



Ордена Ленина

ИАЭ-2980

Институт атомной энергии

им. И. В. Курчатова

Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров,

Г. В. Переверзев, К. Н. Тарасян

Ионизация газа и подъем тока в токамаке

Москва 1978

ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ им. И. В. КУРЧАТОВА

Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров.
Г. В. Переверзев, К. Н. Тарасян

И О Н И З А Ц И Я Г А З А
И П О Д Ъ Е М Т О К А В Т О К А М А К Е

М о с к в а
1978

Ключевые слова: плазма, токамак,
начальная стадия, модель.

На основании одномерной системы баланса тепла и частиц проведено численное моделирование развития разряда в токамаке. Показано, что процесс формирования разряда разделяется на две стадии. Во время первой стадии (ее длительность в установке Т-10 1–10 мс) происходит ионизация нейтрального газа. В течение этой стадии формируются монотонные профили концентрации, температуры и плотности тока. После окончания ионизации происходит быстрое возрастание полного тока в плазме, что при классических коэффициентах переноса должно сопровождаться сильным скинированием плотности тока и температуры, не наблюдающимся в реальном эксперименте. Показано, что при наличии в плазме нескольких резонансных поверхностей перемешивание плазмы, связанное с перезамыканием магнитных силовых линий, приводит к разрушению скинированного распределения плотности тока и проникновению тока внутрь плазменного шнура за время, сравнимое с временем возрастания тока.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время появилось несколько работ, посвященных начальной стадии разряда в токамаке [1, 2]. В работе [2] сформулирована система уравнений, достаточно полно описывающая баланс частиц и энергии на этой стадии, проведены расчеты развития разряда, установлено существование критического значения напряженности электрического поля $E_{кр}$. При $E < E_{кр}$ нет скинирования параметров плазмы во время ионизации, при $E > E_{кр}$ в ходе ионизации плотность плазмы и плотность тока оказываются сильно скинированными. Для установок типа T-10 $E_{кр} \sim 0,2 \div 0,4$ В/см. В реальных условиях напряженность электрического поля в начале разряда не превышает значений $\sim 0,1$ В/см. Настоящая работа посвящена систематическому изучению разряда в этой области параметров, когда $E < E_{кр}$.

Для исследования начальной стадии система уравнений, использовавшаяся в наших предыдущих работах [3, 4], была дополнена членами работы [2], содержащими дополнительное сопротивление за счет столкновений электронов с нейтралами и потери на излучение атомов водорода. Для лучшей аппроксимации реальных условий эксперимента в качестве граничного условия для полоидального магнитного поля использовалось уравнение внешней цепи. Наконец, для осуществления перехода от стадии ионизации к последующим стадиям разряда было добавлено уравнение баланса нейтралов. Распределение плотности нейтралов по сечению плазмы определялось с помощью решения стационарного кинетического уравнения [3].

Расчеты показали, что в условиях современных установок токамак начальной частью разряда четко разделяется на две стадии, продолжительность которых зависит от приложенного напряжения и плотности нейтрального газа. На первой стадии длительностью $t_1 \sim 2 \div 10$ мс происходит процесс ионизации при практически постоянных значениях

температуры электронов и полного тока. Выделение этой стадии обусловлено сильным дефицитом энергии, поскольку основная часть джоулева тепла выходит из плазмы с излучением и нейтралами перезарядки. Лишь небольшая доля вкладываемой энергии идет на ионизацию. Дефицит энергии определяет малую температуру электронов (для установок Т-10 $T_e \sim 2-2,5$ эВ) и сравнительную медленность процесса ионизации. Величина полного тока в плазме I на стадии ионизации невелика ($I \approx 5 \div 10$ кА) и так же, как и температура, почти не изменяется ($I \sim T_e^{3/2}$).

В этих условиях скин-овое время для установок масштаба Т-10 составляет всего $\tau_s \sim 0,1$ мс, поэтому профили плотности тока, температуры и плотности электронов оказываются монотонно спадающими по радиусу. На этой стадии роль теплопроводности и диффузии невелика. После завершения ионизации наступает стадия подъема тока с длительностью $t_2 \sim 10 \div 20$ мс. При этом используемая система уравнений приводит к сильному скинированию тока и электронной температуры. Имеющийся на сегодняшний день эксперимент не подтверждает такую тенденцию. По-видимому, имеется механизм, размывающий скин тока и выполаживающий его профиль по сечению шнура. В настоящей работе для описания процесса размытия скина тока используется идея Кадомцева о перемешивании на высших модах при наличии в плазме двух резонансных поверхностей [5]. Аналогичная идея уже была использована нами [6] при описании релаксационных колебаний внутренней моды в токамаке. В эксперименте уже давно отмечено резкое усиление амплитуды МГД-колебаний плазмы при прохождении тока через резонансные значения, когда параметр $q(a) = a^2 H / 0,2 R I$ близок к целочисленным значениям. Построенная ниже модель приводит к многократному перемешиванию на серии резонансов, в результате чего распределение тока по сечению становится практически однородным. При этом расчетные колебания напряжения на обходе тора по амплитуде находятся в разумном соответствии с экспериментом.

2. ОСНОВНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Для описания баланса частиц и энергии, а также диффузии тока в плазме будем использовать следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D \frac{\partial n}{\partial r} \right) + P^i, \\ \frac{\partial T_e}{\partial t} &= \frac{1}{nr} \frac{\partial}{\partial r} \left(r n \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + W_{\text{joule}} - W_{ei} - W_e - W_e^{\text{rad}}, \\ \frac{\partial T_i}{\partial t} &= \frac{1}{nr} \frac{\partial}{\partial r} \left(r n \chi_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + W_{ei} - W_i, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\sigma r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mu) \right) \quad (0 < r < a). \quad (1)$$

Здесь n - плотность электронов, равная плотности ионов; $T_{e,i}$ - температуры электронов и ионов; H и H_θ - продольное и полоидальное магнитное поле; $\mu = \frac{1}{q} = \frac{RH_\theta}{rH}$ и R и a - большой и малый радиусы плазменного тора; $W_{joule} = \frac{2}{3n} \frac{j^2}{\sigma}$ - джоулево энерговыделение, j - плотность продольного тока, σ - проводимость плазмы; $W_{ei} = (T_e - T_i)/\tau_{ei}$ - теплообмен между ионами и электронами,

$$\tau_{ei} = \frac{3}{8\sqrt{2}\pi} \frac{T_e^{3/2}}{n e^4 L} \frac{m_i}{\sqrt{m_e}}, \quad \rho^i = \nu_e^i n.$$

Через

$$W_e = (T_e + \varepsilon_i) \nu_e^i, \quad W_i = (T_i - T_N)(\nu_e^i + \nu^{cx})$$

и

$$W_e^{rad} = \varepsilon_p \nu_e^{rad}$$

обозначим потери энергии на ионизацию, нагрев вновь образовавшихся заряженных частиц и излучение; N и T_N - плотность и температуру нейтрального газа; $\varepsilon_i = 13,6$ эВ и $\varepsilon_p = 10,2$ эВ - энергии ионизации и возбуждения низшего уровня; ν_e^i и ν_e^{rad} - частоты соответствующих процессов, ν^{cx} - частоту перезарядки. В дальнейшем для описания сечений неупругих процессов будем использовать выражения работ [2, 7].

В этом случае будем иметь:

$$W_e^{rad} = 10^{-7} N \varepsilon_p \varphi^{rad}(z) \quad (\text{эВ/с}), \quad (2)$$

$$W_e = 10^{-7} N T_e \varphi^i(x) \quad (\text{эВ/с}), \quad (3)$$

$$\varphi^{rad}(z) = \frac{0,48}{0,28+z} \sqrt{(z+1)z} e^{-z}, \quad z = \varepsilon_p / T_e, \quad (4)$$

$$\varphi^i(x) = \frac{0,97}{0,73+x} \sqrt{(x+1)x} e^{-x}, \quad x = \varepsilon_i / T_e.$$

Проводимость плазмы в расчетах определялась формулой [2]

$$\sigma = \left(\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_N} \right)^{-1} \quad (\text{с}^{-1}), \quad (5)$$

учитывающей столкновения электронов с ионами и атомами:

$$\sigma_s = 1,3 \cdot 10^{13} \hat{T}_e^{3/2}, \quad \sigma_N = 3 \cdot 10^{15} \frac{\hat{n}}{\hat{N}}. \quad (6)$$

Здесь и в дальнейшем в формулах через \hat{T} обозначается температура в электрон-вольтах, а через \hat{n} и \hat{N} - соответствующая плотность в 10^{13} см^{-3} .

Формулы (3) – (6) получены в предположении максвелловского распределения электронов по скоростям. Отличие распределения от максвелловского может определяться рядом факторов: рождением холодных электронов при ионизации, потерей энергии электронами при ионизации и возбуждении атомов, ускорением электронов во внешнем электрическом поле. Характерное время максвеллизации за счет кулоновских соударений определяется формулой

$$\tau_e = \frac{1}{\nu_e} = \frac{m^2 v^3}{4\pi n e^4 L} = \frac{10^{-8} T_e^{3/2}}{6 n} \quad (c). \quad (7)$$

Для интересующих нас электронов с энергией порядка \mathcal{E}_i отношение времен максвеллизации и ионизации равно

$$\tau_e \nu_e^i \approx 10^{-2} \frac{N}{n}. \quad (8)$$

Отсюда следует, что при степени ионизации $\frac{n}{N} > 10^{-2}$ электроны заведомо будут максвелловскими до энергий порядка потенциала ионизации. Если степень ионизации невелика ($\frac{n}{N} < 10^{-2}$), то определяющую роль в распределении электронов по скоростям играют внешнее электрическое поле и соударения (упругие и неупругие) с нейтралами. Формулы (2) – (6) в этом случае становятся несправедливыми, и для получения правильных формул следует решать кинетическое уравнение для электронов, содержащее указанные выше процессы.

Плотность нейтрального газа $N = N(r, t)$ будем определять следующим образом. Введем уравнение баланса для полного числа частиц в плазме

$$\bar{n}(t) + \bar{N}(t) = Q(t). \quad (9)$$

Здесь $\bar{n}(t) = \frac{2}{a^2} \int_0^a n(r, t) r dr$, $\bar{N}(t) = \frac{2}{b^2} \int_0^b N(r, t) r dr$ – средние плотности электронов и нейтралов; b – радиус камеры; $Q(t)$ – заданная функция, моделирующая дополнительные потоки нейтральных частиц со стенок, поглощение газа стенкой и искусственный напуск газа. Если притока и ухода частиц нет, то

$$Q(t) = Q(0) = Q_0 = \text{const}. \quad (10)$$

Распределения плотности и температуры нейтралов по радиусу будем находить с помощью решения линейного стационарного одномерного кинетического уравнения [3]

$$\bar{v} \nabla f + (\langle \sigma_e v_e \rangle + \langle \sigma_{cx} v_i \rangle) n f = \langle \sigma_{cx} v_i \rangle f_i N, \quad (11)$$

где f_i – максвелловское распределение ионов с температурой $T_i(r, t)$; σ_e , σ_{cx} – сечения ионизации электронами и перезарядки. При решении уравнения (11) плотность на границе плазмы определяется соотношением (9).

Особого обсуждения требует выбор модели теплопроводности и диффузии. При малой температуре плазмы порядка нескольких электронвольт и больших значениях $q \gg 10^2$

потери через теплопроводность и диффузию определяются тороидальными дрейфовыми потоками. В этом случае коэффициенты переноса имеют масштаб бомовских коэффициентов $\chi_B = cT/eH$ и характерное время потерь частиц и энергии через перенос оказывается весьма большим. Для установки Т-10 при $T_e = 3$ эВ $H = 3 \cdot 10^4$ Э, $a = 35$ см, $\tau_B = a^2/\chi_B \sim 0,1$ с.

Потери энергии и приток частиц через атомарные процессы (2)–(4) существенно больше, поэтому нет необходимости в точном описании процессов переноса на этой стадии разряда. После окончания ионизации излучение падает, температура повышается и роль процессов переноса начинает сильно возрастать. Однако здесь мы попадаем в область параметров, где справедливы хорошо апробированные модели баланса [3, 4, 6].

Исходя из этих соображений, полагаем

$$\begin{aligned} \chi_i &= \min \{ \chi_i^B, \chi_i^{neo} \}, \\ \chi_e &= \min \{ \chi_e^B, \chi_e^{psevd} \}, \\ D &= \min \{ D_B, D^{psevd} \}. \end{aligned} \quad (12)$$

Расчеты показывают, что при таком выборе коэффициентов переход от "бомовского" режима к режиму горячей плазмы происходит при температуре $T_{e,i} \sim 50 \div 70$ эВ.

Перейдем к постановке граничных и начальных условий. Для первых трех уравнений системы (1) эти условия имеют обычный вид:

$$\begin{aligned} n(a, t) &= n^0, \quad T_{e,i}(a, t) = T_{e,i}^0, \\ n(r, 0) &= n_0, \quad T_{e,i}(r, 0) = T_{e,i}^0. \end{aligned} \quad (13)$$

Требуется лишь, чтобы величины $T_{e,i}^0$ были достаточно малы по сравнению с потенциалом ионизации. Для уравнения (11) следует задать температуру падающих нейтралов $T_N(0, t) = T_N^0$. В дальнейшем обычно $T_{e,i}^0 = T_N^0 = T_{e,i0} = 1$ эВ, $n^0 = n^0(t) \sim 10^{11} \div 10^{12}$ см⁻³, $n_0(r) \sim 10^{11}$ см⁻³. При сквозных вычислениях от начальной стадии до стадии развитого разряда в качестве граничного использовалось также условие $n^0(t) = n^0 + \alpha n(0, t)$, где $n^0 \sim 10^{11}$ см⁻³, $\alpha \sim 0,1 \div 0,2$.

Граничное условие для полоидального поля более сложно. Заметим, что на начальной стадии разряда величина тока не контролируется экспериментатором, а определяется напряжением на батарее и параметрами плазмы. Для лучшей аппроксимации реальных условий величина тока определялась из уравнения внешней цепи

$$U_B \equiv U \left(1 - \exp(-t/\tau_L) \right) - \frac{1}{C_B} \int_0^t I dt = U_P + \frac{\pi R}{I} \frac{d(LI^2)}{dt}. \quad (14)$$

Здесь U - эквивалентное перебитое на стальной или начальное напряжение на конденсаторе батареи, C_B - эквивалентная емкость батареи, L - полная внешняя индуктивность единицы длины шнура, τ_L - индуктивное время лайнера

$$U_p = 2\pi R \left. \frac{j}{\sigma} \right|_{r=a} = \frac{cH}{2\sigma} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mu) \quad (15)$$

$r=a$ $r=a$

— напряжение на плазме. После окончания разряда батареи в качестве граничного условия использовалось обычное условие адипной величины полного тока

$$\mu(a,t) = \frac{0.2RI(t)}{a^2 H} \quad (16)$$

3. СТАДИЯ ИОНИЗАЦИИ ГАЗА

Система уравнений, описанная в разд. 2. интегрировалась для параметров, соответствующих установке Т-10:

$$\begin{aligned} R &= 150 \text{ см}, & a &= 35 \text{ см}, & H &= 30 \text{ кЭ}, \\ C_B &= 48 \text{ ф}, & L &= 2, & \tau_L &= 0,1 \text{ мс}. \end{aligned} \quad (17)$$

Вычисления проводились для разных значений начального напряжения на батарее U и начальной плотности нейтрального газа N_0 . Изучалась зависимость параметров плазмы от времени при начальных условиях:

$$n_0 = 10^{11} \text{ см}^{-3}, \quad T_{e,i}^0 = 1 \text{ эВ}, \quad I(t=0) = 1 \text{ кА}.$$

Типичные кривые для тока I , температуры электронов в центре $T_e(0)$, средней плотности плазмы \bar{n} , джоулевой мощности W_{joule} и мощности линейчатого излучения W_e^{rad} при $U = 90 \text{ В}$, $N_0 = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ приведены на рис. 1. Изображенные здесь зависимости легко понять, если учесть, что процесс ионизации проходит при почти постоянном значении электрического поля E . В этом случае ток пропорционален проводимости $j = \sigma E$. При низкой концентрации плазмы, когда проводимость (5) определяется столкновениями электронов с нейтрами, происходит нарастание полного тока, связанное с возрастанием числа носителей в процессе ионизации. На этом этапе средняя энергия электронов может быть высокой. С возрастанием плотности плазмы электрон-ионные соударения становятся преобладающими; в выражении для проводимости (5) становится главным спитцеровский член σ_S , и ток оказывается пропорциональным $T_e^{3/2}$. В этой части процесса происходит "замораживание" температуры электронов на уровне $T_e \sim 2 \div 3 \text{ эВ}$ и величины тока на уровне $I \sim 5 \div 8 \text{ кА}$. Энергетическое время жизни

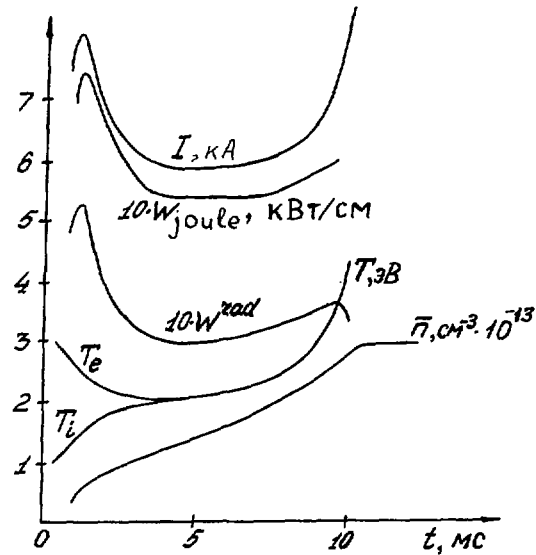


Рис. 1. Зависимость от времени полного тока I , ионной T_i и электронной T_e температур, средней плотности плазмы \bar{n} , мощности джоулева нагрева W_{joule} и излучаемой мощности W_{rad} при плотности газа $N_0 = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и напряжении на батарее $U_B = 90 \text{ В}$

на этой стадии невелико: $\tau_E \approx 0,05 \text{ мс}$. В энергетическом балансе потер: на излучение составляют 60% от джоулевой энергии, потери на ионизацию 10% и потери на перезарядку 30%. Заметим, что потери по ионному каналу (перезарядка) сильно изменяются в течение времени ионизации. Вначале они невелики, так как энергия от электронов к ионам из-за малой плотности плазмы передается медленно (при $n = 10^{11}$, $T_e = 2 \text{ эВ}$, $\tau_{ei} = 0,7 \text{ мс} \gg \tau_E$). Однако на "квазистационарной" стадии, когда I и T_e заморожены, плотность плазмы уже достаточно велика ($n \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$) и время обмена мало ($\tau_{ei} \sim 0,005 \div 0,01 \text{ мс}$). Здесь потери на перезарядку играют заметную роль в энергетическом балансе.

В этих условиях лишь небольшая часть джоулевой энергии ($\sim 10\%$) тратится на ионизацию и происходит медленное, почти линейное во времени, нарастание плотности плазмы.

Баланс между джоулевым энерговыделением и потерями сохраняется в течение весьма длительного времени, превышающего энергетическое время жизни почти на два порядка. Скиновое время на этой стадии составляет доли миллисекунды, поэтому ток успевает проникнуть в глубь плазмы. С другой стороны, экспоненциальная зависимость потерь на излучение от температуры ограничивает рост температуры электронов (и, как следствие, плотности тока) в центре шнура. В результате "квазистационарная" стадия разряда характеризуется однородным распределением $j(r)$ и $T_e(r)$ по радиусу.

В малых установках эта стадия затягивается до окончания процесса ионизации. Однако в установках масштаба Т-10 плазма с плотностью $n \geq 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ при $T_e \sim 2 \div 3 \text{ эВ}$ становится непрозрачной для холодных нейтралов. Плотность нейтралов в центре падает, и энергетическое равновесие в этой части шнура нарушается. Из рис. 1 видно, что, начиная с $t = 8 \text{ мс}$, происходит возрастание $T_e(0)$ и полного тока. При этом ток собирается в центре. Этот процесс иллюстрируется рис. 2. Здесь показаны радиальные профили $n(r)$, $T_e(r)$ и $j(r)$ в конце стадии ионизации ($t = 10 \text{ мс}$). В этот момент внутренняя индуктивность равна $\mathcal{L}_i = 0,9$.

Дальнейшие рисунки характеризуют влияние внешних параметров (U и N_0) на разряд. На рис. 3 нанесены зависимости T_e от времени при $N_0 = 2$ и $U = 70, 90, 100$ и 120 В . Видно, что длительность "плато" резко падает с ростом приложенного напряжения, а температура на "плато" слабо зависит от U .

Замороженность величины тока приводит к нарастанию параметра $\beta_\theta = 8 \ln \bar{T} / N_0^2$ на стадии ионизации. При $\beta_\theta > R/a$ нарушение условий равновесия может привести к слишком большому смещению шнура и выбросу его на наружную стенку камеры. На рис. 4 приведены зависимости β_θ от времени при $N_0 = 2$ и различных напряжениях U . Видно, что максимальные значения β_θ не очень велики ($\beta_{\theta \max} \leq 3$). В этом случае смещение шнура, вызванное ростом β_θ , может быть компенсировано нарастанием внешнего управляющего поля.

Следующие три рисунка являются суммирующими для стадии ионизации. На рис. 5 нанесены зависимости времени ионизации τ^i от напряжения U при $N_0 = 2; 3$ и 4 . С уменьшением напряжения величина τ^i резко возрастает. Видно, что для каждой плотности существует критическое минимальное напряжение U^{\min} , ниже которого ионизация может длиться многие десятки миллисекунд. Практически это означает, что при $U < U^{\min}$ формирования разряда не происходит. Зависимость U^{\min} от плотности газа N_0 приведена на рис. 6. Крестиками отмечены параметры обычного разряда на установке Т-10.

Мы уже отметили, что параметры плазмы на плато слабо зависят от напряжения и плотности газа. На рис. 7 и 8 изображены зависимости величины тока и электронной температуры на "плато" I^p и T_e^p от напряжения U при $N_0 = 2$ и 4 . Видно, что в широких пределах приложенного напряжения T_e^p лежит в области от 2 до 3 эВ. При этих температурах затрата энергии на ионизацию одного атома $\varepsilon^i = \varepsilon_i \left(1 + \frac{W_e^{\text{rad}}}{W_e^i}\right)$ ("цена электрона") оказывается весьма высокой: при $T_e = 2 \text{ эВ}$ $\varepsilon^i \approx 190 \text{ эВ}$, при $T_e \approx 3 \text{ эВ}$ $\varepsilon^i \approx 80 \text{ эВ}$.

Напомним, что в системе (1) не учтен эффект рекомбинации. Оценки скорости этого процесса показывают, что он начинает играть роль при $T_e < 1,5 \text{ эВ}$. Из рис. 7 видно, что даже при $U \sim U^{\min}$ T_e^p не опускается ниже 2 эВ и эффект рекомбинации оказывается несущественным.

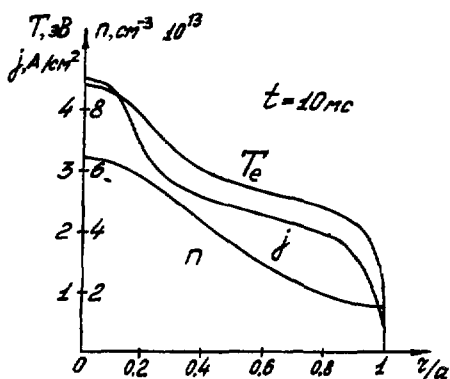


Рис. 2. Радиальные профили концентрации $n(r)$, температуры $T(r)$ и плотности тока $j(r)$ в конце стадии ионизации для режима рис. 1

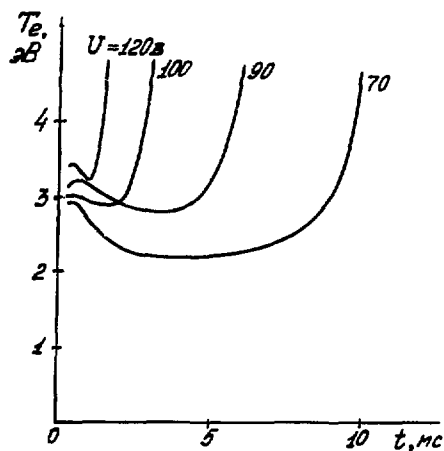


Рис. 3. Зависимость от времени температуры электронов в центре плазмы при различных значениях напряжения на батарее и $N_0 = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$

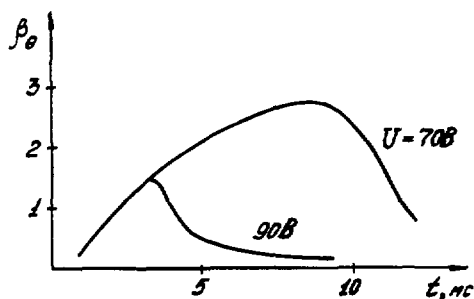


Рис. 4. Зависимость β_θ от времени при различных значениях напряжения на батарее и $N_0 = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$

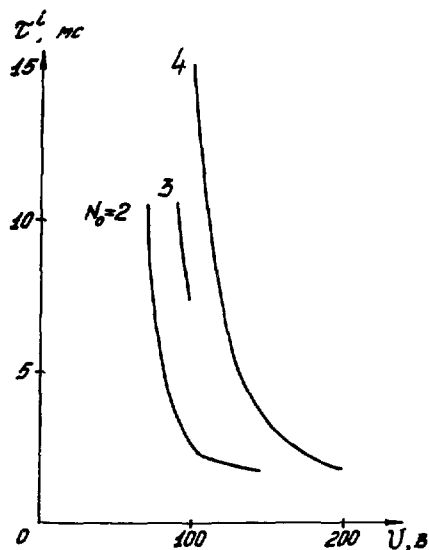


Рис. 5. Зависимость времени ионизации от напряжения на батарее при разных значениях начальной плотности газа

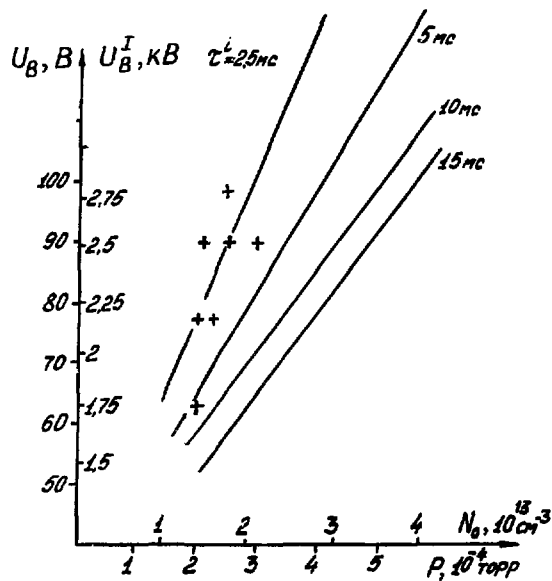


Рис. 6. Длительность стадии ионизации в установке Т-10 в зависимости от напряжения на батарее и начального давления газа. + - характерные режимы работы установки, U_B^I - напряжение в первичной цепи

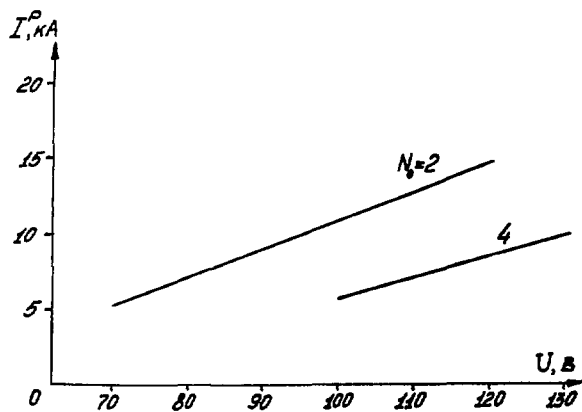


Рис. 7. Величина тока в плазме на квазистационарной стадии процесса ионизации в зависимости от напряжения на батарее и начальной плотности газа

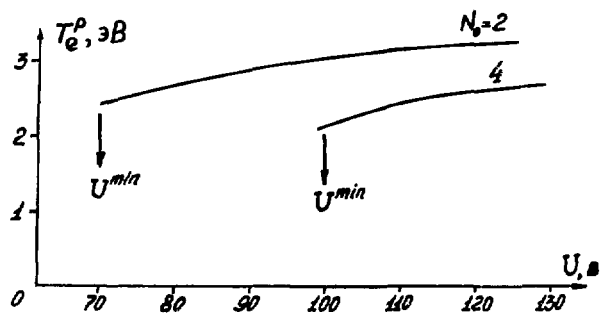


Рис. 8. Температура плазмы на квазистационарной стадии процесса ионизации в зависимости от напряжения на батарее

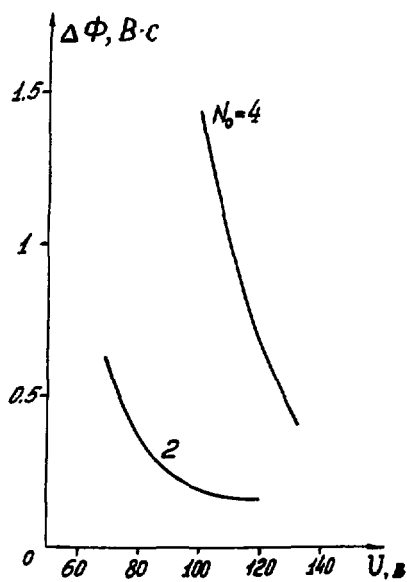


Рис. 9. Затрата магнитного потока на стадии ионизации в зависимости от напряжения на батарее

Для эксперимента важной характеристикой является затрата магнитного потока $\Delta \Phi$ на поддержание электрического поля. На рис. 8 указаны затраты потока $\Delta \Phi (B, c)$ на стадии ионизации. В рассматриваемом диапазоне электрических полей увеличение напряжения приводит к резкому уменьшению $\Delta \Phi$.

4. СТАДИЯ ПОДЪЕМА ТОКА. МОДЕЛЬ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

Окончание ионизации нейтрального газа приводит к резкому снижению энергетических потерь из плазмы, и температура заряженных частиц начинает быстро возрастать. Рост температур электронов в свою очередь увеличивает проводимость плазмы, и напряжение U_p падает (15). В результате при интегрировании системы (1) и полный ток в плазме, и время его диффузии (скиновое время τ^S) начинают одновременно быстро возрастать, что приводит к скинированию распределения тока и температуры по радиусу шнура.

Однако имеющийся к настоящему времени эксперимент не подтверждает заметного скинирования электронной температуры. По-видимому, имеется аномальный механизм размытия распределения параметров плазмы по сечению шнура, не описываемый системой (1). До сих пор моделирование процессов аномальной диффузии тока связывалось с возможным развитием мелкомасштабной (например, ионно-звуковой) неустойчивости в области пика плотности тока [3, 8, 9]. Проводимость плазмы в этой области уменьшалась в несколько (5-10) раз, что приводило к результатам, согласующимся с экспериментом. Конечно, феноменологический характер такой процедуры всегда оставлял чувство неудовлетворенности.

Теоретическое и экспериментальное исследование внутренней неустойчивости срыва, успешно проведенное в последние годы [10, 11, 6], показало, что крупномасштабные движения могут играть заметную роль в процессах переноса в центральной части плазмы. Весьма вероятно, что и на периферии шнура крупномасштабные движения вносят важный вклад в процессы диффузии по крайней мере на начальной стадии разряда. Как и внутри плазмы, массовые движения могут быть связаны с МГД-резонансами. Это подтверждается тем, что в эксперименте при подъеме тока наблюдаются всплески МГД-активности плазмы, когда параметр $q_a = q(a)$ подходит к резонансным (целочисленным) значениям. В настоящем разделе мы построим модель перемешивания параметров плазмы во внешних слоях, основанную на идеях МГД-теории и разумно согласующуюся с известными экспериментальными фактами.

Как и в работе [11], введем функцию потска

$$\Psi_{n,m} = \frac{H}{R} \int_a^r \left(\mu - \frac{n}{m} \right) z dz \quad (n, m - \text{целые числа}), \quad (18)$$

описывающую отклонение полоидального магнитного потока от потока, создаваемого однородным током. Поверхность радиуса r_s , определяемую уравнением

$$\mu(r_s) = \frac{n}{m}, \quad (19)$$

будем называть резонансной поверхностью для винтовой моды с пространственной зависимостью $\exp(in\theta + im\varphi)$ (θ и φ - азимутальные углы по большому и малому обходу тора). В основе нашей модели лежат следующие соображения.

При подъеме тока распределение его плотности и величины μ по радиусу становится немонотонным. Это приводит к появлению нескольких (двух или более) резонансных поверхностей с одинаковыми n и m внутри плазмы. Известно, что при наличии резонансной поверхности локальные винтовые возмущения могут стать неустойчивыми. Если резонансная поверхность одна, то рост возмущений и перезамыкание магнитных поверхностей за счет конечной проводимости приводят к образованию магнитных "островов" и сглаживанию параметров плазмы по областям, занимаемым островами. Однако ширина островов (особенно на высших модах по m и n) обычно невелика, и сглаживание по островам не приводит к заметному размытию скинированных распределений по сечению плазмы.

Если имеется несколько резонансных поверхностей, то ситуация существенным образом изменяется. Продолжение процесса перезамыкания позволяет магнитным островам, расположенным на разных резонансных поверхностях, поменяться местами [5]. В этом случае характерным размером перемешивания будет не ширина островов, а расстояние между резонансными поверхностями, которое может быть сравнимо с радиусом плазмы.

Прежде чем описывать модель размытия скина, напомним картину перемешивания при внутреннем срыве [11, 6]. Перед срывом плотность тока в центре плазмы пикирована, так что $\mu(0) > 1$, и существует резонансная точка r_s , в которой

$$\mu(r_s) = 1, \quad \mu'(r_s) = 0. \quad (20)$$

Область, внутри которой происходит перемешивание ($0 < r < r_0$), определяется уравнением

$$\psi(r_0) = \psi(0). \quad (21)$$

В дальнейшем все функции после перемешивания будем отмечать индексом 1. Функция ψ заморожена в плазму, и после перемешивания должна оставаться непрерывной, поэтому

$$\psi_1(0) = \psi(r_s), \quad \psi_1(r_0) = \psi(r_0). \quad (22)$$

Физический смысл перемешивания при внутреннем срыве заключается в том, что часть тока выбрасывается из центральной зоны и резонансная поверхность исчезает ($\mu_1(r) < 1$).

При этом функция ψ_1 оказывается монотонной. Качественно поведение функций μ и ψ до и после перемешивания изображено на рис. 10. Заметим, что, хотя полный ток в области $r \leq r_0$ не изменяется, после перемешивания на границе $r = r_0$ существует поверхностный отрицательный ток ("антиток").

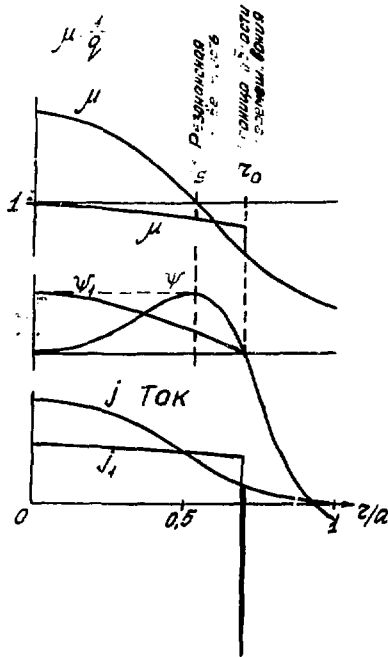


Рис. 10. Радиальные профили функций μ , ψ и j до начала процесса перезамыкания и после его окончания при внутреннем срыве ($m = 1$)

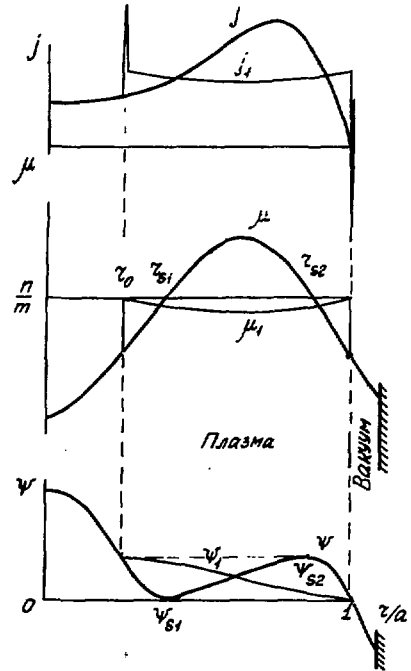


Рис. 11. То же, что на рис. 10, при наличии в плазме двух резонансных поверхностей

Вернемся теперь к скинновым распределениям. Пусть профиль плотности тока имеет максимум на периферии плазмы. В качестве наиболее типичного рассмотрим случай появления двух резонансных поверхностей в точках r_{s1} и r_{s2} ($r_{s1} < r_{s2}$). Уравнения для них аналогичны (20):

$$\begin{aligned} \mu(r_{s1}) &= \mu(r_{s2}) = \frac{n}{m}, \\ \psi'(r_{s1}) &= \psi'(r_{s2}) = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Функция ψ имеет в точке r_{s1} минимум, а в точке r_{s2} максимум. Условия вмерзновенности ψ определяют возможную область перемешивания. После перемешивания функция ψ должна быть монотонной функцией радиуса, поэтому магнитные поверхности из окрестности точки r_{s2} должны переместиться внутрь до некоторой точки r_1 , а магнитные поверхности из окрестности точки r_{s1} должны переместиться наружу до некоторой точки r_2 . Положение этих точек определяется уравнениями

$$\psi(r_1) = \psi(r_{s2}), \quad \psi(r_2) = \psi(r_{s1}) \quad (24)$$

аналогичным уравнению (2) будет $r_1 < r < r_2$ и будет возможной областью перемешивания.

При росте тока μ возрастает во времени, расстояние между точками r_{S1} и r_{S2} увеличивается и размеры возможной области перемешивания (r_1, r_2) возрастают. Нам нужно указать момент, при котором произойдет перемешивание. Выбор положения точки r_S в момент перемешивания при моделировании внутреннего срыва не представляет затруднений, так как эта величина хорошо определяется в эксперименте. При моделировании размытия скин ситуация сложнее. Экспериментальных данных о размерах области перемешивания к настоящему времени не имеется, да и трудно ожидать их появления для достаточно высоких резонансов. В МГД-теории также нет нужных критериев. Поэтому в нашей модели мы будем пользоваться априорным предположением о том, что перемешивание происходит в тот момент, когда $r_2 = a$.

$$\Psi(r_{S1}) = \Psi(a). \quad (25)$$

Это же условие можно записать в виде

$$\int_a^{r_{S1}} \left(\mu - \frac{n}{m} \right) r dr = 0.$$

В этот момент внешняя граница области перемешивания совпадает с границей плазмы.

На первый взгляд может показаться, что выбор условия (25) связан с большим произволом. Однако это не совсем так. Если потребовать, чтобы перемешивание происходило при меньших размерах области (r_1, r_2), когда эта область целиком лежит внутри плазмы, то частота повторения перемешивания во времени окажется больше и за достаточно большой промежуток времени (порядка времени изменения параметра qa между соседними резонансами) результаты размытия профилей в обоих случаях выравниваются.

С другой стороны, условие (25) привлекательно тем, что оно сохраняет при перемешивании значения Ψ и μ на границе плазмы, т.е. сохраняет полный ток. Если потребовать, чтобы перемешивание происходило при больших размерах области (r_1, r_2), чем это определяется условием (25), то величина полного тока в плазме при перемешивании будет возрастать, вызывая появление соответствующих антитокков в лайнере и медном кожухе. Таким образом, условие (25) определяет наибольшую возможную область перемешивания, при которой еще не изменяется ток в плазме.

После перемешивания Ψ должна остаться непрерывной, поэтому (аналогично (22))

$$\begin{aligned} \Psi_1(r_1) &= \Psi(r_1), & \Psi_1(a) &= \Psi(a), \\ \mu_1(a) &= \mu(a), & < \frac{n}{m} \end{aligned} \quad (26)$$

(сохранение тока)

При перемешивании максимум функции Ψ переместится к точке r_1 , а минимум — к точке $r_2 = a$. В силу замороженности поля

$$\lim_{r \rightarrow r_1 + 0} \psi_1' = 0, \quad \lim_{r \rightarrow a - 0} \psi_1' = 0, \quad (27)$$

$$\lim_{r \rightarrow r_1 + 0} \mu_1 = \frac{n}{m}, \quad \lim_{r \rightarrow a - 0} \mu_1 = \frac{n}{m}. \quad (28)$$

Таким образом, функция μ_1 будет иметь разрывы в точках r_1 и a , т.е. по границам области перемешивания возникают поверхностные токи прямого (при $r = r_1$) и обратного (на поверхности плазмы) направления.

Для определения поведения ψ_1 и μ_1 внутри области перемешивания следовало бы, вообще говоря, решать дифференциальные уравнения, сформулированные в работе [11]. Однако наша модель уже содержит ряд упрощающих предположений, поэтому и здесь вместо решения точных уравнений мы поступим более простым способом. Не интересуясь деталями поведения функций μ_1 и ψ_1 в области (r_1, a) , выберем в качестве μ_1 простейшую функцию, удовлетворяющую условиям (26) - (28):

$$\mu_1(r) = \begin{cases} \mu(r) & (r \leq r_1), \\ \frac{n}{m} - A(r-r_1)(a-r) & (r_1 < r < a), \\ \mu(a) & (r = a), \end{cases} \quad (29)$$

где

$$A = \frac{R}{H} (\psi_{s2} - \psi_{s1}) \frac{12}{(a+r_1)(a-r_1)^3},$$

$\psi_{s2} = \psi(r_{s2})$, $\psi_{s1} = \psi(r_{s1})$. Графики функции μ , ψ и плотности тока j

до и после перемешивания приведены на рис. 11. Видно, что при выбранном способе перемешивания из области (r_1, a) часть тока выбрасывается во внутренние слои плазмы, часть - на периферию и появляются поверхностные токи.

5. БАЛАНС ЭНЕРГИИ И ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

Используя малость времени перемешивания в эксперименте τ_{mix} по сравнению с характерными временами теплопроводности, диффузии и подъема тока, будем строить модель баланса энергии и частиц, содержащую перемешивание, следующим образом:

1) интегрируем систему (1), следя на каждом шаге по времени за появлением резонансных поверхностей. Если для данного резонанса с номерами (n, m) имеются две резонансные поверхности, то разыскиваем положение резонансных точек r_{s1} и r_{s2} и проверяем выполнение условий (25);

2) в тот момент, когда условия (25) выполняются, интегрирование системы (1) прерываем и производим перемешивание полоидального поля μ по формуле (29). Помимо перемешивания поля можно производить перемешивание и других параметров плазмы (T_e, T_i, n) , как это делалось в работе [6] при моделировании внутреннего срыва. Распределение этих параметров по сечению внутри области (r_1, a) после перемешивания естественно принять однородным $T_{e1}(r) = \text{const}$, $T_{i1}(r) = \text{const}$, $n_1(r) = \text{const}$, а величины T_{i1} и n_1 определять из условия сохранения полной энергии иона и числа частиц. Величину T_{e1} можно определять из условия баланса энергии

$$T_{e1} \cdot 2\pi \int_{r_1}^a n(r) r dr = \mathcal{E}_e + \Delta \mathcal{E}_H, \quad (30)$$

где $\mathcal{E}_e = 2\pi \int_{r_1}^a n(r) T_e(r) r dr$ - полная энергия электронов в области (r_1, a) перед перемешиванием; $\Delta \mathcal{E}_H = 0,25 \left(\frac{H^2}{R^2} \right) J_\mu$ - дополнительная джоулева энергия, выделившаяся при перемешивании,

$$J_\mu = \int_{r_1}^a \left[\left(\mu - \frac{n}{m} \right)^2 - \left(\mu_1 - \frac{n}{m} \right)^2 \right] r^3 dr. \quad (31)$$

Величина $\Delta \mathcal{E}_H$ обычно мала по сравнению с \mathcal{E}_e ;

3) после перемешивания интегрирование системы (1) возобновляется. Поскольку в процессе перемешивания величина тока не изменилась, то $\mu_1(a) = \mu(a) < \frac{\kappa}{m}$ и, вообще говоря, имеется возможность вторичного перемешивания на том же резонансе.

Затем отметим существенное отличие модели перемешивания внешних слоев шнура от модели внутреннего срыва. Оно заключается в том, что наша новая модель может явно содержать время перемешивания τ_{mix} . Дело в том, что в приграничном холодном слое, куда выбрасывается часть тока, скин-слоевое время мало и обратная диффузия этой части тока от поверхности внутрь плазмы может происходить за времена, сравнимые с τ_{mix} или меньше его. В связи с этим условие (25) для последующего перемешивания может удовлетвориться через промежуток времени $\Delta \tau$, меньший τ_{mix} . Однако по физическому смыслу процесса предыдущее перемешивание к этому моменту еще не закончилось и производить новое перемешивание было бы неправильно. Таким образом, изложенная выше модель должна быть дополнена условием

$$\Delta \tau > \tau_{mix}, \quad (32)$$

если оно выполняется, то перемешивание производится.

Напомним, что в эксперименте $\tau_{mix} \sim 30-100$ мкс. Для внешнего перемешивания экспериментальных данных нет, но, по всей вероятности, τ_{mix} имеет тот же порядок величины.

При возрастании тока $\mu(a)$ растет и, начиная с некоторого момента, становится больше, чем n/m . Теперь на резонансе (n, m) может существовать лишь одна резонансная поверхность и перемешивание может происходить лишь на других резонансах с более высоким отношением n/m .

С помощью описанной модели проводились вычисления для начальной стадии развития разряда в установке Т-10 с параметрами (17). На рис. 12 и 13 приведены результаты расчетов для варианта с $U = 70$ В и $N_0 = 3 \cdot 10^{13}$ см⁻³. Было принято, что батарея разряжается до напряжения порядка 5 В, а затем происходит переход к граничному условию (16), описывающему режим заданного тока. В этом режиме ток считается линейно-возрастающим во времени так, что при $t = 150$ мс он достигает 400 кА. В согласии с экспериментами на других установках мы полагаем $n = 1$ (номер резонанса по большому обходу тора) и проверяем выполнение условия (25) для $m \leq 20$. В описанных ниже вариантах перемешивание производилось только для полоидального поля μ .

На рис. 12 приведены зависимости от времени ряда основных параметров, характеризующих разряд: тока I , температуры электронов в центре T_e , напряжения на батарее U_B и напряжения на плазме U_p . Более подробно поведение $U_p(t)$ изображено на рис. 13. До момента $t \sim 10$ мс идет стадия ионизации, подробно описанная в разд.3. Здесь ток почти постоянен во времени. Затем начинается стадия быстрого возрастания тока и его плотность скинируется. По графику кривой для U_p видно, что, начиная с резонанса $m = 11$, появляется перемешивание. Моменты перемешивания отмечены на рис.13 вертикальными линиями на оси абсцисс. В данном варианте полагалось, что для $m \geq 7$ $\tau_{mix} = 20$ мс, а для $m \leq 6$ $\tau_{mix} = 50$ мс. На высших резонансах число перемешиваний невелико (1-2), на нижних оно возрастает.

На рис. 14 приведены $\mu(r)$ и $\mu_1(r)$ для двух последовательных перемешиваний в моменты $t_1 = 44,72$ мс и $t_2 = 49,82$ мс на резонансе $m = 4$. Видно, что для повторного перемешивания размеры области перемешивания существенно больше. На рис. 15 изображены профили плотности тока $j(r)$ и $j_1(r)$ в момент t_1 . Заметим, что при моделировании функции $\mu_1(r)$ на разностной сети поверхностный анти-ток на внешней границе шнура не появляется. Выброс части тока к границе плазмы при сохранении здесь низкой проводимости приводит к положительным выбросам напряжения $U_p = 2\pi R j / \sigma \Big|_{r=a}$, изображенным на рис. 12-13.

На рис. 16 показаны профили $\mu(r)$ для ряда моментов времени. Видно, что возникающий скин размазывается по сечению последовательными перемешиваниями так, что к моменту $t = 60$ мс распределение функции (и соответственно тока $j \sim \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mu)$)

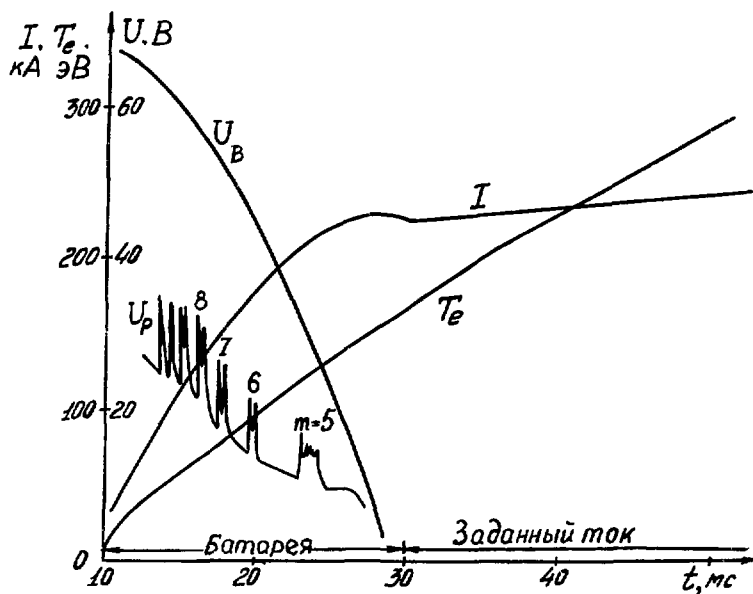


Рис. 12. Зависимости от времени тока в плазме I , температуры электронов на оси плазменного шнура T_e , полного напряжения на батарее U_B и напряжения на плазме U_p при плотности плазмы $\bar{n} = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$

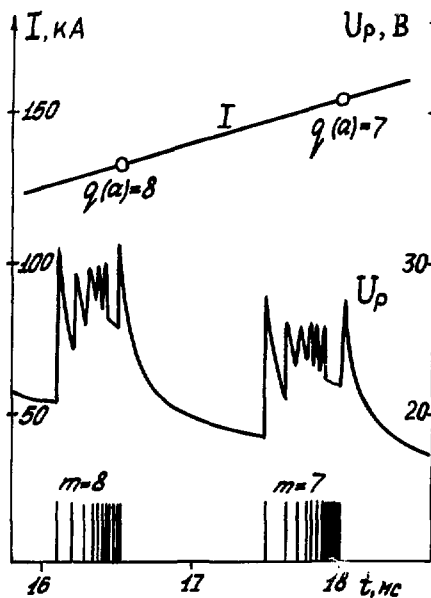


Рис. 13. Зависимость от времени тока в плазме I и напряжения на ободу плазмы U_p . Вертикальными линиями на оси абсцисс отмечены моменты перемешивания

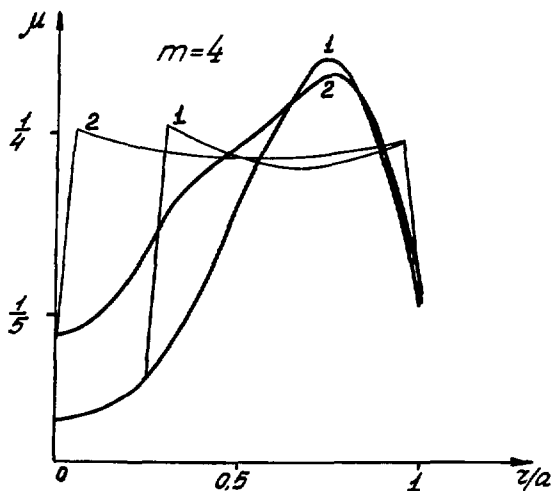


Рис. 14. Радиальные зависимости величины μ до перемешивания и после перемешивания на моде $m = 4$ для двух моментов времени

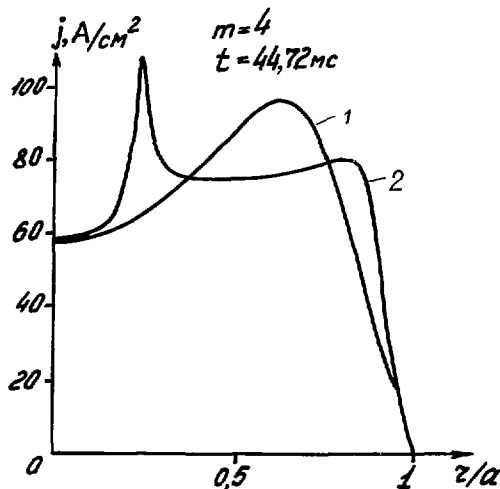


Рис. 15. Радиальные зависимости плотности тока j до перемешивания (1) на моде $m = 4$ и после перемешивания (2)

почти однородно в большей части шнура. Таким образом, механизм многократного перемешивания, рассмотренный в разд. 4, при разумных скоростях подъема тока оказывается достаточным для переброса тока с периферии плазмы в центральную часть шнура и образования плоского распределения его плотности. С увеличением напряжения ско-

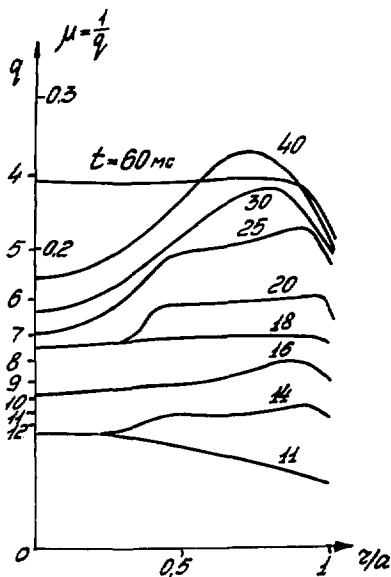


Рис. 16. Эволюция радиального распределения величины μ для расчетного варианта, показанного на рис. 12

рость подъема тока возрастает и размеры области перемешивания уменьшаются. Расчеты, однако, показывают, что скинированные распределения сохраняются лишь при напряжениях, в несколько раз превышающих обычно используемые в эксперименте.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В эксперименте пары резонансных поверхностей могут появиться не только в начальной стадии разряда. На установке *PLT* в ряде режимов образуется немонотонный профиль электронной температуры с максимумом в области $r/a \sim 0,4 \div 0,5$. Соответствующий немонотонный профиль тока ($j(r) \sim T_e^{3/2}(r)$) должен приводить к появлению пар резонансных поверхностей для нескольких резонансов ($m = 2, m = 3$ и, может быть, $m = 4$). В эксперименте немонотонный профиль образуется на развитой стадии разряда путем перестройки из обычного монотонного профиля. При этом профиль функции $\mu(r)$ также пикируется на радиусе $r \sim 0,5 a$. Когда пик $\mu(r)$ достигает резонансного значения ($m = 2$ или 3), появляется пара резонансных поверхностей, между которыми возникает процесс перемешивания. Это перемешивание в области пика тока ограничивает дальнейшее обострение профилей. Поскольку максимум тока расположен далеко от границы шнура, то перемешивание идет по области, меньшей, чем это определяется условием (25). На первый взгляд кажется, что дальше должно произойти перемешивание на более высоких резонансах ($m = 3$ или 4). Однако величина шира в окрестности этих резонансных поверхностей, а следовательно, и разность $\psi_{S2} - \psi_{S1}$ велики. Высокая проводимость в этой области препятствует столь глубокому перезамыканию магнитных поверхностей, и в результате перемешивания на более высоких резонансах не происходит.

ЛИТЕРАТУРА

- I. Абрамов В.А., Погуце О.П., Ирченко Э.И. - "Физика плазмы", 1975, т. I, с. 536.
2. Абрамов В.А., Вихрев В.В., Погуце О.П. - "Физика плазмы", 1977, т. 3, с. 512.
3. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. - В сб.: Вычислительные методы в физике плазмы. Дополнение. М., "Мир", 1974.
4. Днестровский Ю.Н., Лысенко С.Е. Математические модели энергобаланса плазмы и диффузии тока в установке Токамак-Ю, Препринт ИАЭ-2566, 1975.
5. Кадомцев Б.Б. 6th Int. Conf. on Plasma Phys. and Control. Nucl. Fusion Research, IAEA-CN-35/B2-1, 1976.
6. Днестровский Ю.Н., Лысенко С.Е., Смит Р. - "Физика плазмы", 1977, т. 3, с. 18.
7. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Люков Е.А. Сечения возбуждения атомов и монов электронами, "Наука", М., 1975.
8. Mercier C., Soubbaramayer. 4th Eur. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys., Rome, 1970, p. 16.
9. Duchs D.F., Post D.E., Rutherford P.H. - Nucl. Fusion, 1977, v. 17, p. 565.
10. Von Goeler S., Stodiek W., Sauthoff N. - Phys. Rev. Lett., 1974, v. 33, p. 1201.
- II. Кадомцев Б.Б. - "Физика плазмы", 1975, т. I, с. 710.

Редактор Л. И. Кирюхина
Технический редактор Е. Д. Маркова
Корректор В. П. Горячева

Т-04653. 24.02.78. Формат 60х90/8. Уч.-изд. л. 1,70
Тираж 187. Заказ 105. Цена 17 коп. ОНТИ. ИАЭ

17 коп.