

# TP: Filtrage Particulaire - Diverses applications

Lassana Diabira

Antoine Tadros

01/04/2017

## Résumé

On souhaite estimer à chaque instant une fonction d'une variable aléatoire dite cachée,  $X_k$  à partir d'une suite de variables d'observations  $Y_{1:k}$ .

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Modèle</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Exercice 1 : Un petit échauffement...le modèle de Kitagawa</b>	<b>2</b>
2.1	Pourquoi semble-t-il difficile de déduire l'état caché à partir de l'observation seule ?	2
2.2	Loi de transition et vraisemblance . . . . .	2
2.3	Génération de la trajectoire pendant la période T . . . . .	3
2.4	Estimation et mesure la qualité de notre estimateur . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Exercice 2 : Suivi de Visage sur une séquence vidéo</b>	<b>5</b>
3.1	Expression de la vraisemblance . . . . .	5
3.2	Modèle d'état . . . . .	5
3.3	Génération du jeu d'observation . . . . .	5
3.4	Estimation des paramètres d'état à chaque instant n . . . . .	5

# 1 Modèle

Le processus  $(X_{0:n}, Y_{0:n})$  est une chaîne de Markov cachée. La loi du couple s'écrit :

$$p(x_{0:n}, y_{0:n}) = p(x_0) \prod_{i=1}^n p(x_i/x_{i-1}) \prod_{j=0}^n p(y_j/x_j) \quad (1)$$

Pour des modèles à bruit additif, on se donne une équation d'état et une équation d'observations

$$X_k = f(X_{k-1}) + U_k \quad (2)$$

$$Y_k = g(X_k) + V_k \quad (3)$$

Où  $U_k, V_k$  sont de lois connues, les  $U_k$  sont indépendantes entre eux et indépendantes des  $V_k$  (elles aussi indépendantes entre elles).

## 2 Exercice 1 : Un petit échauffement...le modèle de Kitagawa

Le modèle de Kitagawa sert souvent d'indicateur de performance pour comparer différents algorithmes de filtrage et est utilisé en économétrie. Le modèle est décrit par les deux équations suivantes :

$$X_n = 0.5X_{n-1} + 25X_{n-1} \frac{1}{1+X_{n-1}^2} + 2\cos(1.2n) + U_n \quad (4)$$

$$Y_n = X_n^2 \frac{1}{20} + V_n \quad (5)$$

où  $U_n \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$  et  $V_n \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ . Tous les bruits sont indépendants entre eux. Les paramètres qu'on initialise sont les suivants :  $N=50$  (nombre de particules),  $Q=10$ ,  $R=1$ ,  $T=50$  (longueur du scénario)

### 2.1 Pourquoi semble-t-il difficile de déduire l'état caché à partir de l'observation seule ?

Nous ne sommes pas dans un modèle linéaire gaussien. En effet  $Y_n \sim N(\frac{X_n^2}{20}, \mathbf{R})$ . L'espérance de  $Y_n$  n'est pas une combinaison linéaire de  $X_n$ , il est donc difficile de déduire l'état caché à partir de l'observation seule.

### 2.2 Loi de transition et vraisemblance

La loi de transition est donnée par :  $f_{n/n-1}(x_n/x_{n-1}) = 0.5X_{n-1} + 25X_{n-1} \frac{1}{1+X_{n-1}^2} + 2\cos(1.2n)$  et la vraisemblance est donnée par  $g_n(y_n/x_n) = N(\frac{X_n^2}{20}, \mathbf{R})$

### 2.3 Génération de la trajectoire pendant la période T

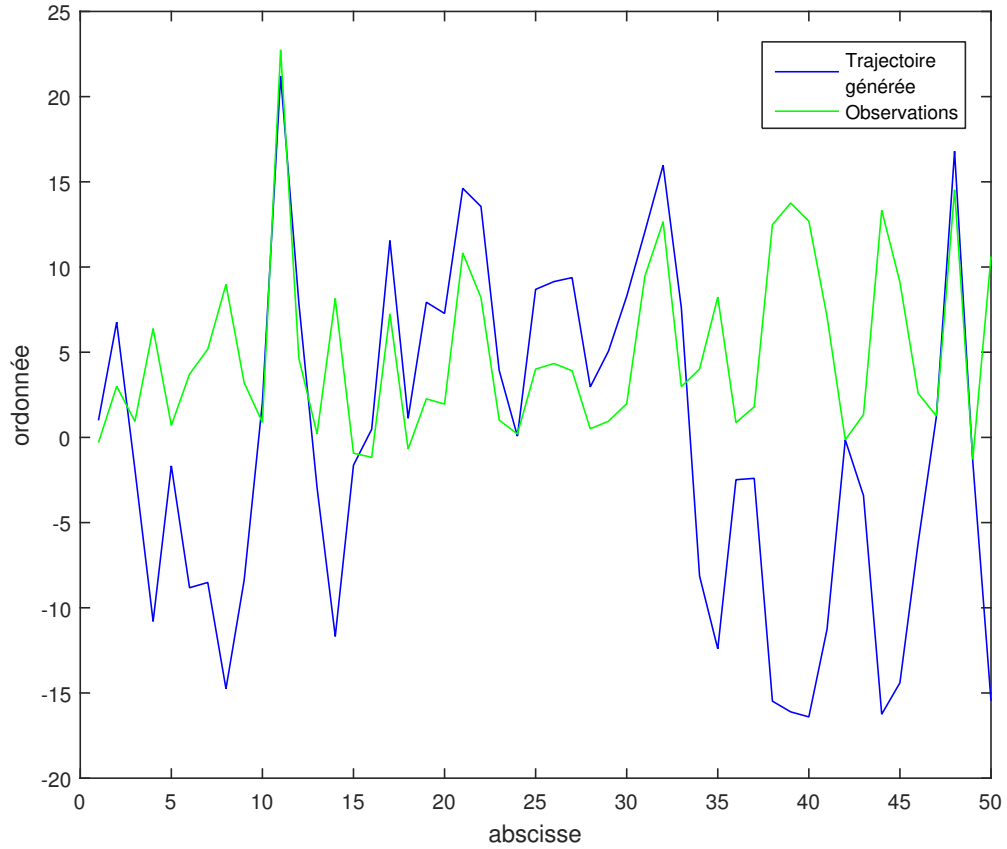


FIGURE 1 – Simulation d'une trajectoire et de son observation

### 2.4 Estimation et mesure la qualité de notre estimateur

On dispose des observations, qui arrivent au fur et à mesure, et on cherche à chaque instant un estimateur de  $X_n$ . L'estimation se fait en 5 étapes

- Tirage des nouvelles particules suivant la loi de transition  $f_{n/n-1}(x_n/x_{n-1})$
- Calcul de la vraisemblance de chaque particule
- Déduction du poids normalisé de chaque particule
- Estimation de l'état caché échantillonnage des particules

Maintenant qu'on a estimé l'état caché, comparons les trajectoires réelles, observées et estimées.

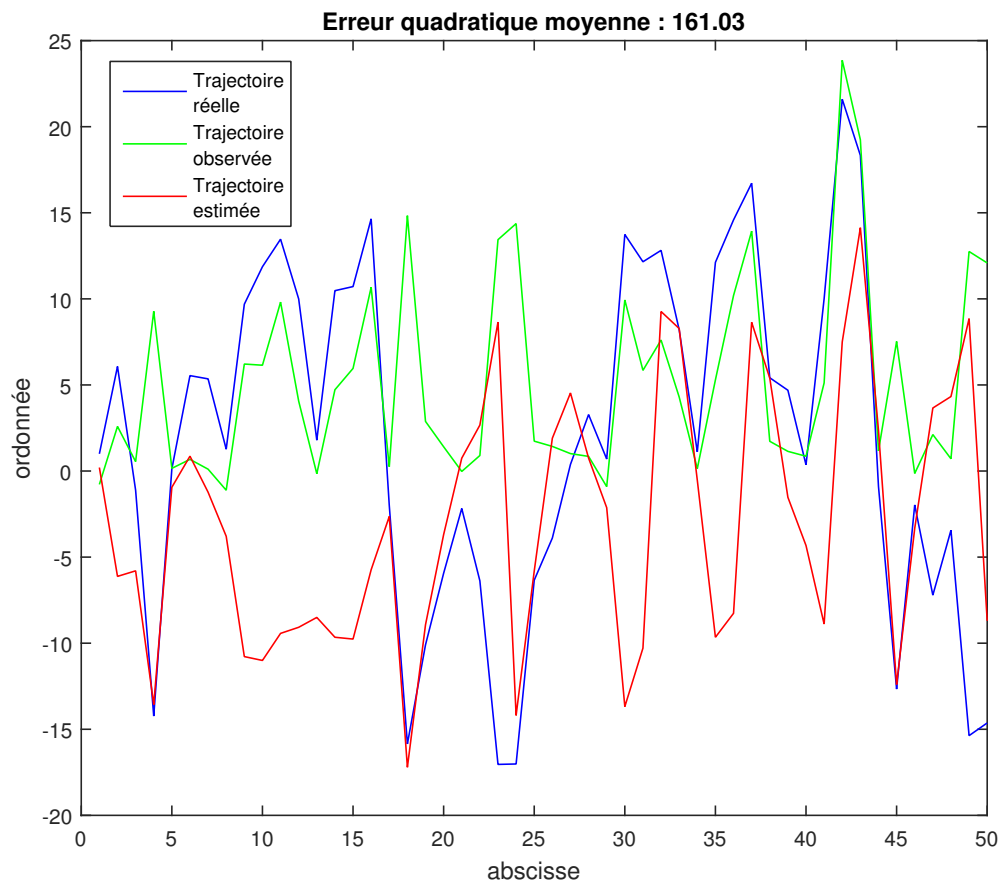


FIGURE 2 – Simulation d’une trajectoire et de son observation

Calculons l’erreur quadratique moyenne de l’estimée pour différents nombres de particules.

$N$	10	100	500	1000	5000	10000
Erreur Quadratique Moyenne	110.90	112.96				

Influence de  $R$  :

$\sigma_Q$	0.1	1	10	100	500	1000
Erreur Quadratique Moyenne						

Influence de  $N$  (nombre de particules) :

$\sigma_Q$	10	50	100	500	1000	10000
Erreur Quadratique Moyenne						

### 3 Exercice 2 : Suivi de Visage sur une séquence vidéo

Nous allons utiliser le filtrage particulaire sur une séquence vidéo afin de suivre des visages. Dans la séquence vidéo, on encadre un visage par un rectangle dont les dimensions sont fixes au cours du temps. L'état caché à l'instant  $n$  correspond donc au vecteur aléatoire  $X_n$  à deux dimensions  $X_n = [X_1, X_2]^T$  où  $X_1$  et  $X_2$  représentent respectivement l'abscisse et l'ordonnée du point haut gauche du rectangle. Notre objectif à chaque instant est de placer le rectangle autour du visage. L'équation dynamique est donnée par la relation suivante :

$$X_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X_{n-1} + U_n \text{ où } U_n \sim N(0_{2 \times 2}, Q) \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} 1 & T_e & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

#### 3.1 Expression de la vraisemblance

La vraisemblance est donnée par la loi de probabilité suivante :  $p(y_k/x_k) = \exp(-\lambda D^2(q, q'(x_k)))$  où  $D(q, q') = (1 - \sum_{i=1}^n \sqrt{q(i)q'(i)})$

On initialise nos paramètres de la manière suivante :  $N=50$  particules,  $N_b=10$ ,  $\lambda = 20$ ,  $C_1=C_2=300$

#### 3.2 Modèle d'état

L'état caché à l'instant  $n$  correspond à un vecteur à deux dimensions  $X_n = [X_1, X_2]^T$  où  $X_1$  et  $X_2$  représentent respectivement l'abscisse et l'ordonnée du point haut gauche du rectangle entourant le visage. Ce modèle d'état semble pertinent cependant il peut rapidement montrer ses limites. En effet, dès que l'objet pisté subit un mouvement important il est alors difficile de le suivre. L'autre point faible du modèle est que les dimensions du rectangle sont fixes ce qui empêche le modèle d'être flexible.

#### 3.3 Génération du jeu d'observation

Nos observations sont les images qui arrivent une par une. Pour chaque observation nous devons estimer les coordonnées du point haut gauche du rectangle qui doit entourer le visage.

#### 3.4 Estimation des paramètres d'état à chaque instant $n$

Dans un premier temps, nous initialisons les particules selon une loi normale centrée sur les coordonnées du premier point haut gauche et d'écart-type  $\sqrt{300}$ . Ensuite pour chaque nouvelle image, on tire selon la loi de transition. A partir de l'histogramme de couleur, on calcule le poids et on en déduit ensuite les coordonnées du point haut gauche du rectangle associé. Dans un premier temps on encadre à la main le visage sur la première image :

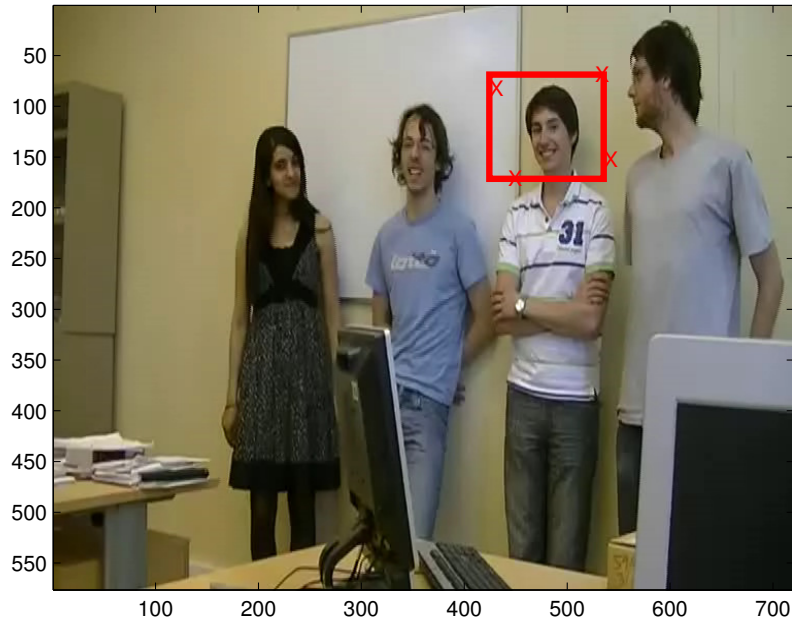


FIGURE 3 – Choix du visage

On fait ensuite tourner l'algorithme du filtrage particulaire pour qu'il estime la trajectoire du visage sélectionné à l'étape précédente. Dans l'image ci-dessous on encadre la position finale estimée ainsi que la trajectoire estimée du coin supérieur gauche du rectangle en bleu.

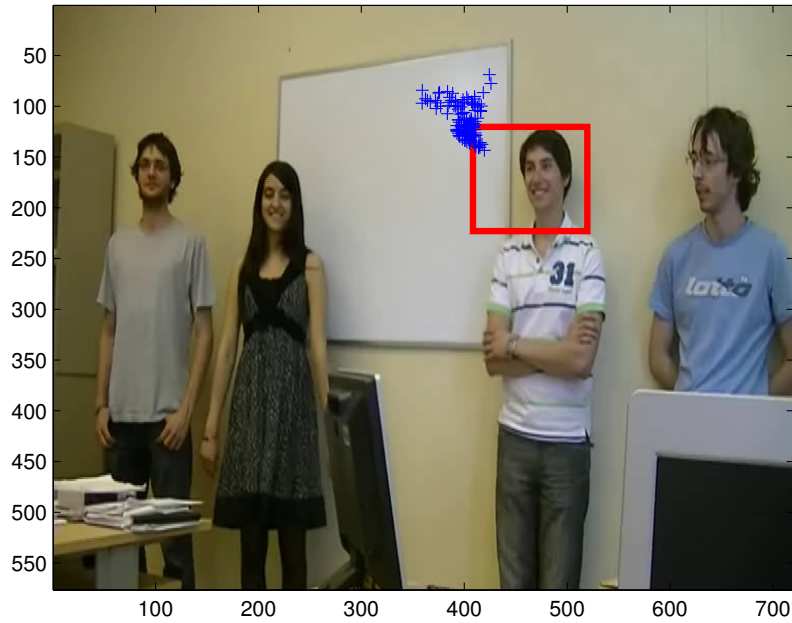


FIGURE 4 – Image finale

**Commentaire sur le modèle choisi** On a choisi un modèle dans lequel on suppose que la cible est immobile. L'élève encadré ne bougeant pas nous avons donc une bonne estimation de sa positions durant la séquence d'image.

Cependant dans le cas où la personne sélectionnée se déplace, l'estimateur n'est plus efficace car le modèle n'est plus pertinent.

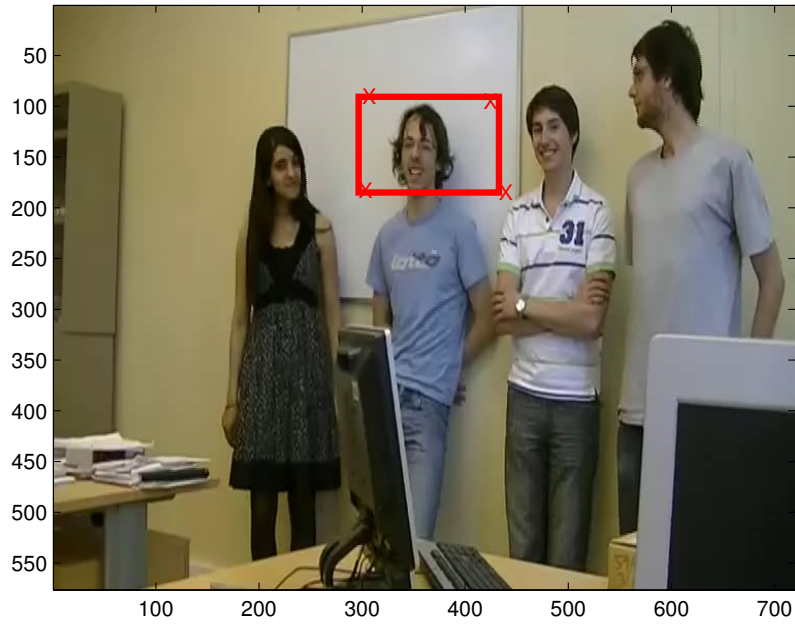


FIGURE 5 – Image initiale



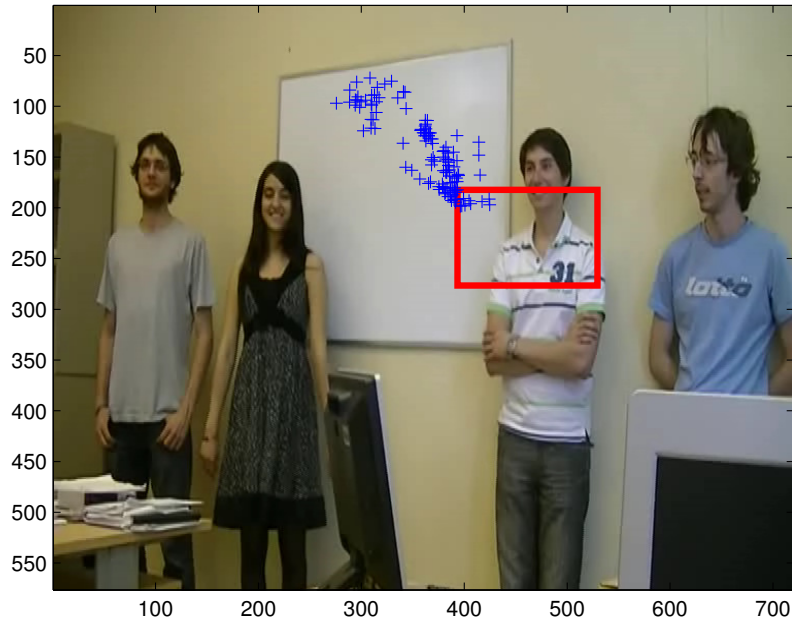


FIGURE 6 – Image finale

Pour palier à ce problème on modifie l'équation d'état en modifiant la matrice identité par une matrice du type  $\begin{pmatrix} 1 & Te \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  par exemple si le mouvement est rectiligne uniforme et parallèle à l'axe des abscisses.

**Dans le cas d'une accélération forte**, on perd le caractère uniforme du mouvement. On a donc une perte de confiance sur le modèle proposé. Pour tenter de compenser ce problème on prend des valeurs de  $C1$  et  $C2$  grandes.

Une autre source d'erreur est le passage de certains individu devant les autres ce qui perturbe le pistage.

Comme dit précédemment, on prend un modèle où la cible est supposée immobile. **Lors des croisements**, il y a mouvement d'au moins un des étudiants présent sur la séquence. Le personnage qui se déplace ne respecte pas le modèle. On aura du mal à le suivre. Par ailleurs, puisque notre estimateur se base sur la comparaison d'histogramme et que les histogrammes des visages peut être proche, on aura une confusion entre les deux et une perte de la cible comme on le voit dans les figures 5 et 6.

**Comparaison avec un appareil photo numérique** L'appareil photo numérique contient un algorithme de reconnaissance faciale que nous n'avons pas. En conséquence, il ne suivra jamais des zone où il n'y a pas de visage. Par ailleurs, l'algorithme permet d'identifier un individu à un visage ce qui évite la confusion entre 2 personnes.