

更多信竞资讯敬请关注微信订阅号：信息学竞赛(中文名)

微信号：noipnoi



## 一、数学基础

### 【简介】

数学题在 OI 中的知识点很细很杂，除了特定种类、成系统的的知识点以外，还有很多各式的小结论需要在平时学习的过程中去学习和记忆。但和单纯的数学不同的是，OI 中，尤其是 NOIP 中的数学并不是非常在意结论的正确性，而更在意如何去使用一个结论。就像做数学题时，并不关心数学公式如何被证明，更关心一个正确的数学公式如何通过正确的变形去解题。

### 【知识点清单】

1. 高精度计算
2. 模意义下的运算
3. 快速幂
4. 最大公约数、最小公倍数
5. 筛法

### 【学习重点】

1. 通过题目去不断学习以上各种算法的变形与实际运用。
2. 培养基本的数学思维和直觉，便于在做题的时候通过联想得到解。
3. 准备自己的模板，熟记算法。
4. 注意 long long 和取模的问题。
5. 高精度除法(取模)的正确实现，高精度压位操作的实现。

### 【例题】

1. Heritage (POJ 1405)
2. Tiling (POJ 2506)
3. Count DePrimes (UVa 11408)
4. Exponentiation (POJ 1001)
5. Raising Modulo Numbers (POJ 1995)

## 二、数论相关

### 【简介】

数论在 OI 的数学题中占据颇多，而且常出现与其他类型数学题(比如计数，矩阵)的结合中。因此无论是 NOIP 选手，还是备战省选、NOI 的选手，都应多了解掌握数论的有关知识。近年来，数论问题在 OI 中的难度越发加大，而且有知识点从 NOI 向 NOIP 迁移的趋势，故数论问题的学习不可或缺。

### 【知识点清单】

1. 逆元
2. 线性筛法
3. 欧几里得与扩展欧几里得算法
4. 中国剩余定理
5. 裴蜀定理
6. 积性函数
7. 费马小定理与欧拉定理
8. BSGS

9. Miller Rabin 与素性测试

10. 二次剩余

11. 原根

12. Pollard rho

【学习重点】

1. 通过题目去不断学习以上各种算法的变形与实际运用。
2. 掌握每个定理的性质，便于在做题的时候通过联想得到解。
3. 利用中国剩余定理解决模数不是素数时的同余方程。
4. 掌握并熟练逆元的求解。
5. 理解线性筛求积性函数的过程。
6. 了解基本的积性函数并具备一定的推导证明能力。

【例题】

1. Discrete Logging (BZOJ 3239)
2. 密钥破解 (BZOJ 4522)
3. Quadratic Residues (POJ 1808)
4. Code Feat (UVA 11754)
5. 异或 (BZOJ 3656)

三、矩阵相关

【简介】

矩阵问题在 OI 中往往不独立出现，通常会以图论、递推等背景出成题目。可以说矩阵是 NOIP 的基础内容，因此近年来也在不断挖深挖难，课程中也会介绍一些最近省选的热门考点(凯莱哈密尔顿定理)，并巩固一些基础知识(行列式、矩阵树定理)。矩阵问题的解决核心在于构造矩阵以及加速乘法，前者对应的问题转化能力和后者对应的算法设计能力是需要选手进行大量练习和培养的。

【知识点清单】

1. 矩阵乘法与快速幂
2. 行列式
3. 高斯消元
4. 矩阵树定理
5. 凯莱哈密尔顿定理与线性齐次递推

【学习重点】

1. 通过题目去不断学习以上各种算法的变形与实际运用。
2. 掌握每个定理的性质，便于在做题的时候通过联想得到解。
3. 利用矩阵快速幂求递推函数(常用于优化 DP)。
4. 异或高斯消元与高斯消元求行列式及矩阵逆。
5. 掌握矩阵与线性齐次递推的转化。
6. 对于较难内容，尝试记住结论
7. 对名词有一定的了解，便于未来复习巩固。

【例题】

1. 小 z 的房间 (BZOJ 4031)
2. Flip Game (POJ 1753)
3. Extended Lights Out (POJ 1222)
4. Shlw loves matrix I (BZOJ 4161)
5. Shlw loves matrix II (BZOJ 4162)

#### 四、计数相关

##### 【简介】

计数类问题通常是 OI 中比较难以解决的问题，因为它时常伴随着较难处理的结构，比如环上计数、去重计数、染色计数，更不用提多个模型混合的题目。对于这类题目，能做出来甚至做出部分分，对于比赛的成功都是大有帮助的。因此课程的内容也会相对较难，该部分内容需要选手仔细推敲掌握，是 OI 数学类问题的难点。

##### 【知识点清单】

1. 各类反演(莫比乌斯、二项、Abel 等)
2. 容斥原理
3. 求和变形
4. 模意义下的组合数和 Lucas 定理
5. 斯特林数
6. Polya 与 Burnside
7. 生成函数

##### 【学习重点】

1. 通过题目去不断学习以上各种算法的变形与实际运用。
2. 掌握每个定理的性质，便于在做题的时候通过联想得到解。
3. 掌握运用线性筛求积性函数的方法。
4. 掌握莫比乌斯反演和容斥原理。
5. 熟练生成函数的计算
6. 对于染色计数问题，培养转化为 Polya 或 Burnside 的能力

##### 【例题】

1. Sum (UOJ 42)
2. Let it Bead (POJ 2409)
3. 礼物 (BZOJ 2142)
4. Sky Code (POJ 3904)
5. 食物 (BZOJ 3028)

#### 五、卷积相关

##### 【简介】

卷积是高精度的推广与优化，在 NOI 和省选等级的赛事中是一项基础内容。最为常见的 FFT 和 NTT，事实上可以从代数(矩阵)推得，如果能理解推导的关系，对于实现代码是非常有帮助的。至于 FWT，是指数上做位运算的一类卷积形式。它们在加速卷积类递推方程时时常作为考察点，已成为相对基础的数学手段。

##### 【知识点清单】

1. FFT
2. NTT
3. FWT
4. 多项式求逆与开根

##### 【学习重点】

1. 通过题目去不断学习以上各种算法的变形与实际运用。
2. 掌握每个定理的性质，便于在做题的时候通过联想得到解。
3. 掌握 FFT 和 NTT，并熟练其代码，或者准备模板。
4. 了解 FWT 与递推的关系。
5. 培养对位运算和卷积的认识。

**【例题】**

1. Bull Math (POJ 2389)
2. 性能优化 (BZOJ 1919)
3. Hard Nim (BZOJ 4589)
4. 序列统计 (BZOJ 3992)
5. 图的价值 (BZOJ 5093)

**六、 概率期望相关****【简介】**

概率期望内容在 OI 中是比较常见的,一般以期望题为主,但也有难题例如概率 DP 之类的。这部分的知识相对较难,需要选手对概率的一定认识,以及对高数(尤其是其中的微积分内容)有一定掌握。在课程的设计上,同时加入了一些与微积分有关的极值最值问题(拉格朗日乘数法、最小二乘法),这些也是对于连续型问题的必修内容。

**【知识点清单】**

1. 概率和期望的定义以及基本性质
2. 随机变量与简单计算
3. 拉格朗日乘数法
4. 最小二乘法

**【学习重点】**

1. 通过题目去不断学习以上各种算法的变形与实际运用。
2. 掌握每个定理的性质,便于在做题的时候通过联想得到解。
3. 掌握概率、期望、随机变量的定义与性质。
4. 熟练基础函数的微积分。
5. 了解最优化问题转拉格朗日乘数法的方式。

**【例题】**

1. Collecting Bugs (POJ 2096)
2. Headshot (POJ 3869)
3. Cows and Cars (Uva 10491)
4. 概率充电器 (BZOJ 3566)
5. 地震后的幻想乡 (BZOJ 3925)