重庆大学本科学生毕业论文（设计）

双圆偏振光驱动下Kane-Mele模型中的拓扑相变研究



学 生：郭昊葳

学 号：20210978

指导教师：王锐

专 业：物理学（强基）

重庆大学物理学院

2025年6月

**Undergraduate Thesis (Design) of Chongqing University**

**Study of Topological Transitions in the Kane-Mele Model Driven by Bicircular Polarized Light**

# 

**By**

**GUO Haowei**

# **Supervised by**

# **Prof. WANG rui**

# 

## **Physics**

## **School of Physics**

### Chongqing University

### June，2025

摘 要

空一行

这里是摘要

关键词：Kane-Mele模型；拓扑绝缘体；Floquet理论；

**ABSTRACT**

This is abstract.

**Key words：** Kane-Mele Model; Topological Insulator; Floquet Theory;

**目 录**

摘要 Ⅰ

ABSTRACT Ⅱ

1 绪论 1

1.1 引言 1

1.2 本文主要研究内容 1

1.3 本文研究意义 8

1.4 本章小结 8

2 理论基础 12

2.1 霍尔效应家族 38

2.2 拓扑绝缘体 38

2.2.1 拓扑绝缘体的分类 8

2.2.2 拓扑不变量 10

2.2.3 展望 10

2.2 紧束缚模型与kp模型 38

2.2.1 紧束缚模型 10

2.2.2 kp模型 10

2.3 Floquet理论基础 38

2.3.1 Floquet拓扑绝缘体 10

2.3.2 单圆偏振光 10

2.3.3 双圆偏振光 10

2.4 本章小结 38

3 光场调控下的Kane-Mele模型 38

3.1单圆偏振光 38

3.2 双圆偏振光 38

4 结论与展望 38

4.1 主要结论 38

4.2 研究展望 38

参考文献 50

致谢 55

原创性声明和使用授权书

1 绪论

1.1 引言

拓扑绝缘体是一类新兴的物态，其独特之处在于体相绝缘但边缘态导电，且边缘态受到拓扑保护。除此之外，其边缘态的电子还具有自旋方向与动量方向严格垂直，形成手性螺旋结构的特性。其拓扑保护的边缘态使得边缘态导电性不易受到材料杂质和缺陷的影响，扩展了人们对量子态的理解，同时也在低功耗电子器件领域展现出巨大的应用潜力，为新型电子器件的开发提供了新的可能。因此激发了人们对于拓扑绝缘体的研究兴趣。拓扑绝缘体可以根据时间反演对称性是否被破坏分为两大类[1]。早期的整数量子霍尔效应系统和Haldane模型均属于破坏时间反演对称性的拓扑相，其中Haldane模型是首个理论预测的陈绝缘体[2]。2005年，Kane和Mele提出了具有突破性的Kane-Mele模型[3]。该模型不仅是一个时间反演不变的拓扑绝缘体，而且首次预言了量子自旋霍尔效应，从而开创了时间反演对称性保护的拓扑绝缘体研究范式。同时，Kane与Mele还引入了Z₂拓扑不变量作为新的拓扑绝缘体分类标准[4]。Kane-Mele模型为拓扑绝缘体向更丰富的种类扩展奠定了基础，并加深了人们对拓扑绝缘体背后物理机制的理解。

随着对物质拓扑态的深入研究，拓扑绝缘体的调控发展出了许多不同的方法。例如通过调整磁场可以通过Zeeman效应或轨道磁效应破坏系统的时间反演对称性，从而得到量子霍尔效应或量子反常霍尔效应。也可以通过调节电压来调节Rashba自旋轨道耦合强度，从而诱导材料发生拓扑相变。对材料进行磁性或非磁性掺杂也是一种对拓扑绝缘体进行调控的手段。例如实验上可以通过掺杂磁性杂质如Cr、Fe等，引入内禀磁性，实现零磁场下的量子反常霍尔效应等。但是传统的调控高度依赖于低温条件或掺杂手段等，且磁场强度、磁场方向的调控参数灵活性较低，在实验实现上具有诸多不便性。近年来，研究者们发现，对材料添加时间周期性外场的驱动，同样可以诱导拓扑相并对其进行调控，而且还会呈现出许多与静态系统截然不同的现象[5][6][7]。使用光场通过弗洛凯理论对拓扑绝缘体进行调控属于非平衡过程，使用圆偏振光驱动拓扑系统可以在打破时间反演对称性的情况下，在非平衡态下诱导出新拓扑相。特别地，光场作为一种易于在实验中实现的时间周期性外场，可以更方便地调控拓扑态，具有很强的可操控性和易实现性。因此，光场驱动下的拓扑凝聚态模型为拓扑性质的研究提供了一种更为便捷的途径，对于加深人们对拓扑性质的理解具有重要意义。

拓扑物态自发现以来就成为了凝聚态物理领域的研究热点。1980年，K.v.Klitzing等人通过研究二维电子气在强磁场和低温下的输运行为，发现了如图1（b）所示的整数量子霍尔效应，这种量子效应呈现了绝缘的体态和受拓扑保护的导电边缘态以及不受杂质和缺陷干扰的量子化霍尔电导平台，在低能耗电子器件中表现出了巨大的应用潜力[8]。Thouless和TKNN等人在1982年通过对强磁场和二维周期性势场共同作用下电子系统的量子霍尔效应进行研究，首先阐明了量子化霍尔电导的产生机制，并提出了使用陈数对拓扑凝聚态系统进行分类的方法，使得人们对拓扑绝缘体有了较为系统和全面的认识[9]。随着日后人们对于拓扑物态进行了更广泛更深入的研究，量子霍尔效应衍生出了许多性质各异的霍尔效应，比如图1（d）所示的量子反常霍尔效应和图1（f）所示量子自旋霍尔效应。

量子自旋霍尔效应则是材料在无外磁场的条件下自旋相反的电子沿材料边缘反相流动形成无耗散的自旋极化电流的效应，是一种二维拓扑绝缘体特有的现象。最早在2005年由Kane和Mele在Kane-Mele模型中提出石墨烯中强自旋轨道耦合是一种实现QSHE的可能方法[3]。但是由于石墨烯中的自旋轨道耦合（SOC）效应过于微弱，未能在实验上实现。但是Kane和Mele在论文中提出的使用Z2拓扑数对拓扑绝缘体进行分类的方法加深了人们对于拓扑绝缘体的认知，推动了不同种类的拓扑绝缘体的研究和发现。随后，在2006年Bernevig等人从理论上提出HgTe/CdTe量子阱是实现QSHE的理想系统[12]，并在2007年，由Markus König和Steffen Wiedmann等人在HgTe体系中成功观测到了量子自旋霍尔效应的边缘态导电性，验证了Bernevig的理论预言[13]。

量子反常霍尔效应是一种无需外加磁场的量子霍尔效应，即在零磁场条件下也可以观测到量子化的霍尔电导率。其物理机制是源于材料内部自发的时间反演对称性破缺和拓扑非平庸能带结构。量子反常霍尔效应的理论基础最早由Haldane在1988年构建的二维周期性磁场调制的蜂窝晶格模型中建立[2]。Haldane在这篇文章中引入了空间周期性调制的无净磁通量的人工磁场，证明了无需外部磁场也可实现量子霍尔效应。但是由于其周期性磁场在空间上过于复杂而无法在实验上实现。在2010年，Yu等人首次提出在磁性掺杂的拓扑绝缘体中可以通过自发磁化打破时间反演对称性并保持拓扑非平庸的能带结构，从而实现量子反常霍尔效应的理论预测[10]。2013年，薛其坤团队首次在Cr-doped (Bi,Sb)₂Te₃薄膜中实验观测到该效应，为进一步研究拓扑物态提供了实验支撑[11]。

在传统的拓扑绝缘体研究中，材料的调控高度依赖于平衡态下的磁场：例如，Haldane通过引入空间周期性人工磁场打破时间反演对称性，构建了预言QAHE的理论模型；Yu等人则对拓扑绝缘体进行磁性掺杂以构建内禀铁磁序，从而实现QAHE在实验上的观测。然而这些调控方法面临着极低温和掺杂不均的两大挑战。为了突破这两大限制，2010年，Lindner等人提出了一种新颖的非平衡拓扑态调控范式——Floquet拓扑绝缘体，创新性地提出了利用时间周期性外场直接调控系统拓扑性质的方法，并提出了在现有材料（HgTe/CdTe量子阱）中实现Floquet拓扑绝缘体的理论方案[14]。通过使用时间周期性外场（如光场）驱动拓扑系统进入非平衡拓扑态，这种方法可以对拓扑不变量进行直接调控，避免了磁场的极低温条件和掺杂的不均匀问题，为拓扑绝缘体的调控提供了新思路。该研究不仅将拓扑物态的研究范畴从平衡态扩展至非平衡态，更揭示了时间维度对拓扑序的调控潜力，为探索光致拓扑超导、Floquet马约拉纳零能模等前沿方向奠定了理论基础。

1.2 本文主要研究内容

本课题主要研究双圆偏振光驱动下Kane-Mele模型的拓扑相变，并深入分析光驱动拓扑相变的物理机制。具体而言，首先熟悉紧束缚模型理论，基于紧束缚模型方法重现Kane-Mele模型的电子能带结构和边缘态，并计算该模型的拓扑不变量。其次，熟悉并理解Floquet工程的研究背景和物理意义，结合Peierls代换和Floquet理论研究固体系统中周期性光场驱动下的电子行为。最终，将重点研究双圆偏振光驱动下Kane-Mele模型电子性质的演化行为。

1.3 本文研究意义

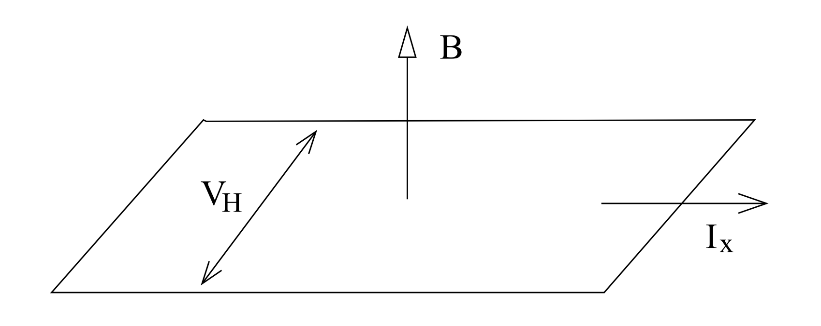
研究双圆偏振光驱动下的Kane-Mele模型的拓扑相变，有助于加深我们对光与物质相互作用的理解，并完善拓扑物理的发展。拓扑绝缘体在自旋电子学、量子计算等领域具有巨大的应用潜力。时间周期性光场调控下的拓扑绝缘体可以实现对自旋流等系统性质的精确控制，从而为发展新型拓扑器件、打破传统半导体器件的瓶颈、进一步深入研究拓扑相变以及突破绝缘体研究瓶颈奠定基础。

1.4 本章小结

拓扑绝缘体是一类具有受到拓扑保护的导电边缘态、绝缘体态、自旋动量锁定等特性的新兴物态。Floquet理论是一种研究时间周期性外场驱动下的拓扑系统的理论。本文在拓扑绝缘体和Floquet理论的基础上，对于Kane-Mele模型的能带结构、电子性质进行了研究。

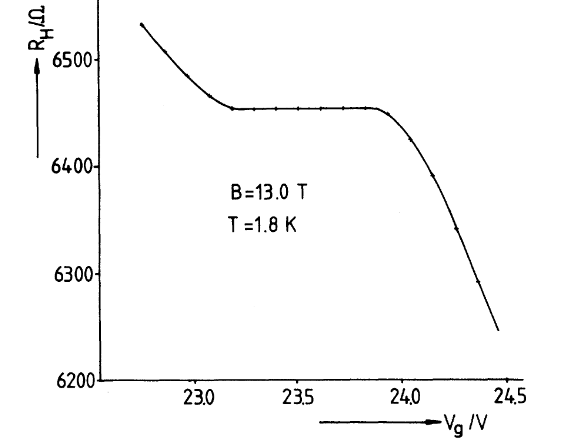
2 理论基础

2.1 霍尔效应家族

霍尔效应是霍尔在1879年发现的在施加磁场后的导体或半导体中的一种特殊电流行为。如下图所示，当材料上施加了垂直于电流的磁场后，在材料垂直于电流方向的两侧产生横向电压的现象就是霍尔效应

霍尔效应产生的原因是电流在磁场中受到洛伦兹力，从而改变电流方向，在材料内垂直电流的两侧产生电荷堆积。电荷的堆积产生横向电压对电流产生的电磁力与洛伦兹力方向相反，当二者达到平衡时，电荷堆积达到稳定，此时材料两侧堆积的电荷在材料上产生了一个横向的电压，成为霍尔电压。为了衡量材料通过霍尔效应的强弱，将霍尔电压与电流的比值定义为霍尔电阻，即，随磁场线性增大。

由于霍尔效应可以在垂直电流的方向产生霍尔电压，可以实现电流的非接触式测量，也可以被制作成传感器等元件，因此霍尔效应器件被广泛应用与汽车、电子等工业领域。

随着对霍尔效应的研究的深入，人们发现在低温和强磁场下的二维量子系统中发现了量子霍尔效应。量子霍尔效应中的霍尔电阻的行为并不像经典霍尔效应中一样随磁场线性增加，而是呈现出量子化的行为，在电压增加的过程中出现量子化的平台。量子霍尔效应由Klitzing K.V.等人在1980年在实验上研究极低温和强磁场条件下的二维电子气中的霍尔效应时发现。他们的研究表明，当磁场足够强的情况下，电子的运动被量子化为分离的朗道能级，且纵向电阻几乎为0。霍尔电阻在特定的载流子浓度下呈现出量子化的电阻平台。此外，霍尔电阻与精细结构常数直接相关，所以人们可以通过测量霍尔电阻的方法，精确测量精细结构常数。

而且量子霍尔态的体态是绝缘态，但边缘态是手性导电态，并且由于受到体能带的拓扑保护，手性导电边缘态对杂质散射有较强的鲁棒性。

2.2 拓扑绝缘体

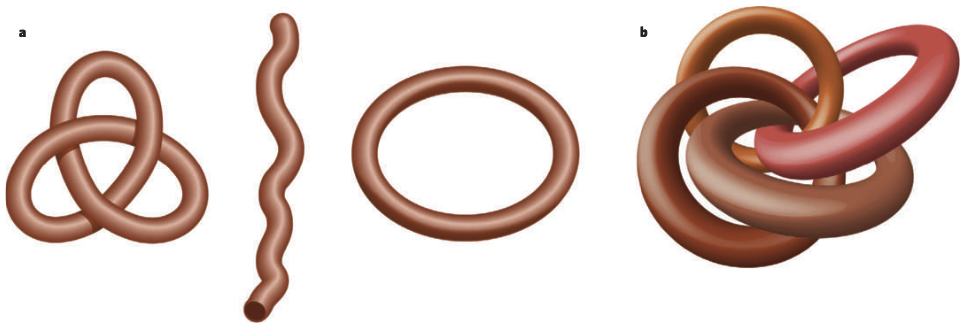
拓扑绝缘体的研究起源于人们对于没有宏观磁场的条件下构建量子霍尔效应的愿望。2005年，Kane和Mele等人在研究中发现自旋轨道相互作用能够导致拓扑绝缘体的电子相。拓扑绝缘体是一种体态是绝缘态，但是当位于真空或常规绝缘体的旁边时，总是存在一个金属相的边界的绝缘体。拓扑绝缘体的金属边界态的存在源于其具有拓扑性质的波函数，如下图所示。

图1.a中存在三种不同的电子波函数，他们在拓扑的意义上都是不等价的，因为不能通过连续的变换互相变换。图1.b中展示了一种具有两条能带的三维电子能带结构。

这些具有拓扑结构的电子波函数在晶体中呈现出了拓扑保护的导电边缘态。为了描述这些电子结构在拓扑性质上的差别，人们根据不同的拓扑绝缘体定义了不同的拓扑不变量。根据这些拓扑不变量可以将拓扑绝缘体分为许多不同的类别而。

2.1.1 拓扑绝缘体的分类

在研究拓扑绝缘体的过程中，发展出了不同类型的拓扑绝缘体，通过不同的对称性，都实现了绝缘的体态和导电的边缘态。

2.3 紧束缚模型与kp模型

2.1.1 拓扑绝缘体的分类

3 双圆偏振光下的Kane-Mele模型

3.1 标题

3.1.1 标题

内容

4 结论与展望

4.1 主要结论

4.2 研究展望

空一行

# 参 考 文 献

空一行

[1]

中文宋体五号，英文Times New Roman五号，行距固定值20磅

空一行

黑体三号居中

空一行

致 谢

黑体三号居中

……………..

宋体小四号，行距20磅

原创性声明

郑重声明：所呈交的论文（设计）《 》，是本人在导师的指导下，独立进行研究取得的成果。除论文（设计）中已经标注引用的内容外，本论文（设计）不包含其他人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果，并承诺因本声明而产生的法律结果由本人承担。

论文（设计）作者签名：

日期：

使用授权书

本论文（设计）作者完全了解学校有关保留、使用论文（设计）的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文（设计）复印件和电子版，允许论文（设计）被查阅和借阅。本人授权重庆大学将本论文（设计）的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制方式保存和汇编本论文（设计）。

本论文（设计）属于：

保 密 □ 在 年解密后适用本授权书

不保密 □

论文（设计）作者签名： 指导教师签名：

日期： 日期：