Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления» (ИУ)

КАФЕДРА «Информационная безопасность» (ИУ8)

Отчёт

по лабораторной работе № 1
по дисциплине «Теория систем и системный анализ»

Тема: «Исследование методов прямого поиска экстремума унимодальной функции одного переменного»

Вариант 15

Выполнил: Ушаков З. М.,
студент группы ИУ8-31

Проверил: Коннова Н.С.,
доцент каф. ИУ8

Москва 2020

1. Цель работы

Исследовать функционирование и провести сравнительный анализ различных алгоритмов прямого поиска экстремума (пассивный поиск, метод дихотомии, золотого сечения, Фибоначчи) на примере унимодальной функции одного переменного.

2. Условие задачи

На интервале $[9; 12]$ задана унимодальная функция одного переменного $f(x) = x^2 sin(x)$. Используя метод Фибоначчи, найти интервал нахождения минимума $f(x)$ с заданным количеством итераций. Провести сравнение с методом оптимального пассивного поиска. Результат, в зависимости от числа точек разбиения N, представить в виде таблицы.

3. Ход работы

Построим график заданной функции и определим местонахождение её минимума:

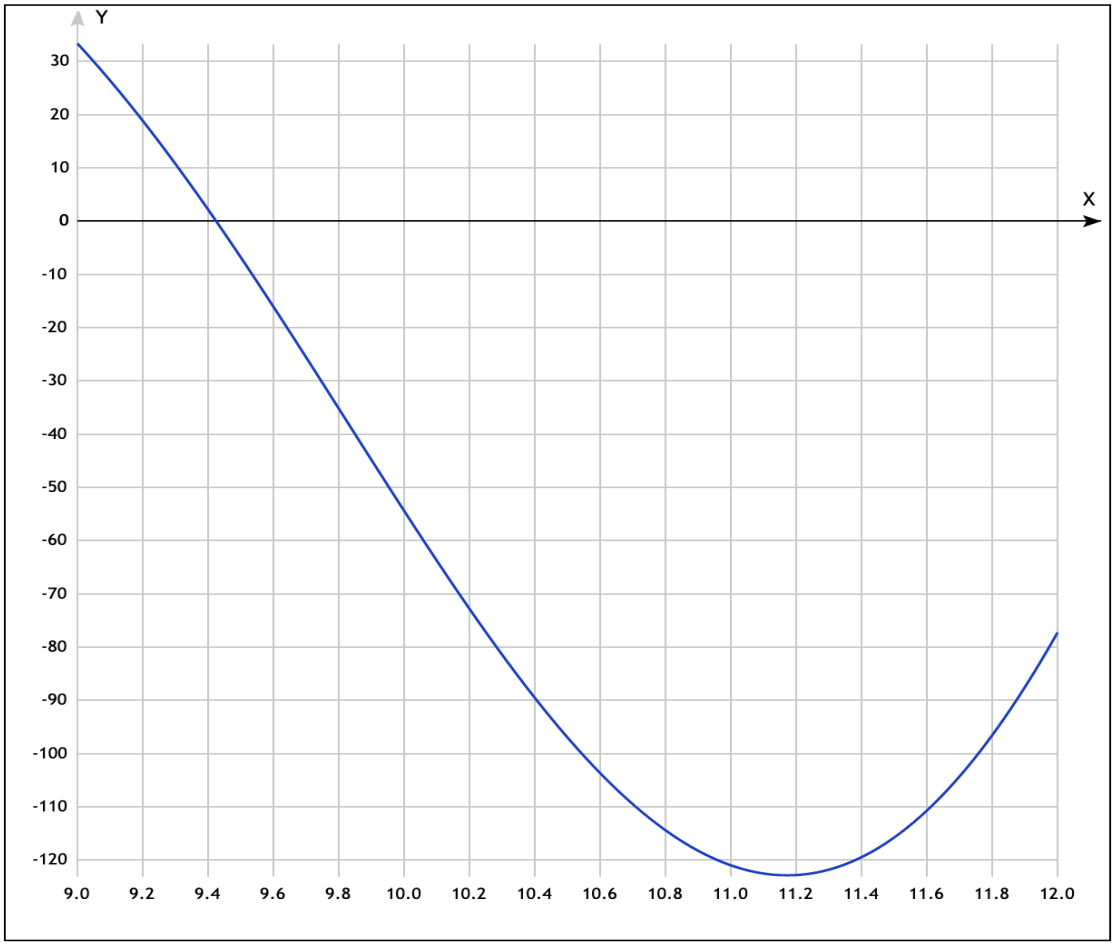


Рисунок 1 - График Функции $f(x) = x^2 sin\,(x)$ на интервале [9, 12]

Как видно из графика, функция достигает своего минимума в точке $x = 11{,}1727$. Теперь проведём программный расчет при помощи методов оптимального пассивного поиска и Фибоначчи.

Результат работы программы представлен в таблицах 1 и 2:

Таблица 1 – результат работы метода пассивного поиска

Количество точек (N)	Значение x в минимуме
1	10.500000+-1.500000
2	11.000000+-1.000000
3	11.250000+-0.750000
4	11.400000+-0.600000
5	11.000000+-0.500000
6	11.142857+-0.428571
7	11.250000+-0.375000
8	11.333333+-0.333333
9	11.100000+-0.300000
10	11.181818+-0.272727
11	11.250000+-0.250000
12	11.076923+-0.230769
13	11.142857+-0.214286
14	11.200000+-0.200000
15	11.250000+-0.187500
16	11.117647+-0.176471
17	11.166667+-0.166667
18	11.210526+-0.157895
19	11.100000+-0.150000
20	11.142857+-0.142857
21	11.181818+-0.136364
22	11.217391+-0.130435

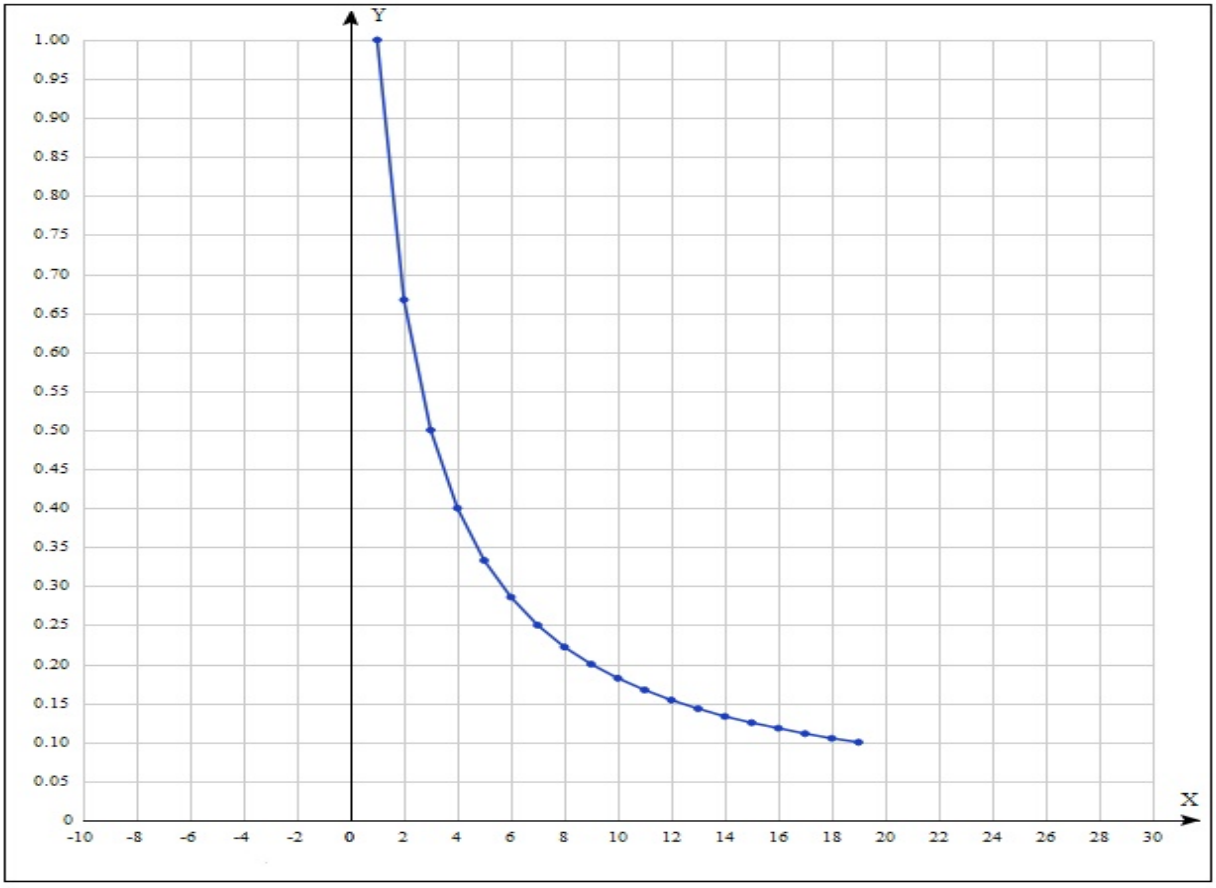
23	11.125000+-0.125000
24	11.160000+-0.120000
25	11.192308+-0.115385
26	11.222222+-0.111111
27	11.142857+-0.107143
28	11.172414+-0.103448
29	11.200000+-0.100000

Таблица 2 – результат работы метода Фибоначчи

Количество точек (N)	Значение y
1	11.291796068
2	11.562305899
3	11.124611797
4	11.021286236
5	11.188470506
6	11.227937359
7	11.16407865
8	11.149003654
9	11.17339551
10	11.179153646
11	11.169836786
12	11.175594922
13	11.172036198
14	11.171196098
15	11.172555411
16	11.172876297
17	11.172357085
18	11.172677971
19	11.172753736

```
|20           |11.172631175  |
|21           |11.17270694   |
|22           |11.172724767  |
|23           |11.172695799  |
|24           |11.172713626  |
|25           |11.172702484  |
|26           |11.172709169  |
|27           |11.172704712  |
|28           |11.17270694   |
|29           |11.172709169  |
-------------------------------
Минимальное значение функции в точке: 11.172709169
```

Построим график зависимостей погрешности от числа точек N (для оптимального пассивного поиска).



Ссылка на git-репозиторий: https://github.com/HvarZ/tsisa_lab01

4. Выводы

В конечном итоге расчета разными методами показали что метод Фибоначчи эффективнее метода оптимально пассивного поиска при нахождении экстремума унимодальной функции одного переменного.

Приложение 1. Исходный код программы

Файл Fibonacci.h:

```
#pragma once
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <string>
#include <iomanip>
#include <algorithm>

using std::cout;
using std::endl;

double f (const double& x){
    return (pow(x ,2) * sin(x));
}


int64_t Fib( const size_t &n )
{
    if (n < 1) return 0;
    int64_t f1 = 0 , f2 = 1, fn = 0;
    for ( size_t  i = 1; i < n; ++i )
    {
        fn = f1 + f2;
        f1 = f2;
        f2 = fn;
    }
    return fn;
}


std::vector<double> Fib_values(double& a, double& b, size_t n)
{
    std::vector<double> values;
    double  x1 = a + (b - a) * Fib(n) / Fib(n + 2);
    double  x2 = a +  b - x1;
    double  y1 = f(x1);
    double  y2 = f(x2);
    while (n--) {
        if (y1 > y2) {
            a = x1;
            x1 = x2;
            x2 = b - (x1 - a);
            y1 = y2;
            y2 = f(x2);
            values.push_back(x2);
        }
        else {
            b = x2;
            x2 = x1;
            x1 = a + (b - x2);
            y2 = y1;
            y1 = f(x1);
```

```
            values.push_back(x1);
        }
    }
    return values;
}

void PrintValues (const std::vector<double>& values){
    cout << "Расчет методом Фибоначчи" << endl;
    cout << "|" << std::setw(23) << std::left << "Количество" << "|"
    << std::setw(22) << std::left << "Значение y" << "|" << endl;
    cout << "|" << std::setw(18) << std::left << "точек (N)" << "|"
    << std::string(14,' ') << "|" << endl;
    cout << std::string (30, '-') << endl;
    for (size_t i = 0; i < values.size(); i++){
        cout << "|" << std::setw(13) << i + 1 << "|" << std::setw(14) <<
std::setprecision(11) << values[i] << "|" << endl;
    }
    cout << std::string (30, '-') << endl;
    cout << "Минимальное значение функции в точке: " << values[values.size()-
1] << endl;
}
```

Файл Passive_search.h:

```
#include "Fibonacci.h"


std::vector<std::pair<double, double>> PasValues(const double& a, const
double& b, const double& quantity) {
    std::vector<std::pair<double, double>> values;
    size_t N = 1;
    double delta = (b - a) / (N + 1);
    double minX;
    while (delta > quantity) {
        std::vector<double> valuesY;
        delta = (b - a) / (N + 1);
        for (size_t k = 1; k <= N; ++k) {
            valuesY.push_back(f((b - a) / (N + 1) * k + a));
        }
        size_t kForMinY = std::min_element(valuesY.begin(), valuesY.end()) -
valuesY.begin() + 1;
        minX = (b - a) / (N + 1) * kForMinY + a;
        values.push_back({ minX, delta });
        N++;
    }
    return values;
}

void PrintPasValues (const std::vector<std::pair<double, double>>& values)  {
    cout << "Расчет методом оптимально пассивоного поиска" << endl;
    cout << "|" << std::setw(23) << std::left << "Количество" << "|"
    << std::setw(28) << std::left << "Значение x" << "|" << endl;
    cout << "|" << std::setw(18) << std::left << "точек (N)" << "|"
    << std::setw(29) << std::left << "в минимуме" << "|" << endl;
    cout << std::string (36, '-') << endl;
    for (size_t i = 0; i < values.size(); i++){
        cout << "|" << std::setw(13) << i + 1 << "|" << std::setw(20)
        << std::to_string(values[i].first) + "+-" +
std::to_string(values[i].second) << "|" << endl;
    }
    cout << std::string (36, '-') << endl;
}
```

Файл main.cpp:

```
#include "Fibonacci.h"
#include "Passive_search.h"

double N = 29;
double QUANTITY = 0.1;
double LEFT_EDGE = 9.0;
double RIGHT_EDGE = 12.0;

int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "Russian");

    cout << "Вариант 15" << endl;
    cout << "Функция: y = x^2 * sin(x)" << endl;
    cout << "Интервал: [9, 12]" << endl << endl;

    std::vector<std::pair<double,double>> values = PasValues(LEFT_EDGE,
RIGHT_EDGE, QUANTITY);
    PrintPasValues(values);
    cout << endl;

    std::vector<double> Fibvalues  = Fib_values(LEFT_EDGE, RIGHT_EDGE, N);
    PrintValues(Fibvalues);
}
```

Контрольный вопрос

В чем состоит сущность метода оптимального пассивного поиска?

Оптимально пассивным поиском — минимаксный метод поиска, в котором информация о значениях функции, вычисленных в предшествующих точках, не может быть использована.

Сущность метода оптимально пассивного поиска состоит в делении интервала на равные отрезки (с изначально заданным количеством точек) и исключении заведомо неудовлетворяющих условию заданной задачи отрезков.

Метод оптимально пассивного поиска применим только для унимадальных функций.