương trình thực thi nhiều lần

= Hiệu quả thời gian thực thi

Thời gian thực hiện chương trình

- Thời gian thực hiện một chương trình là một hàm của kích thước dữ liệu vào, ký hiệu **T(n)** trong đó n là *kích thước (độ lớn) của dữ liệu vào*.

Ví dụ : Chương trình tính **tổng của n số** có thời gian thực hiện là $T(n) = Cn$ trong đó C là một hằng số.

- Thời gian thực hiện chương trình là một ***hàm không âm***, tức là $T(n) \geq 0, \forall n \geq 0$.

Đơn vị đo thời gian thực hiện

- Đơn vị của **T(n)** :

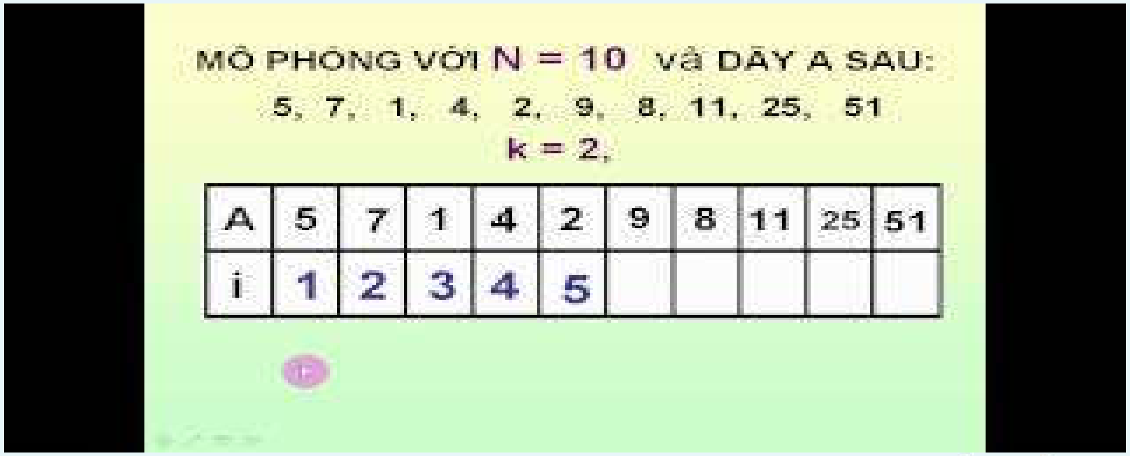
  - T(n) không phải là đơn vị đo thời gian bình thường như *giờ, phút, giây*.

  - T(n) xác định bởi *số các lệnh/chỉ thị* được thực hiện trong một *máy tính lý tưởng*.

- **Ví dụ**: Khi nói thời gian thực hiện của một chương trình là **T(n) = Cn** thì có nghĩa là chương trình cần **Cn** lệnh/chỉ thị thực thi.

Thời gian thực hiện: 3 trường hợp

- Thời gian thực hiện chương trình không chỉ phụ thuộc vào *kích thước* mà còn phụ thuộc vào *tính chất* của dữ liệu vào *(cùng kích thước dữ liệu vào nhưng thời gian thực hiện chương trình khác nhau)*
- **Ví dụ** : *Tìm kiếm tuần tự*



Thời gian thực hiện trong trường hợp xấu nhất

(1) Trường hợp tốt nhất : so sánh 1 lần
(2) Trường hợp trung bình: so sánh n/2 lần
(3) Trường hợp xấu nhất : so sánh n lần

- Vì vậy, xem T(n) là thời gian thực hiện chương trình trong **trường hợp xấu nhất** trên dữ liệu vào có kích thước n.

Hay: T(n) là **thời gian lớn nhất** để thực hiện chương trình đối với mọi dữ liệu vào có cùng kích thước n.

Tỷ suất tăng của hàm

- Ta nói hàm không âm **T(n)** có **tỷ suất tăng** (*growth rate*) **f(n)** nếu tồn tại các hằng số C và N_0 sao cho $T(n) \leq Cf(n), \forall n \geq N_0$.

Tỷ suất tăng f(n) = tốc độ tăng của hàm khi n tăng

VD : $\forall n \geq 0$, hàm n^3 có tốc độ tăng cao hơn n^2 khi n tang

- Có thể chứng minh được "***Cho một hàm không âm T(n) bất kỳ, luôn tìm được tỷ suất tăng f(n) của nó***".

Ví dụ về tỷ suất tăng

- **Ví dụ 1:** Xét hàm **$T(n) = (n+1)^2$** . Đặt $N_0 = 1$ và $C = 4$ thì $\forall n \geq 1$, ta luôn có $T(n) = (n+1)^2 \leq 4n^2$, tức là *tỷ suất tăng của $T(n)$ là $f(n) = n^2$*

- **Ví dụ 2:** Xét hàm **$T(n) = 3n^3 + 2n^2$**. Cho $N_0 = 0$ và $C = 5$, ta có thể chứng minh $\forall n \geq 0$: $3n^3 + 2n^2 \leq 5n^3$ hay *tỷ suất tăng của $T(n)$ là $f(n) = n^3$*

- *Tuy nhiên, rất khó xác định tỷ suất tăng bằng cách như trên mà thường áp dụng quy tắc sau:*

Quy tắc vận dụng: *Nếu $T(n)$ là một đa thức của n thì tỷ suất tăng của $T(n)$ là n với số mũ cao nhất.*

Khái niệm độ phức tạp của thuật toán

- Giả sử có 2 thuật toán P1 và P2 với *thời gian thực hiện* $\mathbf{T_1(n) = 100n^2}$ và $\mathbf{T_2(n) = 5n^3}$

  - **Vấn đề** : P1 hay P2 nhanh hơn?

  - **Cách giải quyết**: So sánh T1(n) và T2(n)

  - **Kết quả** : Phụ thuộc vào n

$P_1 : T_1(n) = \mathbf{100n^2} \rightarrow f_1(n) = n^2$ $\qquad$ $P_2 : T_2(n) = \mathbf{5n^3} \rightarrow f_2(n) = n^3$

$n = 1$:	$T_1(n) = 100.1^2$	$>$	$T_2(n) = 5n^3 = 5.1^3$	$\rightarrow P_2$ nhanh hơn P_1
$n = 2$:	$T_1(n) = 100.2^2$	$>$	$T_2(n) = 5n^3 = 5.2^3$	$\rightarrow P_2$ nhanh hơn P_1
…..				
$n = 19$:	$T_1(n) = 100.19^2$	$>$	$T_2(n) = 5n^3 = 5.19^3$	$\rightarrow P_2$ nhanh hơn P_1
$n = 20$:	$T_1(n) = 100.20^2$	$=$	$T_2(n) = 5n^3 = 5.20^3$	$\rightarrow P_2$ bằng P_1
$n = 21$:	$T_1(n) = 100.21^2$	$<$	$T_2(n) = 5n^3 = 5.21^3$	$\rightarrow P_1$ nhanh hơn P_2
…….				

Khái niệm độ phức tạp của thuật toán

Giả sử có 2 thuật toán P1 và P2 với *thời gian thực hiện* **$T_1(n) = 100n^2$** và **$T_2(n) = 5n^3$**

Vấn đề : P1 hay P2 nhanh hơn?

Khi $n \leq 20$: $T1(n) \geq T2(n) \rightarrow P_2$ nhanh hơn P_1

Khi $n > 20$: $T1(n) < T2(n) \rightarrow P_1$ (n^2) nhanh hơn (<) P_2 (n^3)

- Như vậy, một cách hợp lý là nên xét *tỷ suất tăng của hàm thời gian* thực hiện chương trình thay vì xét *thời gian thực hiện*.

Khi đó: P1 thực hiện nhanh hơn P2 vì tỷ suất tăng $n^2 < n^3, \forall n \geq 0$

Tỷ suất tăng của hàm thời gian = Độ phức tạp của thuật toán

Khái niệm độ phức tạp của thuật toán

- **Ký pháp Ô lớn** (big-O notation): Cho một thuật toán P có *thời gian thực hiện* là hàm T(n), nếu T(n) có tỷ suất tăng là f(n) thì thuật toán P có độ phức tạp là f(n) và **ký hiệu thời gian thực hiện T(n) là O(f(n))** (đọc là "*ô f(n)*").

- **Tính chất: (1) O (C.f(n)) = O(f(n))** với C là hằng số.

  VD : $O(100\, n^2) = O(n^2)$

  (2) O(C) = O(1) *VD : $O\,(100) = O(1)$*

<u>Lưu ý</u>: - Độ phức tạp của thuật toán là hàm chặn trên của hàm thời gian.

- Hằng nhân tử C trong hàm chặn trên thường không có ý nghĩa.

Khái niệm độ phức tạp của thuật toán

Thời gian thực hiện T(n) *(- Thời gian thực thi chương trình - Đo bằng số chỉ thị/lệnh)*

Tỷ suất tăng f(n) *(- Hàm chặn trên của T(n))*

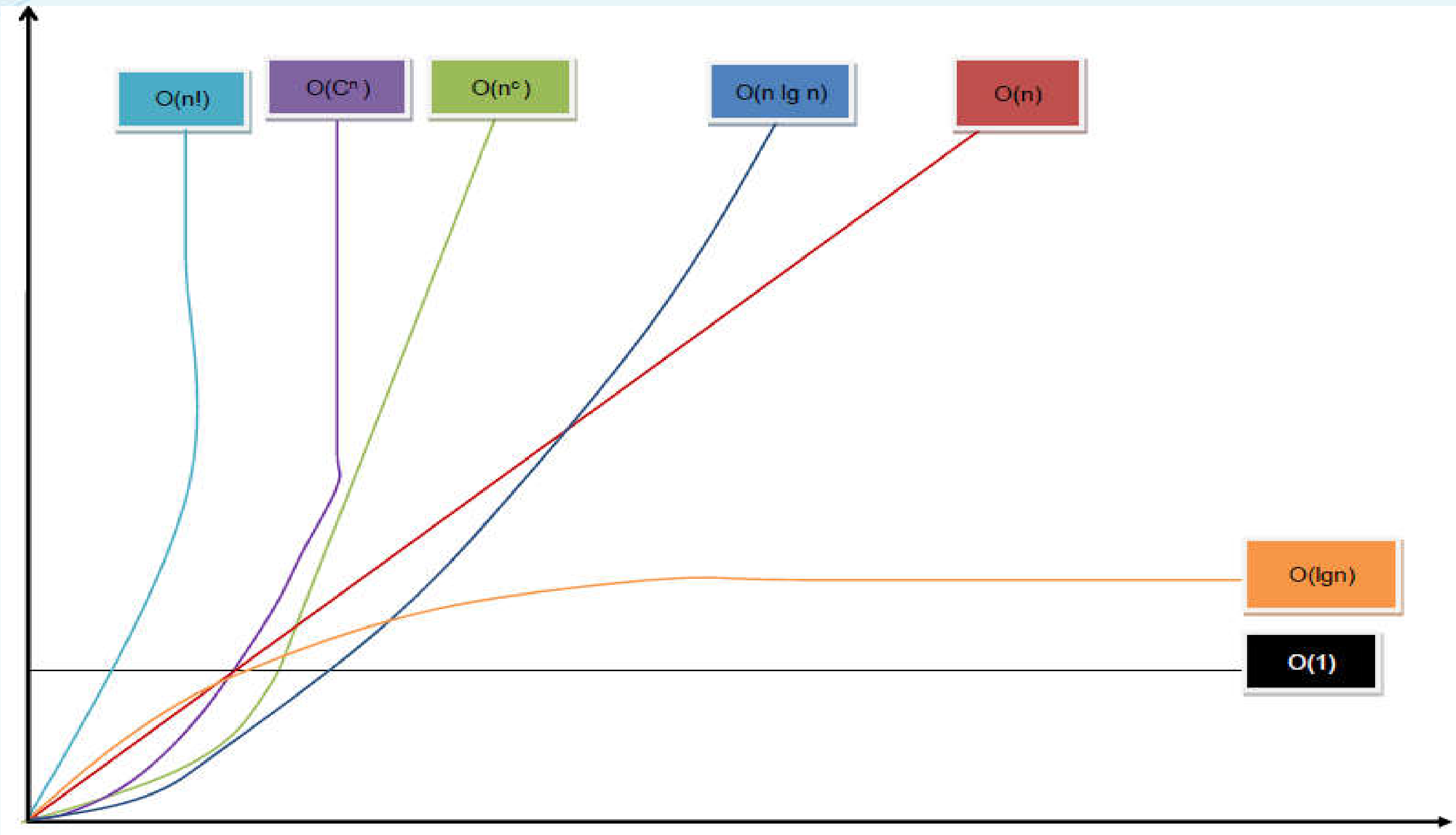
Độ phức tạp O(f(n)) *(Thang đo tỷ suất tăng)*

1) $T(n) = (n+1)^2$	$f(n) = n^2$	$O(n^2)$
2) $T(n) = 3n^3 + 2n^2$	$f(n) = ?$	$O(?)$
3) $T(n) = 7n^8 + 4n^7 + 10n^2 + 5$	$f(n) = ?$	$O(?)$

Các hàm độ phức tạp thường gặp

Dạng O	Tên Phân loại		
$O(1)$	Hằng		
$O(\log_2(n))$	logarit	~ logn	
$O(\sqrt{n})$	Căn thức		
$O(\sqrt[3]{n})$			
…			
$O(\sqrt[m]{n})$			
$O(n)$	Tuyến tính	Đa thức	Có thể chấp nhận được
$O(n^2)$	Bình phương		
$O(n^3)$	Bậc ba		
…			
$O(n^m)$	Đa thức		
$O(c^n)$, với $c>1$	Mũ	Độ phức tạp lớn	Cải tiến
$O(n!)$	Giai thừa		

Đồ thị biến thiên các hàm độ phức tạp thường gặp



CANTHO UNIVERSITY

Thang ưu tiên của Độ phức tạp

Thứ tự độ phức tạp tăng dần

*Hàm **hằng***: **O(1)**

*Hàm **logarit***: **O (logn)**

*Hàm **tuyến tính***: **O(n)**

*Hàm **logarit tuyến tính**: **O(nlogn)***

*Hàm **đa thức***: **O(n^c)**

*Hàm **mũ***: **O(C^n)**

*Hàm **giai thừa***: **O(n!)**

CANTHO UNIVERSITY

Giá trị biến thiên các hàm độ phức tạp thường gặp

$\lg n$	n	$n\lg n$	n^2	n^3	2^n
0	1	0	1	1	2
1	2	2	4	8	4
2	4	8	16	64	16
3	8	24	64	512	256
4	16	64	256	4096	65536
5	32	160	1024	32768	2147483648

Bài tập: Độ phức tạp

1. Phân loại các hàm độ phức tạp sau theo 4 nhóm : *Hàm hằng, Hàm tuyến tính, Hàm đa thức, Hàm mũ*

$$2^n, (3/2)n, (3/2)^n, 2n^3, 3n^2, 1, 1000, 3n$$

2. Sắp xếp các hàm độ phức tạp trong Bài tập 1 theo thứ tự độ phức tạp tăng dần.

3. Sắp xếp các hàm sau theo thứ tự độ phức tạp tăng dần:

$$8n^2, 6n^3, 64, n\log_6 n, \log_8 n, 4n, n\log_2 n, 8^{2n}, \log_2 n$$

Các nội dung cần nắm

(1) Thuật toán là gì ?

(2) Phân tích, đánh giá thuật toán để làm gì ?

(3) Tiêu chí đánh giá thuật toán ?

(4) Định nghĩa độ phức tạp của thuật toán?

(5) Thang mức độ ưu tiên của độ phức tạp ?