학과: 게임학부
학번: C077044
이름: 황태훈

10. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 9 & -10 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 8 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_3 \to R_1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -10 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 8 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_2 \to R_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -10 \\ 2 & 0 & 4 & -8 \\ 3 & 4 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{2R_1 + R_3 \to R_3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -10 \\ 2 & 0 & 4 & -8 \\ 5 & 0 & 10 & -20 \end{pmatrix} \xrightarrow[\frac{1}{5}R_3]{\frac{1}{2}R_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -10 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2 = R_3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -10 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{R_1 - R_2 \to R_1} \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 & -6 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{2}R_1 \Leftrightarrow R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

선도변수: x, y
자유변수: $z = t$

$x = -t - 4 \quad y = -\frac{1}{2}t + 3 \quad z = t.$

정답: $\boxed{(-4, 3, 0)\text{을 지나고 } \vec{v}(-1, -\tfrac{1}{2}, 1)\text{에 평행인 직선}}$

11. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1+R_2 \to R_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3-R_1 \to R_3} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{2R_1+R_2 \to R_2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[-R_3]{-\frac{1}{5}R_2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1+R_2 \to R_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{R_1+R_3 \to R_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xleftrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

선도변수 : x, y, z

$x=-1,\ y=1,\ z=0$

정답 ! $\boxed{\text{세평면 점 } (-1,1,0) \text{에서만 만난다.}}$

12. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & -1 \\ 3 & -1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2 \to R_3} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_1 \to R_3} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{R_2 - R_3 \to R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -6 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2} R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{R_3 - 3R_2 \to R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 8 & \frac{7}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_1 \to R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 6 & \frac{7}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{6} R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{12} \end{pmatrix}$

$\xrightarrow{R_2 + 3R_3 \to R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{12} \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 - 2R_3 \to R_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{6} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{12} \end{pmatrix}$

선도변수 : x, y, z

$x = -\frac{7}{6}$, $y = \frac{5}{4}$, $z = \frac{7}{12}$

정답 : $\boxed{\text{세 평면이 점 } \left(-\frac{7}{6}, \frac{5}{4}, \frac{7}{12}\right) \text{에서만 만난다.}}$

13. $AC = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$

$(AC)A = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 35 & 16 & -25 \\ 17 & 10 & -14 \end{pmatrix}$

정답 : $\boxed{\begin{pmatrix} 35 & 16 & -25 \\ 17 & 10 & -14 \end{pmatrix}}$

14. $BA = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -5 \\ -12 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

$C(BA) = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 2 & -5 \\ -12 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -56 & -4 & 22 \\ 52 & 8 & -24 \\ -70 & -2 & 25 \end{pmatrix}$

정답 : $\boxed{\begin{pmatrix} -56 & -4 & 22 \\ 52 & 8 & -24 \\ -70 & -2 & 25 \end{pmatrix}}$

15. $p(A) = A^3 + 10A - 5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} + 10\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ -30 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

$= -5\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ -30 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -5 & -10 \\ 15 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ -30 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -15 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -15 & -10 \end{pmatrix}$

정답! $\boxed{\begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -15 & -10 \end{pmatrix}}$

16. $AI = IA$ 같으므로 교환법칙 성립 $A^2 + 2A + I = (A+I)^2 = O$

$A + I = O \Rightarrow A = -I$ $\therefore$ A 가역이다.

A의 역함수는 $A \cdot A^{-1} = I$ 가 되어야하므로 $A = -I$ 이면 $A^{-1} = -I$ 이다.